

LIMA, Reinaldo Feio; OLIVEIRA, Paulo Cesar. UMA ANÁLISE DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADO E COORDENADO POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA ENVOLVIDOS NO ESTUDO DE PROBABILIDADE.. In: XV Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais...Manaus(AM) Universidade Federal do Amazonas, 2025. Disponível em: <https://www.even3.com.br/ebook/enem2025/1065390->

Uma análise dos registros de representação semiótica mobilizado e coordenado por licenciandos em Matemática envolvidos no estudo de Probabilidade

An analysis of the semiotic representation registers mobilised and coordinated by mathematics undergraduates involved in the study of Probability

Reinaldo Feio Lima¹ •

Paulo Cesar Oliveira²

Resumo: Essa comunicação científica é fruto de um estudo desenvolvido a partir da resolução de quatro questões envolvendo situações probabilísticas, sob duas concepções opostas; a de Laplace e de Kolmogorov. A produção escrita de 34 estudantes ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade pública do Pará foi analisada com base na teoria dos registros de representação semiótica, com o objetivo de identificar e reconhecer que representações semióticas entre registros, foram mobilizadas e coordenadas na resolução das tarefas propostas. Em termos metodológicos nos apoiamos nas fases da Análise de Conteúdo para expor os resultados da pesquisa, os quais revelaram processos de transformação dessas representações em atividades de tratamento e conversão.

Palavras-chave: Formação inicial. Avaliação externa. Educação estatística.

Abstract: This scientific communication is the result of a study based on the resolution of four questions involving probabilistic situations under two opposing conceptions: Laplace and Kolmogorov. The written production of 34 students entering a degree course in Mathematics at a public university in Pará was analysed based on the theory of semiotic representation registers, with the aim of identifying and recognising which semiotic representations between registers were mobilised and coordinated in solving the proposed tasks. In methodological terms, we used the phases of Content Analysis to present the results of the research, which revealed processes of transformation of these representations in treatment and conversion activities.

Keywords: Initial training. External evaluation. Statistical education.

1 Introdução

1 Universidade Federal do Pará • Abaetetuba, PA — Brasil • ✉ reinaldo.lima@ufpa.br

2 Universidade Federal de São Carlos • Sorocaba, SP — Brasil • ✉ paulooliveira@ufscar.br

Este artigo apresenta dados de uma pesquisa desenvolvida com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública do estado do Pará, sobre os quais investigamos os registros de representação semiótica (RRS) apresentados pelos estudantes em suas atividades matemáticas. Os resultados que serão apresentados no presente artigo são oriundos da aplicação de uma atividade sobre Probabilidade, na disciplina de Probabilidade e Análise Combinatória. A produção escrita dos estudantes foi analisada tendo como referência a teoria de Raymond Duval, com o objetivo de identificar e reconhecer que representações matemáticas, através dos registros de representação matemática, são mobilizadas e coordenadas por estudantes envolvidos com tarefas probabilísticas.

A sequência da redação deste artigo está estruturado da seguinte maneira: a primeira seção trata dos aspectos da teoria dos registros de representação semiótica; na sequência, aborda o percurso metodológico da pesquisa; em seguida, a seção se dedica a análise da produção escrita dos licenciandos à luz dos pressupostos teóricos dialogados; por fim, apresentamos as considerações finais.

2 Aspectos da teoria dos registros de representação semiótica

Nesta seção apresentamos a teoria dos registros de representação semiótica, a partir do que significa fazer e aprender matemática do ponto de vista cognitivo, em pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, sob a perspectiva de Duval (2016).

Duval (2016, p.3) parte da premissa que “fazer matemática requer compreensão em matemática”. Especificamente, no que diz respeito à Matemática escolar quando consideramos o objeto de conhecimento Probabilidade, seu fazer perpassa pela necessidade conceitual de compreensão sobre incerteza.

