PROJETO DE IMERSÃO NA OBMEP - O DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS DO LETRAMENTO MATEMÁTICO ATRAVÉS DE UMA SITUAÇÃO DIDÁTICA QUE PRIVILEGIA O PROTAGONISMO DO ALUNO

Éverton Ferraz Marcelino Batista
Escola Municipal Matheus Maylasky - Sorocaba/SP. E-mail: everton.marcelino.batista@gmail.com
Paulo Cesar Oliveira
Universidade Federal de São Carlos - Campus Sorocaba. E-mail: paulooliveira@ufscar.br

O presente artigo tem como intuito fazer o relato de experiência do desenvolvimento de um projeto de ensino, bem como dos processos de Letramento Matemático que emergiram nos alunos durante a sua execução. O projeto teve como objetivo inicial familiarizar os alunos, do 7º e 8º ano da escola Municipal Matheus Maylasky, na cidade de Sorocaba, com as questões da segunda fase da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), fazendo com que investigassem suas principais características matemáticas. Ao longo dos encontros remotos, em 2022, várias semelhanças nas questões foram identificadas pelos alunos, de forma que emergiram diversas estratégias de resolução. O curso foi ministrado a partir de uma apostila organizada pelo professor titular da turma, de modo que as questões fossem classificadas em Números/Operações, Pensamento Algébrico e Geometria. Durante as investigações dos alunos a respeito das características dessas questões, suscitou-se uma proposta paralela de ensino que motivou os alunos a criarem seus próprios números particulares, os quais esse artigo dá foco: o "jáera" e o "sapeca". A partir da criação desses números o professor foi capaz de provocá-los a mergulhar a fundo em suas produções a fim de descobrir propriedades desses números, sendo esse momento da experiência o objeto de análise deste trabalho, que consistiu em identificar quais processos relacionados ao Letramento Matemático são identificados nesses alunos durante suas produções. Ao final do processo foi possível identificar processos de Letramento Matemático relacionados aos verbos identificar, empregar e formular.

Palavras-chave: Letramento Matemático; OBMEP; Investigação Matemática.

1. Introdução

A redação deste texto visa difundir a execução de uma proposta didática na qual os objetivos foram familiarizar alunos com questões da segunda fase da OBMEP e, também, investigar suas principais características matemáticas e as estratégias de resolução associadas. Esse curso preparatório foi realizado na escola municipal Matheus Maylasky, situada no município de Sorocaba-SP.

No desenvolvimento do curso, uma proposta paralela à inicial foi projetada aos alunos, sendo que o intuito era de proporcionar um sentimento de protagonismo dos alunos nesse processo de capacitação. Nessa outra proposta didática, os alunos deveriam criar seus próprios números, de acordo com critérios bem definidos e, logo em seguida, explorar, através de indagações intencionais do professor, as propriedades inerentes a esses números.

2.Referencial teórico

O conceito de Letramento Matemático presente na matriz de avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), mais especificamente no relatório de desempenho do Brasil nessa avaliação externa de 2015 (OCDE, 2016), é utilizado no documento normativo BNCC (Base Nacional Comum Curricular), como sendo:

> [...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p.266)

De acordo com a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2016), as competências e habilidades que compõem o conceito de Letramento Matemático convergem para o desenvolvimento de uma matemática que dê suporte ao indivíduo para atuar criticamente no mundo, bem como resolver problemas inerentes à sua vida. A estrutura teórica da atividade que este artigo relata se pauta na definição de Letramento Matemático que ratifica “a importância de os alunos desenvolverem um entendimento sólido dos conceitos da matemática pura e dos benefícios de se envolverem em explorações no mundo abstrato dessa área do conhecimento” (OCDE, 2016, p.138).

Na edição do PISA de 2015 considerou-se a definição de Letramento Matemático como “a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos” (OCDE, 2016, p.138).

Para este texto, na análise da produção escrita dos alunos imersos em sua atividade matemática, levamos em consideração que as formas verbais “formular”, “empregar” e “interpretar” são articuladoras no planejamento das ações mentais para a resolução de problemas. Com base na OCDE (2016) empregamos categorias de análise *a priori* relacionadas a estas formais verbais, totalizando 24 tipos de atividades, conforme descrição nos três quadros a seguir.

