

MORAES, Carlos Afonso Silveira; OLIVEIRA, Paulo César. Contribuições dos Registros de Representação Semiótica no desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico. *In*: PIROLA, Nelson Antonio; SANDER, Giovana Pereira; TORTORA, Evandro. **Psicologia da Educação Matemática: contribuições para o ensino da matemática escolar** (org.). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2022, p.219-248. ISBN 9786555632514.

CONTRIBUIÇÕES DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO E PROBABILÍSTICO¹

Carlos Afonso Silveira Moraes²
Paulo César Oliveira³

INTRODUÇÃO

A aquisição da linguagem probabilística na aprendizagem de conceitos relativos à probabilidade foi um elemento motivador para o projeto de pesquisa que desencadeou o relatório da pesquisa da dissertação de mestrado (MORAES, 2017) desenvolvida no âmbito Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos.

O estado da arte e história da pesquisa em educação estatística brasileira desenvolvido na tese de doutorado de Santos (2015) propiciou apropriarmos de trabalhos envolvendo o letramento probabilístico. Dentre as pesquisas, destacamos a dissertação de mestrado de Santos (2010) cujo foco foi a investigação sobre as ideias de linguagem e pensamento probabilísticos que os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental apresentavam em um contexto de resolução de problema. Um alerta da autora diz respeito à atenção que precisamos dar às palavras possibilidade e probabilidade,

as quais muitos alunos compreendem como sinônimas, assinala para uma questão um tanto quanto delicada, pois há uma relação entre os

1 Este artigo se originou das reflexões da Dissertação “Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do Ensino Fundamental”. A Dissertação foi defendida no Centro de Ciências e Tecnologia para a Sustentabilidade – UFSCar, sob a orientação do Prof Dr Paulo César Oliveira.

2 Professor efetivo da Instituição, Salto de Pirapora, São Paulo. E-mail: ca.afonso.moraes@gmail.com

3 Professor associado da Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, São Paulo. E-mail: paulooliveira@ufscar.br

seus significados, porém eles envolvem raciocínios diferentes, combinatório e probabilístico. Tal equívoco, por parte tanto do aluno como do professor, pode relacionar-se ao ensino-aprendizagem da probabilidade. Assim, presumimos, com as evidências constatadas, em relação aos equívocos apresentados, a importância do trabalho concomitante e contínuo com a análise de possibilidades (combinatória), probabilidade e estatística; além disso, cabe uma atenção especial às significações que os alunos dão aos termos probabilísticos (SANTOS, 2010, p.176).

O tratamento da linguagem probabilística em nossa pesquisa foi feito mediante o estudo de um dos elementos do componente cognitivo que compõem o modelo do letramento probabilístico, proposto por Gal (2005). Entre eles, os vários conceitos como aleatoriedade, previsibilidade e certeza, chance, entre outros. Para isto, elaboramos tarefas que valorizaram as habilidades que os estudantes já possuíam sobre esses termos utilizados em seu cotidiano.

Uma produção acadêmica envolvendo parte do material empírico dessa dissertação de Mestrado foi apresentada na forma de comunicação científica oral na segunda edição do Simpósio sobre Investigações e Práticas em Educação Matemática (MORAES, OLIVEIRA, 2016). O conteúdo desse artigo envolveu um ensaio de análise sobre a produção escrita de quatorze alunos de uma escola pública de Ensino Fundamental II, envolvidos com uma tarefa de natureza probabilística, cujo conteúdo contemplou a utilização de termos pertinentes à probabilidade.

Outro elemento do componente cognitivo proposto por Gal (2005) e valorizado no planejamento e aplicação de tarefas foram os Cálculos Probabilísticos. Neste contexto, optamos pela teoria dos registros de representação semiótica, dado o pressuposto que a mobilização e coordenação de diferentes tipos desses registros (língua natural materna, figural, simbólico, entre outros) potencializam o estudo do objeto matemático, no caso, a Probabilidade.

Apresentamos nas seções seguintes um olhar sobre os documentos curriculares vigentes, bem como a análise do livro didático adotado pelo primeiro autor em suas aulas na escola pública. A referida análise deu-se via registros de representação semiótica e conexões com o desenvolvimento do letramento probabilístico.