Para responder o que significa fazer e aprender matemática do ponto de vista cognitivo, esse autor introduziu noção de registro de representação semiótica. A manifestação dessa noção, segundo Duval (2016), precisa ser externalizada a partir da

apreensão de saberes oriundos de ações mentais. Importante enfatizar que o objeto matemático, por ter natureza abstrata, ou seja, não ser acessível perceptivamente; seu acesso se dá por meio de diferentes representações semióticas entre registros (fórmula, diagrama, entre outros), cada um com seu conteúdo e significado.

Duval (2016) alerta-nos sobre o equívoco didático da linguagem em sala de aula. Pontualmente, há duas utilizações contrárias da língua natural como registro de representação semiótica. “Para perceber isso é preciso lembrar que a língua natural é um sistema semiótico, e não um vocabulário e regras sintáticas” (Duval. 2016, p.19). Uma é a sua utilização comum e espontânea para fins de comunicação oral em sala de aula envolvendo alunos e professor em diferentes fases de uma sequência de atividades. A outra é a sua utilização na forma de argumentação escrita permeada de outras representações semióticas entre registros, como o valor numérico atribuído em atividades de cálculos probabilísticos. Nesses casos, a linguagem natural é geralmente utilizada em cooperação cognitiva com outro registro de representação, mesmo quando as explicações e os raciocínios são encaminhados em língua natural. Podemos citar como exemplo noções básicas sobre resultados de acontecimentos (certo, impossível, mais provável, mais freqüente) mensurados numa escala de zero a um, como medida da incerteza da Probabilidade.

Um sistema semiótico para ser considerado um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: a formação, o tratamento e a conversão. Em termos de formação as representações em um registro semiótico não são somente meios para evocar um objeto real, mas também para exprimir uma representação mental. As duas outras atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à *semiósis* (capacidade de absorção ou produção de uma representação semiótica de um objeto) são o tratamento que consiste em “transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação as representações iniciais” (Duval, 2009, p.36-37). Já a conversão envolve “representações

produzidas em um sistema em representações de um outro sistema, de tal maneira, que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado” (Duval, 2009, p.37).

Em amplo sentido, entende-se que os registros de representações semióticas são o resultado de uma produção pelo emprego de regra de sinais ou de símbolos, que são expressos, no caso da Probabilidade, por meio da língua natural (enunciados ou abordagem de termos probabilísticos), registro figural (tabela de dupla entrada ou de contingência, além do diagrama de árvore) e o registro simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérica (operações no cálculo da probabilidade). Esse processo de mobilização e coordenação de representações semióticas entre registros, é o resultado da exteriorização de representações mentais, dado o pressuposto de que se o indivíduo apreende saberes, ele é capaz de representar (Charlot, 2000).

3 Percorso metodológico da pesquisa

Essa investigação possui uma abordagem qualitativa (Minayo, 2004), por considerar que esse tipo de abordagem busca analisar e compreender um fenômeno social em sua complexidade, aqui denominado de fenômeno educacional (Triviños, 1987). Mais especificamente, o referido fenômeno envolveu a análise da produção escrita de 34 estudantes identificados como E01 até E34, com faixa etária de 17 a 24 anos, ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática. A fonte documental submetida ao tratamento analítico de análise foi a resolução de 3 das 4 questões propostas em sala de aula sobre objetos de conhecimento probabilístico, extraídas do Exame Nacional para o Ensino Médio (ENEM), nas edições entre 2010 e 2017.

A aplicação das questões propostas se deu no dia 25 de novembro de 2024, no período de 18:30h às 21:50h. Os estudantes foram orientados para resolver individualmente as questões e, registros de observações durante a realização das

atividades propostas em sala de aula foram depositados no diário de campo do primeiro autor, imediatamente após a aplicação das questões.