Quadro 1: Interpretar

Código do processo	Processo matemático relacionado ao verbo interpretar
I - 1	Interpretar um resultado matemático aplicado a um contexto do mundo real.
I - 2	Avaliar a aceitabilidade de uma solução matemática em um problema presente no mundo real.
I - 3	Compreender como o mundo real impacta os resultados e os cálculos de um procedimento ou modelo matemático visando julgamentos contextualizados sobre como os resultados podem ser ajustados ou aplicados.

I - 4	Explicar por que um resultado ou conclusão matemática faz ou não sentido no contexto de um problema.
I - 5	Compreender a extensão e os limites dos conceitos e soluções matemáticos.
I - 6	Criticar e identificar os limites do modelo utilizado na resolução de um problema.

Fonte: Adaptado de OCDE (2016)

No quadro 1 foram designadas seis atividades (I-1 a I-6) para o verbo interpretar que na definição de Letramento Matemático, refere-se à capacidade de refletir sobre as soluções, mais especificamente, se os resultados obtidos fazem sentido ou não e se são aceitáveis frente ao contexto do problema proposto (OCDE, 2016)

No quadro 2 apresentamos as categorias de análise (F-1 a F-10) relacionadas ao verbo formular, o qual envolve a capacidade de reconhecer e identificar oportunidades para utilizar a matemática (...) (OCDE, 2016, p.142).

Quadro 2 - Os processos Matemáticos – Formular

Código do processo	Processo matemático relacionado ao verbo formular
F-1	Identificar aspectos matemáticos de um problema localizado em um contexto real e identificar as variáveis significativas.
F-2	Reconhecer estruturas matemáticas (inclusive regularidades, relações e padrões) em problemas ou situações.
F-3	Simplificar uma situação ou problema de maneira que seja tratável pela análise matemática.
F-4	Identificar suposições e restrições por trás das modelagens e simplificações matemáticas retiradas de um contexto.
F-5	Representar uma situação matematicamente utilizando as variáveis, símbolos, diagramas e modelos padronizados adequados.
F-6	Representar um problema de modo diferente, incluindo sua organização de acordo com conceitos matemáticos e a elaboração de suposições apropriadas.
F-7	Compreender e explicar as relações entre a linguagem específica do contexto de um problema e a linguagem simbólica e formal necessária para sua representação matemática.
F-8	Traduzir um problema em linguagem matemática ou em uma representação
F-9	Reconhecer aspectos de uma situação que corresponde a um problema, conceito, fato ou procedimento matemático conhecido.
F-10	Utilizar tecnologia (por exemplo: uma planilha ou uma lista de opções em uma calculadora gráfica) para retratar uma relação matemática inerente a um problema contextualizado

Fonte: Adaptado de OCDE (2016)

Para finalizar, no quadro 3 encontram-se as categorias de análise relacionadas ao verbo empregar, codificadas de E-1 a E-8.

Quadro 3 - Processos Matemáticos – Empregar

Código do processo	Processo matemático relacionado ao verbo empregar
E-1	Esboçar e implementar estratégias para encontrar uma solução matemática.
E-2	Utilizar ferramentas matemáticas, inclusive tecnologia, para ajudar a encontrar soluções exatas ou aproximadas.
E-3	Aplicar fatos, regras, algoritmos e estruturas matemáticas na busca de soluções.
E-4	Manipular números, gráficos, informações e dados estatísticos, expressões e equações algébricas e representações geométricas.
E-5	Elaborar diagramas, gráficos e outras construções matemáticas e extrair informações matemáticas deles.
E-6	Usar diferentes representações e transitar entre elas no processo de busca de soluções.
E-7	Fazer generalizações com base nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções.
E-8	Refletir sobre discussões matemáticas, explicar e justificar resultados matemáticos.

Fonte: Adaptado de OCDE (2016)

Na definição de Letramento Matemático, empregar refere-se à “capacidade de aplicar conceitos, fatos, procedimentos e raciocínios matemáticos para resolver problemas formulados matematicamente a fim de obter conclusões matemáticas” (OCDE, 2016, p.142).