O ENSINO DO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O documento “Agenda para Ação” proposto pelo *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* na década de 1980, adotou a resolução de problemas como foco

da Matemática escolar. No que diz respeito aos conteúdos de Estatística, Probabilidade e Análise Combinatória nesse documento, Borba et al (2011) sugeriu que se ampliasse o espectro dos conteúdos a serem trabalhados na escolarização básica nos Estados Unidos da América, desde os anos iniciais.

A partir da publicação dos “*Principles and Standards for School Mathematics*” pelo NCTM em 2000, é esperado que os estudantes, ao longo dos 12 anos da educação básica sejam capazes de desenvolver habilidades no que concerne à Análise de Dados e Probabilidade: formular questões que possam ser respondidas por meio de coleta, organização e registro de dados; selecionar e utilizar métodos estatísticos apropriados para a análise de dados; desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados e entender e aplicar conceitos básicos de probabilidade (NCTM, 2017).

A difusão da Probabilidade, Análise Combinatória e Estatística em documentos curriculares brasileiros ocorreu inicialmente com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) por meio do bloco temático Tratamento da Informação (BRASIL, 1998) e, posteriormente com o bloco de conteúdos Análise de dados, publicado nas orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2002).

Especificamente para os anos finais do Ensino Fundamental, nos PCN é recomendável que os alunos possam aprender sobre coleta, organização e descrição de dados; leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construções dessas representações; identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos; produção de textos escritos, interpretação de gráficos e tabelas; construções de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros; obtenção e interpretação de uma média aritmética; exploração da ideia de probabilidade em situações problemas simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de sorte; utilização de informações dadas para avaliar probabilidades e identificação de possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais (BRASIL, 1998).

Em nosso país têm ocorrido ações envolvendo debates sobre o ensino e/ou aprendizagem de Estatística e Probabilidade, como foi o caso da *International Conference on Teaching Statistics (ICOTS)* que acontece a cada quatro anos em diferentes locais do mundo e, em 2006, ocorreu a sétima edição em Salvador, a capital baiana. O objetivo principal deste evento foi o de promover a oportunidade para os educadores e

profissionais de estatística de todo o mundo trocarem informações, ideias e experiências; discutirem as mais recentes inovações e pesquisas no campo do ensino de estatística; e expandirem a rede de contato entre os educadores.

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática atualmente conta com quinze Grupos de Trabalho (GT), sendo o décimo segundo, (GT12 - Ensino de Probabilidade e Estatística), criado em 2000. Nele encontram-se pesquisadores brasileiros que atuam na área de Educação Estatística, sendo que o grupo tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, visando o desenvolvimento do letramento estatístico. Para tal, a Educação Estatística utiliza-se de recursos teórico-metodológicos de outras áreas, como Educação Matemática, Psicologia, Pedagogia, Filosofia e Matemática, além da própria Estatística.

Os pesquisadores do GT12 reúnem-se trienalmente nos Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) que têm acontecido em diversos Estados do país. A sexta e última edição ocorreu em 2015.

No contexto europeu o ensino de Probabilidade e o da Estatística apresentam-se interligados e tratados por um termo específico, que é chamado de Estocástica. “Estatística e Probabilidade são duas faces de uma mesma moeda, então preferimos falar de Estocástica” (BATANERO, 2001, p.134).

Para visualizar um ensino e aprendizagem estocástica que também seja efetivo na formação de professores, Lopes (2008, p.70) fez várias prescrições. Dentre elas, destacamos que “ao estudar probabilidade e chance os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e aleatoriedade, que aparecem nas nossas vidas diariamente, particularmente na mídia”. De acordo com Azcárate (1998, p.93), a incerteza diz respeito à ocorrência dos eventos, ou seja, “sucessos que podem ou não ocorrer, sem maior análise das características do fenômeno” probabilístico. O termo chance é uma grandeza que atribuímos um grau de confiança sobre a ocorrência de determinado evento e a probabilidade é a medida desta grandeza.

Resultados de pesquisa difundidos por Pietropaolo, Silva e Campos (2015) na forma de um capítulo do livro intitulado “Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental”, obtidos a partir do Observatório da Educação (projeto de formação e pesquisa financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES)

envolvendo 23 professores de rede pública, apontaram que os docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade seja importante para ser desenvolvida no Ensino Médio quanto no Ensino Fundamental II. Estes sujeitos da pesquisa têm uma posição ainda mais restritiva; consideram a inclusão desse tema totalmente inadequada e desnecessária.

