

<https://ojs.sbemto.org/index.php/ispem-amazonia/article/view/484/81>

O desenvolvimento conceitual no estudo do trapézio com o auxílio do GeoGebra

Conceptual development in the study of the trapezium with the aid of GeoGebra

El desarrollo conceptual en el estudio del trapecio con la ayuda de GeoGebra

Eixo 2 - Processos de ensino e de aprendizagens de matemáticas

Beatriz Cerqueira Tanaka¹

Walmor Mendes Neto²

Paulo Cesar Oliveira³

RESUMO

Neste artigo propomos a construção de dois tipos de trapézios com o GeoGebra a partir de diferentes procedimentos com o uso desse *software*. O modelo de desenvolvimento conceitual utilizado nessa pesquisa permitiu, por um lado, analisar os elementos dos conceitos (nome, atributos essenciais, atributos não essenciais, exemplos positivos, exemplos negativos e regra) correspondentes a esse quadrilátero. Por outro lado, em termos da representação do quadrilátero salienta-se que o GeoGebra mostrou ser uma ferramenta com elevado potencial para construções geométricas e análise conceitual, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento geométrico, com exceção do nível da geometria abstrata, não contemplado neste estudo.

Palavras-chave: visualização; educação básica; conceitos geométricos; pensamento geométrico: polígono.

ABSTRACT

In this article, we propose the construction of two types of trapezoids with GeoGebra using different procedures with this software. The conceptual development model used in this research allowed, on the one hand, to analyse the elements of the concepts (name, essential attributes, non-essential attributes, positive examples, negative examples, and rule) corresponding to this quadrilateral. On the other hand, in terms of the representation of the quadrilateral, it should be noted that GeoGebra proved to be a tool with high potential for geometric constructions and conceptual analysis, contributing to the development of geometric thinking, with the exception of the level of abstract geometry, which was not covered in this study.

Keywords: visualisation; basic education; geometric concepts; geometric thinking: polygon.

RESUMEN

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Sorocaba, São Paulo, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-9648-6490> . Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0471782987151336> E-mail: beatrizct@estudante.ufscar.br .

² Licencianda em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Sorocaba, São Paulo, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6729-2661> . Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1667478941445765> E-mail: walmor@estudante.ufscar.br

³ Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Professor associado na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Sorocaba, São Paulo, Brasil. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2514-904X> . Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7516513469811353> E-mail: paulooliveira@ufscar.br.

En este artículo proponemos la construcción de dos tipos de trapecios con GeoGebra a partir de diferentes procedimientos con el uso de este software. El modelo de desarrollo conceptual utilizado en esta investigación permitió, por un lado, analizar los elementos de los conceptos (nombre, atributos esenciales, atributos no esenciales, ejemplos positivos, ejemplos negativos y regla) correspondientes a este cuadrilátero. Por otro lado, en términos de la representación del cuadrilátero, cabe destacar que GeoGebra demostró ser una herramienta con un alto potencial para construcciones geométricas y análisis conceptual, contribuyendo al desarrollo del pensamiento geométrico, con excepción del nivel de geometría abstracta, no contemplado en este estudio.

Palabras clave: visualización; educación básica; conceptos geométricos; pensamiento geométrico: polígono.

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A presença das tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, em especial no Ensino Superior, tem sido acentuada durante e após a pandemia do Covid-19. Na comunidade acadêmica em que os autores desse relato de comunicação científica estão inseridos, a educação digital tem sido apropriada, por exemplo, em contextos de formação inicial de professores da Licenciatura de Matemática envolvidos no Programa Residência Pedagógica (PRP) na UFSCar (Moreno; Cerne; Oliveira, 2022). A produção acadêmica desses autores envolveu a análise do desenvolvimento de cálculo mental em 15 alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública parceira do PRP, por meio de aulas síncronas com o *Google Meet* envolvendo um jogo, construído na Plataforma *Kahoot*.