Assim, a análise das situações vivenciadas na abordagem didática se deu a partir da identificação de um ou mais processos elencados como categorias de análise, como por exemplo quando o aluno reconhece que seu número particular, o *járea*, é sempre divisível por 2, ou seja, desenvolvendo o processo F-9, pois reconheceu um aspecto de uma situação (processo iterativo que leva a chegar a esse número) que corresponde a um conceito (paridade e divisibilidade).

3.Percurso metodológico

Na escola onde a proposta didática foi executada não se encontra histórico de projetos que têm como objetivo o treinamento para a OBMEP, sendo que esse evento é tratado, nos dias de hoje, como pontual, ou seja, é abordado pelos professores comumente apenas na semana que antecede a prova da primeira fase. Essa situação motivou o primeiro autor deste relato a planejar e executar uma proposta didática para suprir essa lacuna acerca das demandas dos estudantes que passaram para a segunda fase.

A experiência que relatamos envolveu encontros no contraturno escolar e de forma remota, por videoconferência, pois a execução do projeto na escola exigiria fornecimento de alimentação para os alunos, recurso que a escola não poderia arcar, além de que, essa modalidade viabilizou aderência de mais alunos. A adesão ao curso foi feita primeiramente pelo critério de o aluno ter passado para a segunda fase da OBMEP, no entanto, outros alunos que não passaram manifestaram interesse para poderem se preparar para a prova do ano de 2023. Sendo esse, um segundo critério adotado, o de manifestar real interesse em se preparar para a próxima edição da prova.

Com os dois critérios adotados, 20 alunos participaram das aulas (7 meninos e 13 meninas), representando aproximadamente 16% do total de alunos que o professor lecionava, distribuídos entre as idades de 12 e 13 anos, no ano de 2022. Em termos de metodologia de pesquisa, apresentamos singularidades do estudo que permite-nos caracterizar essa pesquisa qualitativa, na modalidade de Estudo de Caso.

Este estudo foi delimitado por algumas características marcantes das questões de Números e Operações que permitiram fazer questionamentos e provocações, incitando um estudo sobre o Letramento Matemático. Mais especificamente, em diversas questões relativas à temática Números e Operações, notou-se a incidência de terminologias não habituais ao contexto escolar dos alunos participantes do projeto. Na segunda fase da OBMEP é frequente a apresentação de questões cujos enunciados contém a definição de um número específico, como o supernúmero, resumo de um número, número-parada, números casal, transformado de número, troca-inverte (ações sobre um número), número aditivado, número interessante, algarismo afiliado, entre outros.

O professor propôs aos alunos resolverem uma sequência de questões em que esses números não habituais ocorressem, com isso emergiu-se inquietações nos alunos no sentido de obter mais informações sobre eles. A partir deste ponto o professor manifestou sua opinião de que tais números faziam parte da criatividade de quem elaborava as questões da prova, não conhecendo qualquer literatura que apontasse a existência destes em tempos anteriores. A partir daí, surgiu a ideia de propor um desafio aos alunos, que consistia em que eles criassem os próprios números (inspirados nos números não habituais, da OBMEP), de acordo com regras que julgassem pertinentes e a partir daí explorassem juntos possíveis características e propriedades desses números. A análise do Letramento Matemático que este artigo faz se restringe a este momento da sequência didática pelo motivo de o professor ter percebido manifestar, neste momento do curso, respostas atípicas, bem elaboradas e criativas.

4. Análise dos dados e produção de resultados

O contato dos alunos com a resolução dessas questões não habituais da OBMEP suscitou o trabalho com conceitos de valor posicional, algarismos, numeral e ainda, a medida que criavam as regras de seus números particulares, desenvolveram conceitos de aritmética como operações fundamentais, múltiplos e divisores. Com os números particulares definidos, os alunos foram instigados a explorar propriedades e estabelecer relações. Dois alunos foram capazes de apresentar aos demais colegas o processo que gerou o desenvolvimento individual dos seus próprios números: o número *jáera* e o número *sapeca*, sendo esses alunos chamados, respectivamente aos números mencionados, por A1 e A2. No presente artigo, a análise se restringe apenas ao relato da produção de A1, ou seja, será discutido o número intitulado como *jáera*.