Pietropaolo, Silva e Campos (2015) apontou uma situação que se opõe às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

(...) com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. (BRASIL, 1998, p52).

É frequente o tema Probabilidade não ser estudado no Ensino Fundamental e Médio e, quando é abordado, reduzir-se à resolução mecânica de exercícios padrões na qual é suficiente aplicar uma fórmula. Entretanto, parece consenso, que a presença de fenômenos imprevisíveis em seus resultados ou manifestações é algo que faz parte do cotidiano do ser humano em suas múltiplas relações e interações (CARVALHO; OLIVEIRA, 2002).

Em termos de educação básica a dissertação de mestrado desenvolvida por Santos (2010, p.11), com o título “O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental”, revelou que o movimento de ideias probabilísticas “depende, e muito, das ações didáticas que necessitam ser realizadas com os alunos, nas escolas, uma vez que pouca ou nenhuma experiência probabilística é vivenciada e/ou observada por eles, sem que haja uma intervenção”.

A mesma autora em sua tese de doutorado, “A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora”, orientou que o processo de intencionalidade do professor no desenvolvimento e movimento de conceitos de combinatória e probabilidade produzidos “em sala de aula requer certo conhecimento pedagógico por parte do professor” (SANTOS, 2015, p.167).

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

As contribuições de Raymond Duval para o estudo dos temas de estatística e probabilidade na educação básica tem sido foco de algumas produções acadêmicas no

contexto do GEPLAM (Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de Matemática) da UFSCar (campus Sorocaba), coordenado pelo segundo autor deste relato.

Nesta seção do capítulo, apresentamos a teoria dos registros de representação semiótica, a partir do que significa fazer e aprender matemática do ponto de vista cognitivo, em pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, sob a perspectiva de Duval (2016). No decorrer dos conceitos abordados, no contexto desta teoria, recorreremos aos problemas contidos no livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental “Matemática: Imenes & Lellis” (IMENES; LELLIS, 2012) utilizado em nossas aulas para estabelecer interlocuções com os registros de representação semiótica.

Duval (2016, p.3) parte da premissa que “fazer matemática requer compreensão em matemática”. Para responder o que significa fazer e aprender matemática do ponto de vista cognitivo, esse autor introduziu noção de registro de representação semiótica. A manifestação desta noção, segundo Duval (2016), surgiu da análise do ponto de vista cognitivo do aluno na atividade e no pensamento matemático desenvolvido em resolução de problemas.

Para analisar o pensamento e a atividade matemática desenvolvida pelos alunos foi necessário considerar três características: “essas produções são semióticas, representações de objetos que não são acessíveis perceptivamente, mas apenas semioticamente”. Além disso, “temos de introduzir a noção de ‘registro’, um sistema semiótico cujo poder para criar novas representações semióticas é ilimitado” (DUVAL, 2016, p.4).

Tomando por base o livro didático “Matemática: Imenes & Lellis” que contém o manual do professor, extraímos a tarefa 30 envolvendo um contexto estatístico para o 9º ano do Ensino Fundamental para exemplificar uma forma de representação semiótica para o objeto estatístico estimativa de uma população.

Para preservar as espécies animais, é necessário controlar sua população. E como calcular, por exemplo, a população de micos-leões-de-cara-dourada de uma floresta?

Um método estatístico usado nesse caso é:

*capturam-se alguns exemplares (suponha 60);

*todos eles são marcados (com alguma tinta não tóxica, por exemplo);

*depois, eles são soltos e, após certo tempo, faz-se uma nova captura (suponha 60 outra vez).

Agora é com você: se, na segunda captura, 14 dos 60 micos-leões-de-cara-dourada estavam marcados, qual é, aproximadamente, a população desses animais? (IMENES; LELLIS, 2012, p.113)

O problema está enunciado na forma de um registro de língua natural cuja resolução demanda uma mudança de registro (conversão) transcrita a seguir: “Resolve-se a equação $60/x = 14/60$ obtendo-se $x = 257$ ” (IMENES; LELLIS, 2012, p.113)

A resolução levou em conta um sistema semiótico simbólico cuja representação semiótica utilizada foi a algébrica, a partir da resolução do algoritmo da regra de três elaborado para grandezas diretamente proporcionais.