Após o período pandêmico temos adotado nas disciplinas da área de Educação Matemática, ofertadas no curso de Licenciatura em Matemática a plataforma *Google Classroom* e o *Google Meet* para processos de avaliação formativa (contínua), com relatos de pesquisa como no caso de Oliveira *et al.* (2022). A referida pesquisa teve como objetivo analisar o conhecimento especializado de uma estagiária envolvida com atividades de uma disciplina de Estágio Supervisionado para a Educação Básica.

No contexto da disciplina de “Informática Aplicada ao Ensino”, ofertada no primeiro semestre de 2025, na Licenciatura em Matemática da UFSCar, os autores Caetano; Maia e Oliveira (2025) produziram um relato de comunicação científica como um produto educacional oriundo de estudos efetuados na referida disciplina. Mais especificamente, esse texto traz reflexões produzidas a partir de um exemplo de tarefa apresentada no jogo digital *LogicLike* para abordar o pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir do estudo do sinal de igualdade.

Os relatos de pesquisas aqui supracitados são exemplos de sistematizações de processos de ensino e aprendizagem pautados em contextos de educação digital. A presente comunicação científica também é um produto educacional de estudos realizados na disciplina de Informática, citada no parágrafo anterior. Mais especificamente, apresentamos a análise do processo de construção de quadrilátero com o GeoGebra, por meio dos elementos conceituais (nome,

atributos essenciais, atributos não essenciais, exemplos positivos, exemplos negativos e regra) correspondentes a essa categoria de figuras planas, segundo orientações de Fernandes (2023). Paralelamente a isso, analisamos o desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo os níveis de Van Hiele (Costa, 2016) no uso do ambiente geométrico dinâmico GeoGebra. A seguir, apresentamos a concepção de pensamento geométrico. Na sequência, explora-se, com o GeoGebra, a construção de trapézios e, por fim, as implicações desse estudo.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

Na década de 1950 ocorreu a defesa de tese de doutorado de um casal de educadores matemáticos holandeses. Pierre Marie Van Hiele defendeu a tese intitulada “O problema do insight - uma conexão com a compreensão dos estudantes na aprendizagem da geometria”. Já Dina Van Hiele-Geldof teve seu trabalho denominado por “A didática da geometria na classe inicial do ensino secundário” (Fuys; Geddes; Tischler, 1984).

Entende-se por pensamento geométrico, segundo Van Hiele (1957) e Passos, Buriasco, Soares (2019), a habilidade da visualização geométrica a partir do aspecto cognitivo, ou seja, das atividades mentais. Em termos de ensino, consiste em abordar geometria a partir de seus aspectos geométricos e não apresentar apenas problemas cujas soluções demandam algebrização dos seus dados. Mesmo que para alguns problemas as abordagens convencionais de resolução sejam feitas por meio de algebrização, é importante a busca por uma solução que envolva estratégias e utilização de procedimentos geométricos.

Na tradução de Fuys, Geddes e Tischler (1984) observamos que na tese de doutorado de Dina Van Hiele-Geldof há uma reflexão da pesquisadora relativa ao papel do professor na transição dos alunos de um nível de pensamento para outro e que tais níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico não devem ser transpostos, ou seja, não são facultativos.

Mais tarde, o casal Van Hiele, observando que o ensino de geometria não estava em comum acordo com o aprendizado, vários dos problemas geométricos apresentados apresentavam vocabulários, conhecimento ou conceitos de propriedades matemáticas que vão além da compreensão do estudante, verificaram que em uma mesma sala de aula, alguns estudantes raciocinam de modo diferenciado e se expressam diferente um dos outros, apresentando níveis de pensamentos divergentes. Partindo desse estudo, elaboraram o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico, conhecido como Modelo Van Hiele, sendo assim denominado por conta de que o marido Pierre Marie Van Hiele é que sistematizou esse modelo.

Tal modelo é constituído pelo conceito de que o raciocínio dos alunos passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados necessariamente desenvolvidos pelo estudante para a

compreensão de um conceito geométrico. O Modelo Van Hiele é constituído por cinco níveis hierárquicos de pensamento: visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal ou ordenação, dedução formal e rigor. Apoiamos em Costa (2016) que caracterizou cada um dos níveis desse pensamento, apresentados no “quadro 1”.