A1 ao exemplificar para o grupo o que seria um número *jáera*, inicia com o número 12893 explanando que, para um número ter um número *jáera* associado, deve no mínimo ter a ordem das unidades ímpar. A partir daí, iterações devem ser feitas para encontrar o *jáera* do 12893, sendo que a primeira iteração a ser realizada é a de multiplicar a unidade ímpar (no exemplo o 3) pelo algarismo par da posição mais próxima à esquerda, no caso é o 8, ficando: 3x8 = 24. Para completar um ciclo de iterações, o produto 24 deve ser colocado logo após à última posição à esquerda do número, ou seja, logo após ao algarismo 1 da dezena de milhar, e daí retira-se os dois algarismos que foram multiplicados, ficando: 24129. Nesse momento, deve-se observar a unidade: é ímpar? Se sim, repita todas as iterações. É par? Esse número resultante é o *jáera* do número inicial. Como a unidade ainda é ímpar, repete-se cada passo: multiplica-se 9 pelo par mais próximo à esquerda (2): 9x2 = 18 e inclui-se o produto no número, excluindo os algarismos 2 e 9, ficando: 18241, com unidade ímpar ainda. Repetindo as iterações: 1x4 = 4, temos: 4182, com unidade par. Assim, pela definição do aluno, 4182 é o *jáera* do 12893.

Nesse momento em que o aluno define o número pode-se identificar o processo F-7, que consiste em compreender e explicar as relações entre a linguagem específica do contexto de um problema (como "colocar" na posição mais à esquerda) e a linguagem simbólica e formal necessária (um número par deve ter 0, 2, 4, 6 ou 8 nas unidades) para sua representação matemática.

Após esse momento de explicação da definição do número, o professor faz provocações ao aluno, induzindo-o a explorar as propriedades dos *jáeras*:

> ***Professor****: É possível dizer que o número jáera de um outro número é sempre divisível por um número natural n?*
>
> ***A1***: *é sempre divisível por 2, pois todo jáera é par.*

Aqui pode-se notar a relação que o aluno faz com a propriedade de paridade de um número com uma propriedade intrínseca de um *jáera*, ou seja, ele faz relações que permitem inferir uma outra propriedade do *jáera*, configurando a presença de F-9, pois este se define como sendo o reconhecimento de aspectos de uma situação (identificação do número *jáera*) que corresponde a um problema, conceito (divisibilidade por 2), fato ou procedimento matemático conhecido.

O professor prossegue com as provocações:

> ***Professor****: Imagine um número inicial em que os algarismos são todos pares, menos o da unidade. Pela definição, ele tem um jáera associado, no entanto, é possível dizer de antemão quantas vezes terá de repetir os passos para encontrar o jáera?*
>
> ***A1****: 1 vez.*

Neste caso, o professor percebe que o aluno opera com símbolos genéricos (P e I) que representam propriedades de algarismos, não recorrendo a exemplos numéricos. Neste ponto identifica-se F-3, pois configura-se em simplificar uma situação ou problema (trabalhou em uma configuração específica) de maneira que seja tratável pela análise matemática. Pode-se identificar, também, o processo F-5, pois este configura-se como a capacidade de representar uma situação matematicamente utilizando as variáveis, símbolos (nesse caso, P e I), diagramas e modelos padronizados adequados.

O professor prossegue com as provocações:

> ***Professor****: Na mesma situação da questão anterior, só que sem a exigência de todos algarismos serem pares exceto a unidade, há a possibilidade de determinação de iterações necessárias para encontrar o jáera antes de calculá-lo? Quais são as possíveis situações? Em casos em que há grupos de algarismos pares consecutivos, qual a relação entre a quantidade de algarismos pares consecutivos e os algarismos ímpares "à direita" desses pares consecutivos? Sugiro que continue fazendo representações usando P e I, modificando as configurações e investigando os casos.*
>
> ***A1****: montei um exemplo, pensei que pode haver uma relação entre a quantidade de P e I com as classes das unidades simples. O exemplo é PP.IIP.PPI. Os pontos são pra enxergar se há relação entre as ordens e as posições das letras.*