A noção de registro se impõe quando se trata de ensinar matemática, pois é desejável que os jovens atinjam uma “plena autonomia intelectual e, desse jeito, a uma plena confiança em suas capacidades não só de resolver problemas, mas de propô-los” (DUVAL, 2016, p.15). Há três razões para esta imposição:

- a) o estudo da atividade matemática sob o ponto de vista epistemológico. Os objetos matemáticos são unicamente acessíveis por meio da produção de representações semióticas;
- b) o estudo da atividade matemática sob o ponto de vista cognitivo. A análise cognitiva da atividade matemática é a análise de todas as mudanças de registro (conversão) que são constantemente requisitadas explícita ou implicitamente para que se possa compreender matemática;
- c) equívoco didático da linguagem em sala de aula. De acordo com Duval (2016, p.19) há duas utilizações contrárias da língua natural como registro de representação semiótica. “Para perceber isso é preciso lembrar que a língua natural é um sistema semiótico, e não um vocabulário e regras sintáticas”. Uma é a sua utilização comum e espontânea para fins de comunicação oral em sala de aula envolvendo alunos e professor em diferentes fases de uma sequência de atividades. A outra é a sua utilização matemática para fins de tratamento nas produções escritas para formular definições, para deduzir, a partir de propriedades dadas de outras propriedades utilizando teoremas, entre outros casos. Neste caso, na matemática, a linguagem natural é geralmente utilizada em cooperação cognitiva com outro registro de representação, mesmo quando as explicações e os raciocínios são encaminhados em língua natural.

Apresentamos a seguir um problema do livro “Matemática: Imenes & Lellis” para o 9º ano do Ensino Fundamental que exemplifica a situação que acabamos de abordar:

Na loteria conhecida como Mega Sena, a probabilidade de um apostador fazer a sena (isto é, acertar os seis números sorteados) com apenas uma aposta, é aproximadamente $1/50.000.000$. Se você lançar

uma moeda 20 vezes seguidas, a chance de todas as vezes o resultado ser cara é aproximadamente $1/1.000.000$.

- a) É mais fácil ganhar na Mega Sena com uma aposta ou obter cara 20 vezes em 20 lançamentos?
- b) É verdade que a probabilidade de ganhar na Mega Sena com uma com uma só aposta é 50 vezes a probabilidade de obter cara 20 vezes em 20 lançamentos? Se não é verdade, qual é a relação entre as probabilidades citadas? (IMENES; LELLIS, 2012, p.114)

A resposta dos dois itens deste problema envolve um tratamento que é uma transformação de representação interna a um registro, no caso a língua natural como registro de partida e de chegada. No entanto, neste problema a linguagem natural é utilizada em cooperação cognitiva com o registro numérico, no momento de comparar as duas frações que expressam as referidas probabilidades.

Na lateral desse livro didático, os autores apresentam a seguinte resolução para o problema:

Um dos objetivos dessa questão simples é mostrar como é difícil ganhar na loteria mais popular do país.

- a) É mais fácil obter *cara* 20 vezes em 20 lançamentos.
- b) A probabilidade de obter *cara* 20 vezes em 20 lançamentos é, aproximadamente, 50 vezes a de ganhar na Mega Sena com uma só aposta. (negrito e itálico dos autores) (IMENES; LELLIS, 2012, p.114)

Um sistema semiótico para ser considerado um registro de representação semiótica, ele deve admitir três atividades cognitivas: a formação, o tratamento e a conversão. Em termos de formação as representações em um registro semiótico não são somente meios para evocar um objeto real, mas também para exprimir uma representação mental. As duas outras atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas à semiósis (capacidade de absorção ou produção de uma representação semiótica de um objeto) são o tratamento que consiste em “transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação as representações iniciais” (DUVAL, 2009, p.36-37) e a conversão das “representações produzidas em um sistema em representações de um outro sistema, de tal maneira, que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado” (DUVAL, 2009, p.37).