Quadro 1 - Níveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico

Descrição	Comportamentos observáveis	Exemplo de afirmação
Primeiro nível. Percepção e classificação de figuras geométricas	Reconhece, nomeia e reproduz figuras geométricas de acordo com sua exibição nas questões. Apresenta dificuldades em representar mentalmente uma figura geométrica que não venha representada na questão.	É um triângulo. Dá para ver que tem três lados.
Segundo nível. Análise e caracterização das figuras geométricas.	Reconhece algumas das propriedades das figuras geométricas trazidas nas questões. Classifica as figuras geométricas com base em suas propriedades.	Estas figuras são triângulos retângulos, porque apresentam um ângulo de noventa graus.
Terceiro nível. Estabelecimento de conexões entre figuras geométricas e suas propriedades.	Deduz algumas das propriedades de uma figura geométrica citada no enunciado da questão. Formula argumentos matemáticos articulados com a lógica (se... então...).	É um triângulo retângulo e isósceles. Se tem o ângulo de 90° e dois lados congruentes, então pode ser classificado pelos ângulos e lados.
Quarto nível. Estudo das definições , teoremas, axiomas e postulados.	Prova um enunciado de uma determinada questão de diferentes maneiras. Apresenta evidências, não se limitando a memorização.	Um triângulo com três lados congruentes é equilátero e isósceles. Afinal, basta ter dois lados congruentes.
Quinto nível. Estudo da geometria Abstrata .	Utiliza sistemas dedutivos abstratos. Trabalha com geometria Não-Euclidiana.	Não aplicável para o Ensino Médio.

Fonte: adaptado de Costa (2016, p. 71).

Nesse estudo, o desenvolvimento do pensamento geométrico tem também o apoio da metodologia de ensino e aprendizagem baseada no contraste entre os exemplos e os não exemplos de um conceito proposto por Joyce, Weil e Calhoun (2014) e aplicada por Fernandes (2023) como um modelo de desenvolvimento conceitual. Nesse modelo, há seis elementos importantes a ser considerado em um conceito: o nome, os atributos essenciais, os atributos não essenciais, os exemplos positivos, os exemplos negativos e a regra, conforme conteúdo do “quadro 2”.

Quadro 2 - Modelo de desenvolvimento conceitual

Elemento	Característica
conceito	etiqueta ou rótulo que se associa ao conceito e que pode ser uma palavra ou símbolo. No conceito de triângulo o nome é a palavra “triângulo” e convém notar que neste caso a palavra “triângulo” pode constituir o nome do conceito ou o próprio conceito.
atributos essenciais	são as propriedades específicas do conceito e que o distinguem dos demais conceitos. No caso do triângulo os atributos essenciais são: (1) é um polígono e (2) tem três lados.
atributos não essenciais	são propriedades que não são decisivas para a distinção do conceito de outros conceitos. No caso do triângulo podem considerar-se como atributos não essenciais, por exemplo: (1) a posição do triângulo no plano; (2) as dimensões do triângulo e (3) o tipo de triângulo (acutângulo, retângulo, obtusângulo, escaleno, isósceles e equilátero).
exemplos positivos	são exemplificações do conceito. No caso do triângulo é exemplo positivo qualquer tipo de triângulo.
exemplos negativos	não são exemplificações do conceito. No caso do triângulo, a negatividade está no conceito de quadrado, de paralelogramo, de trapézio, de pentágono e de hexágono.

regra	a definição do conceito, ou seja, é uma afirmação sintética e precisa elaborada a partir dos atributos essenciais e que caracteriza o conceito. Com base nos atributos essenciais, anteriormente especificados, podemos definir o conceito de triângulo como sendo “Um polígono com três lados”.
-------	--

Fonte: adaptado de Fernandes (2023, p. 40-41).

Em relação aos atributos essenciais, Fernandes (2023) destaca que no caso do triângulo retângulo, é necessário pensar que frequentemente desenha-se o referido polígono com os catetos paralelos aos lados do quadro ou da folha de papel. Neste caso, o aluno perante triângulos retângulos desenhados noutras posições diferentes poderão não identificar tais figuras geométricas como sendo triângulos retângulos, pois, a sua experiência diz-lhe que o triângulo retângulo tem de ter os catetos paralelos aos limites da folha de papel.