Aqui nota-se o processo F-6, que consiste em representar um problema de modo diferente, incluindo sua organização de acordo com conceitos matemáticos (a disposição de P e I de acordo com o conceito de valor posicional) e a elaboração de suposições apropriadas. A1 fez a conjectura de que se a classe das unidades simples tiver apenas um I, gasta-se apenas um passo para chegar no *jáera*. Neste ponto pode-se identificar E-1, que consiste em esboçar (elaborou uma conjectura como ponto de partida) e implementar estratégias para encontrar uma solução matemática.

O aluno prossegue com sua análise:

> ***A1****: em casos em que se têm pares consecutivos, se tiver apenas um algarismo ímpar antes dessa sequência de pares, o processo de repetição acaba ali.*

Neste ponto identifica-se o processo F-2, pois trata-se de reconhecer estruturas matemáticas (inclusive regularidades, relações e padrões) em problemas ou situações, como a relação entre estar na configuração descrita e cessar as iterações. Identifica-se, também, E-7, que caracteriza-se por fazer generalizações (afirmar que o fato identificado vale pra qualquer exemplo que atenda a configuração descrita) com base nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções.

O professor apontou que essa situação em que se tem pares consecutivos antecedendo um ímpar é uma situação particular de um estado de generalização mais amplo, ou seja, o processo de generalização teria que ser separado em diferentes casos. O aluno compreendeu, então, que estava em uma situação particular do caso geral procurado, manifestando o processo I-5, que consiste em compreender a extensão e os limites dos conceitos e soluções matemáticos.

O professor prossegue:

***Professor**: como poderia generalizar mais esse caso particular, em que há sequências de pares consecutivos? Dê exemplos em que haveria mais do que 1 algarismo ímpar antes da sequência de pares.*

A partir daí o aluno infere que sua conclusão valia não apenas quando se tinha um algarismo ímpar antes da sequência, mas sim que havia uma relação entre a quantidade de pares da sequência e a de ímpares que o antecedem, podendo identificar aqui novamente I-5, pois compreendeu a extensão dos limites de sua solução. Depois da reflexão, o aluno afirma:

***A1**: é possível avançar a barreira de Ps quando logo depois da barreira, se tenha o mesmo número de Is.*

Neste ponto tem-se a manifestação do processo F-2, pois reconheceu estruturas matemáticas (inclusive regularidades, relações e padrões) em problemas ou situações. É possível identificar neste mesmo ponto o processo F-7, pois este configura-se como a capacidade de compreender e explicar as relações entre a linguagem específica do contexto de um problema, ou seja, a criação do termo "barreira" e a linguagem simbólica e formal necessária para sua representação matemática, isto é, a representação deste conceito criado pelo aluno através do símbolo P. De imediato o professor interveio:

***Professor:** só se passa a barreira de Ps se tiver a mesma quantidade de Ps e Is? Analise as possibilidades.*

***A1**: se houver a mesma quantidade ou mais de ímpares antes de uma barreira de Ps, a iteração ultrapassará a barreira de Ps, do contrário, o jáera será descoberto na barreira de Ps.*

Identifica-se aqui o processo E-7, pois este consiste em fazer generalizações com base nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções.

***Professor**: considere casos um pouco mais genéricos como uma configuração que se tenha sequências de pares "diluídos" nas posições, ou seja, não estamos mais a observar a sequência de pares apenas no começo, mas em qualquer posição do número e, ainda, que essa sequência seja "transponível", pois nos casos em que é "intransponível" tudo que haverá à esquerda será inutilizado. Avalie a configuração PPIPIPIIIPPII.*