As conversões, na perspectiva de Duval (2009), podem se apresentar de duas formas: como conversões congruentes ou como conversões não congruentes. Para verificar a congruência de uma conversão, devem ser analisados três critérios: a) a possibilidade de uma correspondência semântica entre os elementos significantes, dada a

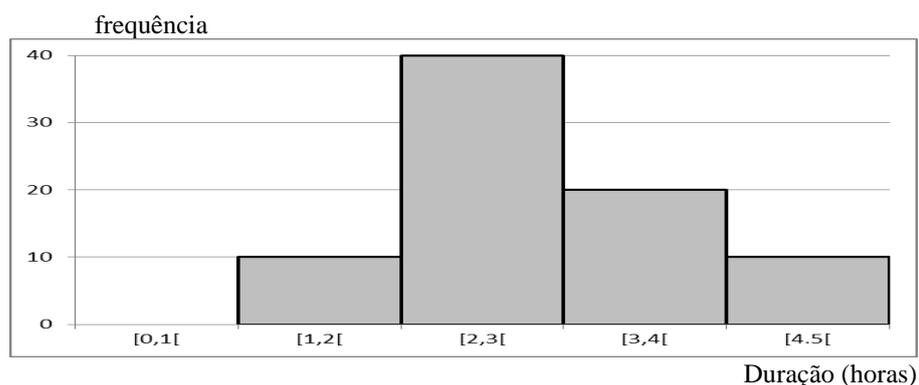
partir da associação de cada unidade do significante da representação de partida com cada unidade do significante da representação de chegada;

b) a univocidade semântica é dada quando cada unidade significativa da representação de saída corresponde a uma só unidade significativa do registro de chegada;

c) a ordem dentro da organização das unidades de composição de cada uma das duas representações, ou seja, a mesma arrumação das unidades quando as representações são comparadas.

A seguir apresentamos um problema envolvendo gráfico estatístico do livro didático “Matemática: Imenes & Lellis” para o 9º ano do Ensino Fundamental, sobre o qual a congruência de uma conversão satisfaz os três critérios citados.

A duração das pilhas elétricas de certa fábrica era desconhecida. Por isso, uma amostra da produção foi testada. O gráfico mostra as frequências das durações, ou seja, quantas pilhas duram de 0 até 1 hora, quantas duram de 1 até 2 horas etc. A indicação $[1,2[$ significa uma duração de 1 hora até 1h59min (exclui-se a duração de 2h); as outras indicações são similares.



Qual das sentenças está de acordo com o gráfico?

- A maioria dessas pilhas dura 2 horas ou mais.
- A probabilidade de uma dessas pilhas durar 3 horas ou mais é desprezível.
- É muito provável essas pilhas durarem menos que 30 minutos.
- Cerca de 3 ou 4 pilhas duraram 40 minutos.
- A produção dessas pilhas vem diminuindo. (IMENES; LELLIS, 2012, p.117)

Nesta tarefa cada unidade do significante da representação de partida (intervalos de duração das pilhas) corresponde com uma única unidade do significante da representação de chegada (frequência de duração das pilhas), dada a ordem de disposição de cada intervalo de duração no eixo horizontal do gráfico.

A transparência entre o registro de representação final e inicial contribui no custo cognitivo da atividade mental requerida do aluno que, nesse caso, restringe a interpretação das informações contidas no gráfico.

O exemplo a seguir diz respeito ao fenômeno de não-congruência. Trata-se do problema 19 extraído do livro didático “Matemática: Imenes & Lellis” para o 9º ano do Ensino Fundamental:

Dentro de um saco há 3 bolas pretas, 5 bolas brancas e 10 bolas amarelas. As bolas são iguais em tudo, exceto na cor. Vou sortear uma bola sem olhar, ao acaso.

- a) Qual a probabilidade de a primeira bola sorteada ser preta?
- b) E a probabilidade de ser branca?
- c) E a probabilidade de não ser amarela?
- d) E a de ser branca ou preta? (IMENES; LELLIS, 2012, p.107)

A medida da probabilidade, dada a ocorrência de determinado evento aleatório (esse livro didático não aborda a aleatoriedade), deve-se considerar que “ se existem várias possibilidades, todas com mesma chance de ocorrer, a probabilidade de ocorrer uma ou mais possibilidades é dada pela razão: (número de casos favoráveis)/(número total de possibilidades)” (IMENES; LELLIS, 2012, p.102)

Os três critérios de congruência não são satisfeitos quando deparamos com a resolução de cada item do problema. Para o cálculo da probabilidade é necessário obter o número total de possibilidades que no caso, diz respeito à soma do número de bolas de cada cor, totalizando 18 bolas.