Fernandes (2023) explorou a construção de três tipos de quadriláteros no GeoGebra, especificamente o quadrado, o paralelogramo e o papagaio. De acordo com esse autor, Papagaio “é um quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos congruentes ou, em alternativa, é um quadrilátero em que as diagonais são perpendiculares e pelos menos uma bissecta a outra” (Fernandes, 2023, p.48).

3 METODOLOGIA

Trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho documental e bibliográfico. A parte documental envolve a descrição das construções geométricas de trapézios. Já a parte bibliográfica envolve a análise teórica que se faz sobre as referidas construções geométricas dinâmicas, tendo como base o modelo de desenvolvimento conceitual (Fernandes, 2023) e os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico (Costa, 2016).

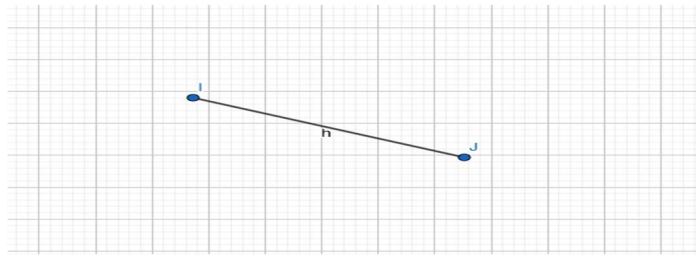
4 ANÁLISE E RESULTADOS

Nessa seção apresentamos duas formas de construção de trapézios, vistos como conceitos, começando por construí-los no GeoGebra e prosseguindo com a análise dos elementos que compõem o modelo conceitual, bem como as implicações do desenvolvimento do pensamento geométrico.

4.1 Construção do trapézio a partir de lados paralelos

Nesta construção, o trapézio é definido pela propriedade de ter exatamente um par de lados paralelos. Define-se o lado “h” do trapézio, que na “figura 1” corresponde ao segmento de reta [IJ]:

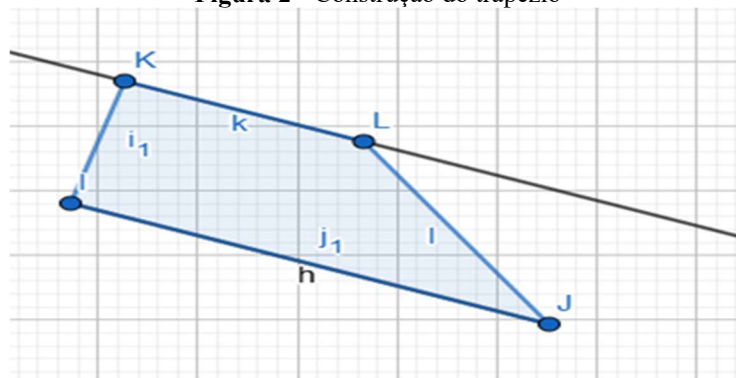
Figura 1 - Construção do lado h



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

A partir da ferramenta "reta paralela", clique no segmento [IJ] e, em seguida, clique em um ponto K qualquer na área de trabalho (este ponto K deve pertencer à reta paralela ao segmento de reta [IJ]). Crie um ponto L, distinto de K e pertencente a reta paralela ao segmento [IJ]. Com o auxílio da ferramenta "polígono", percorra os pontos I, J, K e L e novamente em I para formar o trapézio escaleno [IJKL], conforme conteúdo da “figura 2”.

Figura 2 - Construção do trapézio



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Analisando a construção do trapézio no GeoGebra, tendo por referência os elementos do conceito trapézio, obtém-se o resultado sistematizado no “quadro 3”.