As nossas inferências sobre os registros escritos contendo a resposta correta em cada questão, foram apoiadas à luz dos procedimentos da Análise de Conteúdo constituída, segundo Bardin (2004), por um conjunto de três fases: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Na primeira fase (pré-análise) realizamos a leitura flutuante do material produzido, deixando-se invadir pelas primeiras impressões presentes nos registros do estudante, já que o intuito era a constituição do “conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (Bardin, 2004, p. 900). Já na segunda fase (exploração do material selecionado) está diretamente associada ao processo de codificação que:

[...] corresponde a uma transformação - efetuada segundo regras precisas - dos dados em bruto do texto, transformação esta que, por recorte, agregação e enumeração, permite atingir uma representação do conteúdo, ou da sua expressão susceptível de esclarecer o analista acerca das características do texto, que podem servir de índices [...] (Bardin, 2004, p. 97).

Por fim, na terceira fase (tratamento dos resultados, inferência e interpretação) agrupamos os dados, isto é, identificamos o que os registros possuam em comum e que esteja relacionado ao fenômeno investigado. Explicitado os procedimentos metodológicos de pesquisa, a discussão dos resultados será realizada na próxima seção.

4 Análise da produção escrita dos licenciandos

O enunciado da primeira questão do ENEM (2015) é: *Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?* Em termos de resolução era desejável que o estudante seja capaz de identificar e reconhecer a definição de probabilidade segundo Laplace, também concebida como concepção clássica (teórica) de probabilidade e que depende de técnicas combinatórias.

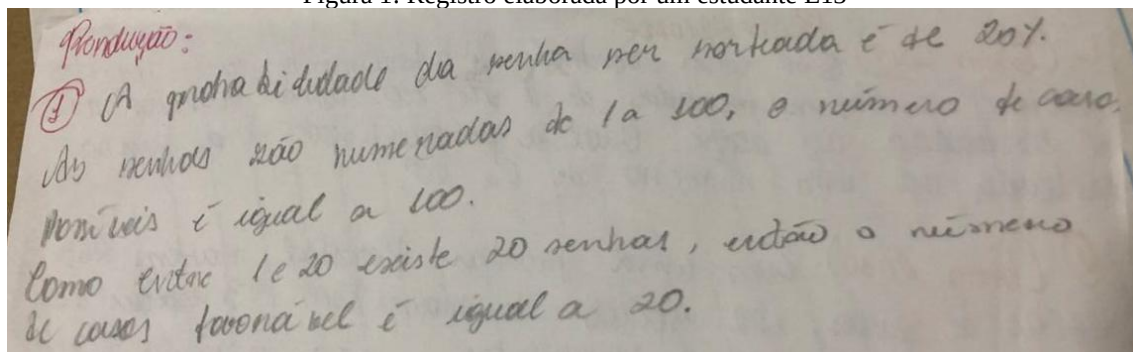
Nesta concepção, a probabilidade de um evento “A” é definida como o quociente entre o número de resultados “ $n(A)$ ” que conduz à ocorrência do evento A e “ $n(E)$ ” que denota o número total de resultados possíveis do experimento aleatório, desde que esteja explícito que todos os resultados são igualmente prováveis (Oliveira; Pereira, 2012).

Partimos do princípio que o conhecimento prévio dos estudantes contemple conceitos adquiridos sobre Probabilidade na Educação Básica, a fim de identificar os espaços amostrais. Uma possível dificuldade dos estudantes na resolução desse problema poderia estar vinculada à atividade de conversão da representação semiótica entre o registro fracionário para o registro decimal e, na sequência, do registro decimal para o percentual, no processo de desenvolvimento da resolução. Tal dificuldade, por parte dos estudantes, é evidenciada por Duval (2009) ao afirmar que os estudantes:

Não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes: a escritura algébrica de uma relação e sua representação gráfica, a escritura numérica de um relatório e sua representação geométrica sobre uma reta ou no plano, o enunciado de uma fórmula em francês e a escritura dessa fórmula sob forma literal, etc. E, de maneira mais significativa, uma tal separação persiste mesmo após, no processo de ensino, tendo sido bastante utilizados esses diferentes sistemas semióticos de representação (Duval, 2009, p.19).

Nas figuras 1 e 2 apresentamos a produção escrita proposta por dois licenciandos. A solução da figura 1 foi elaborada por um estudante E13, enquanto a da Figura 2 foi proposta pelo estudante E21.