No item ‘a’, não há possibilidade de uma correspondência semântica entre os elementos significantes, pois a unidade do significante da representação de partida (3 bolas pretas) não corresponde semanticamente a unidade do significante da representação de chegada que é expressa pela razão $3/18 = 1/6$. O mesmo ocorre com o item ‘b’, cuja resposta esperada é $5/18$.

Já para o item ‘c’ destacamos a ausência da conservação da univocidade semântica terminal, uma vez que a expressão “não ser amarela” (unidade significante da representação de saída) corresponde às cores pretas e brancas (unidade significante da representação de chegada).

O mesmo problema ocorre com o item ‘d’, pois a expressão “ser branca ou preta” (unidade significante da representação de saída) associa-se à união de eventos, cujo cálculo de probabilidade envolve a soma de cada uma das probabilidades de cada cor de bola, gerando como resposta $3/18 + 5/18 = 8/18 = 2/9$ (unidade significante da representação de chegada).

Para o estudo da probabilidade é desejável a mobilização e coordenação do registro da língua natural materna (conteúdos dos enunciados ou abordagem de termos probabilísticos), registro figural (tabela de dupla entrada ou de contingência, além do

diagrama de árvore) e registro simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérica (cálculo da probabilidade).

Estudos feitos no GEPLAM que contribuíram para a dissertação “Letramento probabilístico: um olhar sobre as Situações de Aprendizagem do Caderno do Professor”, que envolveu a análise das tarefas sobre o tema Probabilidade contidas no material de apoio (Caderno do Professor) ao Currículo do Estado de São Paulo para a 2ª série do Ensino Médio, desenvolvida por Custódio (2016), revelou que a conversão do registro na língua natural para o registro numérico, em detrimento do uso de outros registros de representação semiótica como o registro figural na forma do diagrama de árvore, foi decorrente da ausência de conexões entre o raciocínio combinatório e probabilístico.

A ausência de tarefas que poderiam exigir o tratamento do registro de língua natural em tarefas envolvendo o uso do vocabulário próprio da probabilidade (chance, aleatório, provável, entre outros termos), segundo Custódio (2016) também comprometeu a aquisição da linguagem probabilística.

O uso do registro gráfico no estudo da probabilidade é um recurso de representação semiótica que pode promover conexões com a estatística e a análise combinatória, contribuindo para o desenvolvimento do letramento estatístico no que diz respeito à leitura e interpretação das informações obtidas em pesquisas estatísticas (CUSTÓDIO, 2016).

Custódio (2016) recomendou que a mobilização e coordenação desses registros de representação semiótica, podem promover conexões entre combinatória (contagem), estatística e probabilidade, contribuindo no desenvolvimento do letramento probabilístico e estatístico dos estudantes.

No planejamento e aplicação das tarefas no decorrer do percurso metodológico da nossa pesquisa com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, acatamos as recomendações de Custódio (2016) para avaliar as ideias apresentadas pelos alunos em suas atividades envolvendo as referidas conexões.

A seguir apresentamos como estamos concebendo o letramento, em especial o probabilístico e estatístico sob a perspectiva do Iddo Gal (2002, 2005, 2012).

DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO E PROBABILÍSTICO

Antes de abordamos o letramento no contexto estocástico (termo europeu que contempla as inter-relações entre a estatística e probabilidade), é importante apresentarmos formalmente o conceito de letramento.

Kleiman (2005, p.19) apresenta de forma sucinta que “o letramento está relacionado com os usos da escrita em sociedade e com o impacto da língua escrita na vida moderna”. Para complementar esta definição, a autora apresenta em seu livro “Preciso ensinar letramento? Não basta ensinar a ler e escrever?”, o surgimento do conceito até suas contribuições para o ensino da língua escrita, em geral, e da leitura, em particular. Neste percurso, Kleiman (2005, p.22) relata-nos que emergiu na literatura especializada o termo letramento como práticas sociais de uso da escrita, as quais refletiam “nas transformações das práticas letradas tanto dentro quanto fora da escola, lembrando que aí estão incluídas as tecnologias da escrita”, como o acesso a internet.