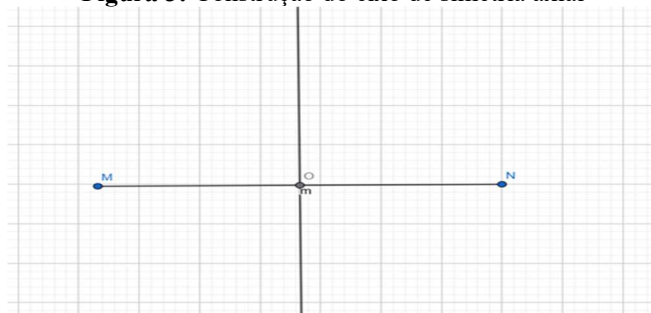
Quadro 3 - Elementos do conceito de trapézio

Elementos do conceito	Conceito de Trapézio	Construção no GeoGebra
Nome	Trapézio.	O nome é uma convenção, não decorre da construção.
Atributos essenciais	É um polígono com 4 lados	Todos os atributos essenciais estão presentes na construção.
Atributos não essenciais	(1) tamanho do trapézio; (2) posição do trapézio; (3) medidas dos lados não paralelos; (4) medidas dos ângulos.	Arrastar um elemento do trapézio (I, J, K ou L) para variar o seu tamanho, posição, e as medidas dos lados e ângulos, mantendo o paralelismo.
Exemplos positivos	Qualquer tipo de trapézio (escaleno, retângulo ou isósceles)	Movimentar os pontos K e L permite construir diferentes trapézios.
Exemplos negativos	Qualquer figura que não seja trapézio (exemplo, quadrilátero irregular sem lados paralelos).	Todos os exemplos gerados pela construção são trapézios, logo não se podem definir exemplos negativos diretamente pela construção.
Regra	É um quadrilátero que possui exatamente um par de lados paralelos.	A partir dos atributos essenciais pode-se estabelecer a regra.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Há a possibilidade de construir um trapézio, levando em conta a propriedade de simetria axial. Define-se o lado “m” do trapézio, que na “figura 3” corresponde ao segmento de reta [MN], o qual configura-se como a base maior do trapézio. Pelo ponto médio “O” do segmento de reta [MN], desenhe uma reta perpendicular passando por este ponto, configurando um eixo de simetria.

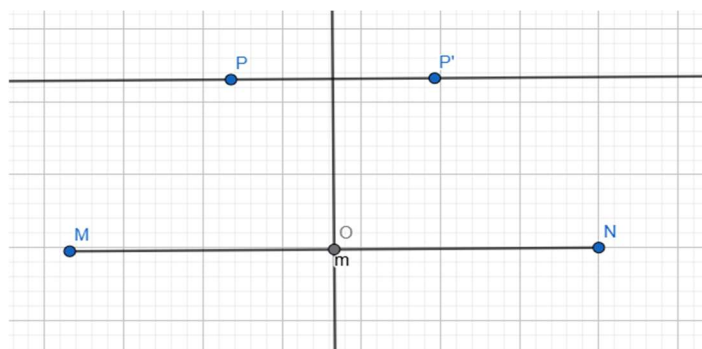
Figura 3: Construção do eixo de simetria axial



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Passamos a definir um ponto P, o qual não pertence tanto ao eixo de simetria quanto ao segmento de reta [MN]. Este ponto definirá um dos vértices da base menor do trapézio. Desenhe uma reta paralela a [MN] passando pelo ponto P. Use a ferramenta "reflexão em relação à reta" (simetria axial) para demarcar o ponto P', equidistante a P, tendo como referência o eixo de simetria (reta perpendicular que passa pelo ponto O), conforme conteúdo da “figura 4”.

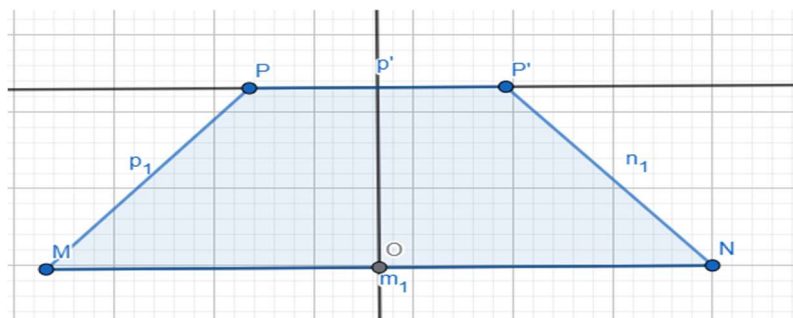
Figura 4 - Construção das bases do trapézio



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Com a utilização da ferramenta "polígono", clique nos pontos M, N, P e P' e novamente em M para formar o trapézio isósceles [MNPP'], conforme conteúdo da “figura 5”.