Figura 1: Registro elaborada por um estudante E13



Produção:

1) A probabilidade da senha ser sortada é de 20%.

As senhas são numeradas de 1 a 100, o número de casas possíveis é igual a 100.

Como entre 1 e 20 existe 20 senhas, então o número de casas favoráveis é igual a 20.

Fonte: Dados da Pesquisa

Pelo registro observa-se que o estudante E13 não respondeu o problema usando diretamente a concepção laplaciana de Probabilidade, ou seja, o quociente entre o número de casos favoráveis e o total de casos. No entanto, esse licenciando recorre ao registro da língua natural, já que “a língua não é um código, mas um registro de representação semiótica” (DUVAL, 2011, p. 76).

Salienta-se que o uso estratégico da língua natural deve ser vista como um registro que merece destaque no trato com situações problemas envolvendo probabilidade. Nesse caso específico do registro elaborada por um estudante E13, a identificação do uso do registro da língua natural corrobora para obtenção da resposta, desempenhando uma função meta-discursiva da comunicação probabilística, logo, situa-se de maneira intermediária entre o teste diagnóstico proposto e sua solução (Duval, 2016).

Figura 2: Registro elaborada por um estudante E21

* Pr $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$
 ④ ($\frac{n(A)}{n(S)}$
 de :
 not Sendo $n(A)$ o valor da Probabilidade positiva e $n(S)$ o valor
 ② das Probabilidade Total do conjunto
 de
 ③ $P(A) = \frac{20}{100} = 0,2$ ou 20%

Fonte: Dados da Pesquisa

Já o protocolo escrito do estudante E21 evidencia compreensão da situação probabilística por meio da representação do algoritmo do cálculo da probabilidade, na concepção clássica. No entanto, o registro da língua natural evidencia erro quanto ao uso da palavra “probabilidade” para designar o número de elementos tanto do numerador quanto do denominador da fração 20/100.

Para quantificar a probabilidade, E21 utilizou a mobilização e coordenação da representação semiótica entre os registros fracionários, decimal e percentual. Essa

atividade cognitiva de conversão da representação semiótica também foi constatada nos registros escritos dos licenciandos E4, E10, E25, E18, E7, E32 e E19.

Em termos de dificuldades, além de constataremos o erro na conceituação dos termos que compõe a fração para expressar a quantificação da probabilidade, dada uma situação de equiprobabilidade; identificamos uma situação de fracasso escolar na atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro fracionário para decimal ou percentual, devido a apreensão conceitual sobre número racional.

Constatou-se que na passagem do registro fracionário para o decimal e do decimal para o percentual os estudantes apresentaram níveis de dificuldade semelhantes. A maioria dos colaboradores da pesquisa (em torno de 75,68%) não obtiveram êxito nas conversões nos dois sentidos, embora tenham utilizado o registro da língua natural como estratégia para a transformação da representação semiótica entre os registros envolvidos.

Aqui podemos relacionar o que Duval (2009) argumenta a esse respeito, isto é, a passagem de um registro para outro pode ser fator frequente nas mais diversas atividades matemáticas, porém, não tem nada de evidente e espontâneo para a maioria dos estudantes, inclusive aqueles de Licenciatura em Matemática.

O enunciado da segunda questão do ENEM (2015) é: *Em uma reserva florestal existem 263 espécies de peixes, 122 espécies de mamíferos, 93 espécies de répteis, 132 espécies de borboletas e 656 espécies de aves. Se uma espécie animal for capturada ao acaso, qual a probabilidade de ser uma borboleta?* Nesse enunciado, nossa hipótese era de que os estudantes apresentariam menor dificuldade por haver uma ação mais imediata de resolução, uma vez que exigiu o somatório dos valores numéricos correspondente de todas as espécies para obter o número de elementos do espaço amostral.