Para ampliar nosso conhecimento sobre letramento buscamos a contribuição em Fiorentini (2009), que é por ele enfatizada.

[...]exploração, na prática escolar, de textos ou informações veiculados por diferentes mídias e que contemplam diferentes práticas sociais, tais como jornais, revistas, livros, internet, catálogos, panfletos, propagandas, contratos, orientações e informações sobre produtos e equipamentos. Essas orientações e informações geralmente demandam conhecimentos científicos, matemáticos[...] (FIORENTINI, 2009, p.11)

Em todas as esferas da vida, dispomos e mobilizamos diferentes práticas de letramentos para que possamos interagir e sobreviver. Na escola há prioritariamente a preocupação com um tipo de prática de letramento, a alfabetização, ou seja, o processo de aquisição de códigos (alfabético, numérico), geralmente concebido em termos de uma competência individual necessária para o sucesso e promoção na escola (KLEIMAN, 1995). Porém nessa instituição, formada por sujeitos com suas identidades individuais compondo um coletivo, outros tipos de práticas de letramento também emergem.

Essa multiplicidade de práticas são constituintes, não somente de um tipo de letramento, mas sim de “letramentos”. Nesse sentido, apoiamos em Buzato (2007, p.153), sobretudo quando este autor defende que “letramentos são práticas sociais, plurais e situadas, que combinam oralidade e escrita de formas diferentes em eventos de natureza diferente, e cujos efeitos ou consequências são condicionados pelo tipo de prática e pelas finalidades específicas a que se destinam[...]”.

Inserir o sujeito em um mundo letrado, que também é matematicamente letrado, é propiciar que ele “desenvolva saberes e práticas de leitura, escrita e interpretação e

tratamento crítico da informação – com compreensão e sentido para si e para a sua vida social e cultural com os outros e com o mundo” (FIORENTINI, 2009, p.11).

Nesse mundo letrado, vamos abordar as especificidades de tratamento do letramento estatístico e probabilístico, mais especificamente para os anos finais do Ensino Fundamental.

Para que o aluno possa desenvolver saberes e práticas de leitura, escrita e interpretação e tratamento crítico da informação, fatores como o conhecimento prévio que o estudante já detém, como um grau de vocabulário pertinente à linguagem probabilística, afetam a forma de julgamento quando se trata de fenômenos aleatórios. Com relação ao letramento probabilístico, Gal (2005, 2012) afirmou que os estudantes devem se familiarizar com as diferentes formas de cálculo da probabilidade de um evento, para que, desta maneira, possam entender as afirmações probabilísticas feitas por outras pessoas, gerar estimativas sobre a probabilidade de eventos e ter condições de se comunicar adequadamente.

Nestas condições, para avaliar se um aluno atingiu o letramento probabilístico, Gal (2005) propôs um modelo composto por elementos cognitivos e de disposição (atitudes do estudante em relação ao conhecimento: criticidade, crenças e atitudes e sentimentos pessoais).

Em nossa pesquisa valorizamos a análise dos elementos cognitivos pelo fato de partimos da análise da mobilização e coordenação dos registros de representação semiótica como forma de contribuir no desenvolvimento desse tipo de letramento:

Quadro 1: Elementos Cognitivos do modelo de Iddo Gal

Grandes Ideias: variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza.
Cálculos Probabilísticos: formas de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.
Linguagem: Os termos e os métodos utilizados para comunicar resultados probabilísticos.
Contexto: compreensão do papel e dos significados de mensagens probabilísticas em diferentes contextos.
Questões críticas: reflexões sobre assuntos no contexto de Probabilidade.

Fonte: Gal (2005, p.51, tradução nossa)

Assim como recorreremos aos problemas contidos no livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental “Matemática: Imenes & Lellis” (IMENES; LELLIS, 2012) para discutir registros de representação semiótica, de forma semelhante, vamos discutir sobre o conteúdo dos elementos cognitivos propostos por Iddo Gal. Apresentamos a seguir lacunas que julgamos relevantes para a aprendizagem da probabilidade e suas conexões com a estatística, levando em conta o que já foi analisado dos quatro volumes (6º ao 9º

ano) desse livro didático, por Soares (2014) em sua tese de doutorado intitulada ‘Uma análise sobre as atividades de probabilidade propostas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental’.