Figura 5 - Construção do trapézio isósceles



Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Analisando a construção do trapézio isósceles no GeoGebra, tendo por referência os elementos do conceito de trapézio, obtém-se o resultado registrado no “quadro 4”.

Quadro 4 - Elementos do conceito de trapézio isósceles

Elementos do conceito	Conceito de Trapézio Isósceles	Construção no GeoGebra
Nome	Trapézio Isósceles.	O nome é uma convenção, não decorre da construção.
Atributos essenciais	(1) quadrilátero; (2) possui um par de lados paralelos (bases); (3) lados não paralelos congruentes; (4) ângulos da base congruentes; (5) diagonais congruentes.	Todos os atributos essenciais são garantidos pela construção simétrica.
Atributos não essenciais	(1) tamanho do trapézio; (2) posição do trapézio; (3) medidas das bases; (4) altura.	Arrastar M, N, P ou P' para variar o tamanho e forma, mantendo as propriedades de trapézio isósceles.
Exemplos positivos	Qualquer tipo de trapézio isósceles	Obtêm-se por arrastamento de um vértice do trapézio, que sempre resultará em outro trapézio isósceles.
Exemplos negativos	Qualquer figura que não seja trapézio isósceles	Todos os exemplos gerados pela construção são trapézios isósceles.
Regra	É um trapézio com um par de lados paralelos e os lados não paralelos congruentes (ou com as diagonais congruentes, ou com os ângulos da base congruentes).	A partir dos atributos essenciais pode-se estabelecer a regra.

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores, 2025.

Em termos de níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, a percepção e classificação de figuras geométricas corresponde ao nome e aos atributos essenciais do modelo de desenvolvimento conceitual.

O segundo nível associado à análise e caracterização das figuras geométricas articula-se aos atributos essenciais e não essenciais contemplados nas construções dos dois trapézios.

O terceiro nível que estabelece conexões entre figuras geométricas e suas propriedades equivale aos exemplos positivos e negativos do modelo de desenvolvimento conceitual, por permitir no contraponto, a caracterização do polígono.

O quarto nível que envolve o estudo das definições, teoremas, axiomas e postulados, no caso do conteúdo do “quadro 3 e 4”, articula-se ao conceito de regra por envolver a definição do polígono.

Em relação às construções geométricas dinâmicas desses trapézios, quando tomamos por base a análise do modelo de desenvolvimento conceitual (Fernandes, 2023), a transição entre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico (Costa, 2016) não ocorre de forma hierárquica, por conta do processo de arrastar pontos ou análise dos invariantes. A condição invariante de paralelismo associada a movimentação de vértices permitiu construir o trapézio escaleno. A propriedade do eixo de simetria em relação ao paralelismo das bases, gerou a construção do trapézio isósceles.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O GeoGebra como um *software* de geometria dinâmica permite a criação e manipulação de figuras geométricas planas como o trapézio, levando em conta o paralelismo como um invariante na obtenção de diferentes figuras dessa categoria ao movimentar seus vértices, ou seja, o trapézio isósceles, escaleno ou retângulo. No caso da propriedade do perpendicularismo, o mesmo é invariante apenas para a construção do trapézio retângulo.

O uso do software GeoGebra exige reflexões sobre as propriedades do objeto matemático a ser construído antes de fazê-lo, sendo possível identificar a mobilização de níveis de pensamento geométrico do modelo proposto por Van Hiele, exceto o nível da geometria abstrata por não estarmos trabalhando com a geometria não-euclidiana.