***A1**:PPIPIPIIIPPII→PPPIPIPIIIPI→PPPPIPIPIII→PPPPPIPIII→PPPPPPIII→PPPPPPII→PPPPPPI→PPPPPPP*

Assim, é possível notar que o aluno fez uso de um raciocínio correto na resolução, no entanto ele não fez a diferenciação entre número e algarismo (o professor, no começo das indagações não havia previsto esse detalhe), pois quando se faz o produto de dois naturais de 0 a 9 (em que um fator é ímpar e outro par), têm-se as opções de configuração: P, IP ou PP. Sendo assim, o aluno ao ser questionado sobre esse detalhe, percebeu que não necessariamente a resolução seria essa, mas que o exemplo resolvido por ele só daria certo nos casos em que o produto fosse sempre na configuração P. Neste ponto nota-se o processo

I-5, pois o aluno compreendeu a extensão de sua generalização. Pode-se inferir que esse equívoco surgiu na transformação da representação dos algarismos pela representação de suas propriedades como letras (P e I) indicadas pelo próprio professor. O aluno compreendeu que usar essa configuração baseadas em símbolos P e I não era precisa neste caso. A partir daí, o professor questiona se seria possível esgotar as possibilidades das configurações, para poder abranger todos os casos, recebendo uma resposta afirmativa do aluno, de forma que o mesmo trouxesse a relação organizada na tabela 1, configurando o processo E-5, que consiste em elaborar diagramas, gráficos e outras construções matemáticas e extrair informações matemáticas deles:

Tabela 1 - Organização das Configurações dos Possíveis Produtos

Produtos P	Produtos PP	Produtos IP
1x2 = 2	3x8 = 24	2x5 = 10
1x4 = 4	4x5 = 20	2x7 = 14
1x6 = 6	4x7 = 28	2x9 = 18
1x8 = 8	5x8 = 40	3x4 = 12
2x3 = 6	6x7 = 42	3x6 = 18
		4x9 = 36
		5x6 = 30
		6x9 = 54
		7x8 = 56
		8x9 = 72

Fonte: Autores baseado no registro de A1

Desta forma, o aluno avançou em mais um passo da generalização, montando uma espécie de algoritmo com as propriedades que havia descoberto:

> ***A1****: inicialmente verifica-se se o número tem "barreiras" de Ps intransponíveis. Se tiver, avalia-se a quantidade de ímpares antes da barreira, essa quantidade será a quantidade de iterações finais antes de chegar no jáera*.

O aluno avalia, também, que um ponto importante a ser observado são os algarismos que o número possui e sua sequência, justificando pela tabela construída que suas combinações é que determinarão se será adicionado à esquerda um produto P, IP ou PP, podendo identificar neste ponto o processo E-7, que se caracteriza por fazer generalizações com base nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções.

O professor finaliza esse processo provocações sobre a generalização:

> ***Professor****: quais seriam as consequências de se ter um produto P ou IP ou PP?*

> ***A1****: apenas os casos IPs complicam um pouco mais, pois os Is gerados podem ainda ser utilizados, caso não tenha nenhuma barreira impossível de passar antes deles. Nos casos em que se gera P e PP, nada se muda na contagem.*

Neste ponto é possível identificar o processo E-8, pois é caracterizado por refletir sobre discussões matemáticas, explicar e justificar resultados matemáticos.

O professor percebe que o aluno já estava cansado e encerra com uma última provocação:

***Professor**: um número jáera pode ter sido gerado de outros dois números diferentes?*

Essa pergunta versa sobre a possível correspondência biunívoca entre diferentes números iniciais e seus *jáeras*.

> ***A1**: sim, há diferentes números que levam a um mesmo jáera: 543 e 295 levam ao jáera 1. Pensei em produtos que dessem 10.*

Neste ponto é identificado o processo F-2, pois este configura-se como a capacidade de reconhecer estruturas matemáticas (inclusive regularidades, relações e padrões) em problemas ou situações, neste caso, a identificação de que não é uma relação biunívoca (este termo não foi utilizado pelo aluno, mas pelos autores como conceito de análise).