O evento a ser analisado diz respeito à quantidade de borboletas e, por ser uma questão que novamente envolve a noção de equiprobabilidade, houve um custo cognitivo menor para representar o valor numérico correspondente à probabilidade. O

percentual de êxito escolar nessa questão atingiu 82% dos licenciandos. O protocolo do estudante (E35) apresentado na figura 3 é um representante das soluções apresentadas pelos estudantes que obtiveram êxito na referida questão. No conteúdo dessa solução é possível verificar a atividade cognitiva da conversão de representação semiótica entre o registro na língua natural (descrição da quantidade de cada espécie) e o registro simbólico; o qual empregou o algoritmo da adição e a representação do número racional na forma fracionária e decimal.

Figura 3: Registro elaborada por um estudante E35

Handwritten student work showing a list of animal counts and two calculations for a percentage.

Q-
 Peixes = 263
 mamíferos = 132
 répteis = 93
 aves = 656
 Reunindo todas as espécies

$$\frac{1132}{2266} = 0,499$$

$$p = 0,499 \times 100$$

$$p = 49,9\%$$

$$\begin{array}{r} 263 \\ 132 \\ 93 \\ 656 \\ \hline 1132 \\ 2266 \end{array}$$

Fonte: Dados da Pesquisa

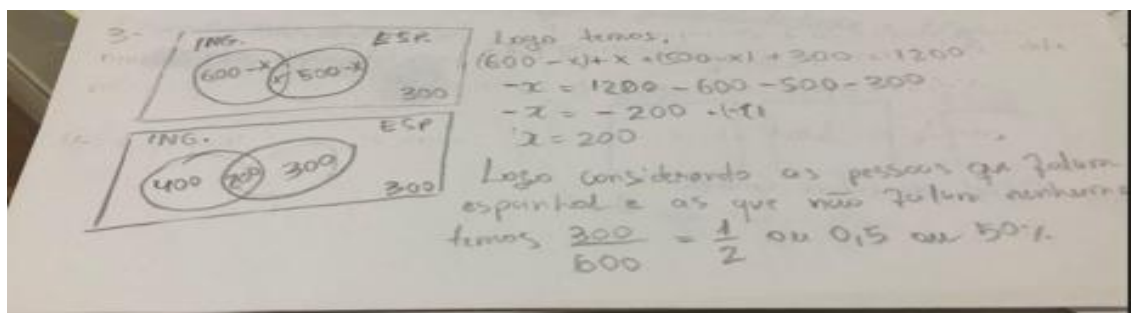
A produção escrita do referido licenciando permite-nos averiguar o domínio da concepção clássica da Probabilidade, cuja resposta contemplou a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro na forma decimal e o registro percentual (formas distintas e com significados próprios da categoria registro simbólico), sem recorrer ao uso da fórmula para cálculo probabilístico de um evento equiprovável.

Com base na análise do protocolo (figura 3) podemos reconhecer que o enunciado pode não estar associado ao conhecimento de um conteúdo matemático, e sim ao reconhecimento de um objeto matemático (Probabilidade) nas diversas representações semióticas entre registros, porém, respeitando a premissa básica de não confundir o objeto (Probabilidade) com sua representação. (Duval, 2009).

Finalmente, o enunciado da terceira questão do ENEM (2013) é: *Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e, sabendo que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?* O conteúdo dessa questão instiga o licenciando a recorrer ao uso do Diagrama de Venn, devido à concepção formal da Probabilidade, a partir do trabalho de Andrei Kolmogorov em 1933, apoiado na teoria dos conjuntos. Essa concepção também denominada de axiomática surgiu como consequência das restrições da concepção clássica, a qual impõe que os sucessos sejam equiprováveis e corresponda a um espaço amostral finito.

O êxito escolar nessa questão foi de 72,97%. Em termos de atividade cognitiva, os licenciandos optaram pela conversão da representação semiótica entre o registro da língua natural (*Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas*) para o registro figural (Diagrama de Venn), cujas informações foram veiculadas por meio do registro algébrico. A representação semiótica através do registro algébrico permitiu construir uma equação cuja igualdade foi estabelecida entre o total de alunos (1200) e a soma dos estudantes que falam somente inglês ($600-x$) mais os estudantes que falam somente espanhol ($400-x$), acrescido da quantidade de alunos que falam os dois idiomas; expresso pela incógnita (valor desconhecido a ser obtido) “ x ”. O conteúdo da figura 4, elaborado pelo licenciando E32, contém as transformações de conversão e tratamento das representações semióticas entre registros.