A capacidade em utilizar a bagagem conceitual por meio de representações matemáticas na forma de registros escritos, na resolução de questões geométricas, articula-se com o uso do GeoGebra, o qual passa a ser um recurso auxiliar nessa abordagem de atividade matemática. No caso do trapézio, apresentamos duas construções distintas, embora seja possível outras construções. Estas diversas construções do mesmo quadrilátero assumem um importante aspecto da aprendizagem dos alunos ao permitir-lhes aprofundar o seu conhecimento acerca do estudo de trapézio, possibilitando-lhes reconhecer outras propriedades como o perpendicularismo, essencial na construção e conceituação do trapézio retângulo.

REFERÊNCIAS

CAETANO, L. A.; MAIA, M. S.; OLIVEIRA, P. C. O desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo com o jogo digital *LogicLike*. In: Encontro nacional *online* de professores que ensinam Matemática, 6., 2025, Barra do Bugres. **Anais [...]**. Barra do Bugres: GEPEME/UNEMAT, 2025. p. 946 - 954. Disponível

em: <https://drive.google.com/file/d/1GHh9III0p6wdFeDyao-3iBmjZOeCx-n1/view> Acesso em: 28 out. 2025.

COSTA, A.P. **A construção de quadriláteros notáveis no 6º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana**. 2016. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Recife: UFPE, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/17129/1/Disserta%20a7%20a3o_Andr%20a9Pereira.pdf. Acesso em: 28 out. 2025.

FERNANDES, J.A. Estudo dos quadriláteros enquanto conceitos geométricos com o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 12, n. 3, p. 37–53, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i3p037-053>. Acesso em: 28 out. 2025.

FUYS, D. J.; GEDDES, D.; TISCHLER, R. W. **English Translation of Selected Writings of Dina Van Hiele-Geldof and Pierre M. Van Hiele**. Brooklyn College, 1984. Disponível em: <http://eric.ed.gov/?id=ED287697>. Acesso em: 28 out. 2025.

JOYCE, B., WEIL, M.; CALHOUN, E. **Models of teaching**. Londres: Pearson, 9. ed., 2014. Disponível em: https://fliphtml5.com/dyclx/pepg/Models_of_Teaching_%28Bruce_Joyce%2C_Marsha_Weil%2C_Emily_Calhoun%29_%28z-lib.org%29/456/. Acesso em: 28 out. 2025.

MORENO, L.B.Z.L.; CERNE, C.L.; OLIVEIRA, P.C. Relato de experiência com tarefas de cálculo mental no Programa Residência Pedagógica. In: Congresso Internacional de Educação e Tecnologias e o Encontro de Pesquisadores em Educação e Tecnologias - CIET:EnPET, 6., 2022, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Grupo Horizonte- UFSCar, 2022. p. 873 – 882. Disponível em: <https://share.google/u1KZ0e4gYfNKxoGXA>. Acesso em: 28 out. 2025.

OLIVEIRA, P.C. *et al.* Conhecimento especializado de uma futura professora de Matemática mobilizado em um contexto de ensino remoto em aulas de Estágio Supervisionado. In: SIEBERT, P.R. et al. (org.). **Educação e ensino de ciências e matemática: pesquisa, aplicação e novas tecnologias**. Guarujá: Editora Científica Digital, 2022, pp.273-290. Disponível em: <https://www.editoracientifica.com.br/books/chapter/220308071>. Acesso em: 28 out. 2025.

PASSOS, A.Q.; BURIASCO, R.L.C.; SOARES, M.T.C. Ideias de Van Hiele e Educação Matemática Realística: algumas aproximações. **Bolema**, Rio Claro, v.33, n.65, pp.1533-1548, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/xRVzV6XspdxbpLwj5sGVKJD/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 28 out. 2025.

VAN HIELE, P.M. **El problema de la comprensión**; en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. 1957. 151f. Tese (Doctoral in Matemáticas y Ciencias Naturales). Utrecht: Universidad de Utrecht, 1957. Traducción al español realizada en 1990 por el proyecto de investigación Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en Enseñanza Media basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Disponível em: <https://www.uv.es/aprengeom/archivos2/VanHiele57.pdf>. Acesso em: 28 out. 2025.