5. Discussão dos resultados

A análise dos resultados obtidos consistiu em identificar quais processos do Letramento Matemático emergem no aluno em uma situação didática em que se privilegia o protagonismo dos alunos na criação de seus próprios números, bem como a exploração das propriedades inerentes a eles. Assim, foi possível identificar que a proposta fez emergir no aluno alguns processos em determinados momentos da tarefa, os quais estão sintetizados no quadro 4:

Quadro 4 - Processos do Letramento Matemático e a Frequência Identificada

Processo Identificado	Frequência
F2 - Reconhecer estruturas matemáticas (inclusive regularidades, relações e padrões) em problemas ou situações.	3
F3 - Simplificar uma situação ou problema de maneira que seja tratável pela análise matemática.	1
F5 - Representar uma situação matematicamente utilizando as variáveis, símbolos, diagramas e modelos padronizados adequados.	1
F6 - Representar um problema de modo diferente, incluindo sua organização de acordo com conceitos matemáticos e a elaboração de suposições apropriadas.	1
F7 - Compreender e explicar as relações entre a linguagem específica do contexto de um problema e a linguagem simbólica e formal necessária para sua representação matemática	2
F9 - Reconhecer aspectos de uma situação que corresponde a um problema,	1

conceito, fato ou procedimento matemático conhecido.	
E1 - Esboçar e implementar estratégias para encontrar uma solução matemática	1
E5 - Elaborar diagramas, gráficos e outras construções matemáticas e extrair informações matemáticas deles	1
E7 - Fazer generalizações com base nos resultados de aplicação de procedimentos matemáticos para encontrar soluções	2
E8 - Refletir sobre discussões matemáticas, explicar e justificar resultados matemáticos	1
I5 - Compreender a extensão e os limites dos conceitos e soluções matemáticos	3

Fonte: autores

Com esses dados pode-se concluir que a atividade fez emergir alguns dos processos que compõem a gama de processos do Letramento Matemático avaliados pelo PISA 2015 (OCDE, 2016). Processos relacionados aos três verbos (Interpretar, Formular e Empregar) foram identificados no aluno, com destaque aos processos relacionados ao verbo "Formular", identificados com maior frequência em relação aos outros.

Infere-se que a proposta didática possui potencial em desenvolver processos matemáticos que estejam mais inclinados ao uso do Pensamento Algébrico no aluno, como generalizações e seus limites de validade e compreensão, por exemplo. Já processos relacionados a uso de recursos tecnológicos não foram contemplados pois estariam relacionados a computações mais exaustivas, que previamente não faziam parte dos objetivos da proposta. Indicamos para estudos posteriores uma análise sistemática de um possível desenvolvimento de características do Pensamento Algébrico no aluno durante a execução da atividade.

Entendemos que uma atividade como a relatada neste artigo possui traços pedagógicos que precisam ser indicados, como por exemplo o alto grau de instabilidade na previsão do professor acerca da "linha de chegada", pois trata-se de produções inéditas feitas pelos alunos, logo, as indagações aos alunos podem ser altamente potenciais ao ensino, ao mesmo tempo que podem ser possivelmente embaraçosas, como na indicação do professor para que o aluno continuasse com o uso dos Ps e Is em um ponto que não se mostrou útil, fazendo com que a rota tivesse que ser refeita.

Desta forma, propõe-se que a sequência didática criada pelo professor e descrita nesse relato passe por refinamentos a fim de mitigar essa componente da imprevisibilidade. Outro ponto de melhoria a ser destacado é a de que a proposta seja aplicada presencialmente em outras oportunidades, pois constatou-se uma dificuldade adicional de comunicação entre professor e aluno, bem como um distanciamento afetivo de aprendizagem inerente ao processo remoto.

6. Considerações finais

O desenvolvimento de um número particular dos alunos adicionado a uma investigação de propriedades mostrou-se uma proposta pedagógica de alto potencial, pois além de proporcionar o desenvolvimento de processos do Letramento Matemático nos alunos, possui em si uma estrutura maleável que permite intercambiar conteúdos específicos direcionados pelo professor. O fato dos alunos criarem o próprio objeto de estudos revelou um protagonismo do aluno levando a uma motivação nos estudos, visto que eles tiveram conhecimento do ineditismo de suas produções.

7. Agradecimentos

Agradecemos aos ex-alunos por terem se entregado à proposta, bem como autorizado a difundir suas produções.

8. Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** São Paulo: Atlas; 7ª edição, 2022.

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico. **Brasil no PISA 2015**: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros. São Paulo: Fundação Santillana, 2016.