Figura 6: Registro elaborada por um estudante E32



Fonte: Dados da Pesquisa

A resolução da equação do primeiro grau (figura 4) envolveu uma atividade cognitiva de tratamento, que consistiu em transformar a representação algébrica apenas pelas regras próprias ao sistema simbólico, de modo a obter o número de estudantes ($x = 200$) que falam tanto o espanhol quanto inglês. Ainda quanto a resolução apresentada no protocolo da figura 4, o licenciando E32 recorreu a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro algébrico (cálculo da incógnita x) e o registro da língua natural. Recorrer ao registro da língua natural permitiu contar o número de casos favoráveis do evento “falar espanhol”, ou seja, 300 estudantes, bem como obter a contagem de elementos do espaço amostral. Nesse caso, pautado na axiomática da teoria de Probabilidade proposta por Kolmogorov, o número de elementos está associado ao fato “escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e, sabendo que ele não fala inglês”. Logo o aluno fala espanhol (300 estudantes) ou não fala nenhum idioma (300 estudantes) e, portanto, o espaço amostral é composto de 600 estudantes.

Por fim, há uma nova transformação de conversão, gerando o registro simbólico na forma de razão (número de elementos do evento dividido pelo número de elementos do espaço amostral) representada pela equivalência de frações ($300/600 = \frac{1}{2}$), forma decimal (0,5) e percentual (50%). A situação de fracasso escolar na resolução dessa questão envolveu 27,03% dos estudantes, cuja análise da produção escrita permitiu-nos identificar dificuldades na compreensão dos procedimentos utilizados para

obter o valor numérico que representa a intersecção entre os estudantes que falem as duas línguas estrangeiras, através da operação com conjuntos, no Diagrama de Venn.

5 Considerações finais

A presente pesquisa teve como princípio básico promover uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios de licenciandos. Para isso, propusemos a experiência dos licenciandos se envolverem, por um lado, com tarefas cujas concepções probabilísticas são opostas, especialmente no quesito de eventos equiprováveis. Por outro lado, privilegiamos tarefas na modalidade de problemas, cuja resolução requer a apresentação de saberes apreendidos e manifestados pela multiplicidade de representações semióticas, nas produções escritas, expostas no decorrer da redação deste texto.

A análise quantitativa, no que diz respeito às situações de êxito ou fracasso escolar no processo de resolução das questões, revelou que a porcentagem de acertos foi superior a 70%. Em termos de mobilização e coordenação das representações semióticas entre registros, as resoluções dos licenciandos revelaram o que se espera da literatura especializada, ou seja, o uso dos registros na língua natural, figural (diagrama de árvore) e o registro simbólico em suas diversas formas. Consideramos que essa multiplicidade de representações semióticas externalizadas pelos licenciandos em suas produções escritas, foi decorrente da proposta de escolher situações probabilísticas em concepções distintas, cujo processo de resolução das tarefas envolveu a identificação e reconhecimento de conceitos próprios à concepção clássica e formal no estudo de Probabilidade.

Referências

BARDIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*. 3 ed. Lisboa: Edições 70, 2004.

CHARLOT, Bernard. *Da relação com o saber*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

DUVAL, Raymond. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Tradução de Mércles Tadeu Moretti. *Revemat*, Florianópolis, v.11, n.2, p.1-78, 2016.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais* (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. *O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde*. 8. ed. São Paulo: HUCITEC, 2004.

OLIVEIRA, Paulo César; PEREIRA, Júlio César. Planejamento e delineamento de experimentos probabilísticos para o Ensino Fundamental I. *Linhas Críticas*, Brasília, v.18, n.35, p. 151-170, 2012.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. *Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em Educação*. São Paulo: Atlas, 1987.