A abordagem de grandes ideias corresponde à apropriação de tópicos fundamentais para a compreensão do conceito de probabilidade. Em relação ao conceito de aleatoriedade concordamos com Soares (2014, p. 101), no livro didático ‘Matemática: Imenes & Lellis’ não há prioridade em discutir aleatoriedade, “talvez por a considerarem um conceito óbvio, que não requer análise nesse estágio do ensino” (anos finais do Ensino Fundamental).

De acordo com Lopes (2003, p.74), “a aleatoriedade refere-se sempre ao que é incerto, ao que depende da sorte ou do azar. E este último é a suposta causa dos sucessos não devidos a uma necessidade natural, a uma intervenção, humana ou divina, intencionada”. Nessa situação, defrontamos com o fenômeno da imprevisibilidade, fundamental na ideia de aleatoriedade, cuja chance de ocorrência de um evento aleatório oscila em uma escala do menos ao mais provável, tomando por base os extremos: evento certo e impossível.

Em relação aos cálculos probabilísticos, em particular no volume do 9º ano do livro didático ‘Matemática: Imenes & Lellis’, concordamos com Soares (2014) que as formas de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos foram feitas via concepção clássica (dado um evento aleatório em que todas as possibilidades têm a mesma chance de ocorrência, a probabilidade é expressa como a razão entre o número de possibilidades de ocorrência do evento e o número total de possibilidades) e frequentista (a probabilidade é estimada por meios estatísticos, ou seja, pela frequência de ocorrência de determinada evento, mantida as mesmas condições de realização do experimento).

O terceiro elemento refere-se ao domínio da linguagem probabilística. Destacamos que no capítulo 5 do livro didático ‘Matemática: Imenes & Lellis’ para o 9º ano, na seção ‘Para começar bem’, destacamos o seguinte fragmento de texto: “vamos recordar apenas duas situações relativas à noção de **chance**. (Em matemática, prefere-se dizer **probabilidade** em vez de chance).” (grifos dos autores do livro didático) (IMENES; LELLIS, 2012). Os autores desse livro didático apoiam-se na matemática para tratar probabilidade e chance como palavras sinônimas. No nosso caso, especificamente na seção 2.1, no que diz respeito à apropriação da linguagem probabilística, estamos tratando o termo chance como uma grandeza que atribuímos um grau de confiança sobre a ocorrência de determinado evento e a probabilidade a medida desta grandeza.

Gal (2005, 2012) recomendou que conexões entre os elementos cognitivos ‘grandes ideias’ e ‘linguagem’ contribuem significativamente para que os alunos possam representar e comunicar resultados probabilísticos adequadamente. Na dissertação de Mestrado e tese de Doutorado de Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (2010, 2015), no que tange à reflexão e a apropriação da linguagem probabilística em alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, percebeu dentre outros resultados, que os alunos possuem a ideia de que os termos probabilísticos expressam as chances dos acontecimentos a eles relacionados e que alguns desses termos exprimem valores quantitativos exatos da probabilidade envolvida, como, as palavras ‘impossível’, ‘certo’, ‘sem-dúvida’. Por outro lado, palavras como ‘pode ser’, ‘se espera que’ exprimem valores mais flexíveis de probabilidade.

O quarto elemento do modelo de Gal (2005, 2012) refere-se ao contexto em que as mensagens probabilísticas se apresentam. Em relação ao livro didático ‘Matemática: Imenes & Lellis’ para o 9º ano, concordamos com Soares (2014, p.100), que o tratamento da probabilidade ocorre com “bons contextos para desenvolver os conceitos de amostra e população e para fazer previsões”. A seguir, destacamos um problema ilustrativo desta avaliação sobre um bom contexto:

Um novo remédio foi testado estatisticamente da seguinte maneira:

*100 pessoas tomaram o remédio, das quais 42 obtiveram melhora dos sintomas;

*100 pessoas tomaram pílulas de farinha, embora pensassem que estavam tomando o remédio; dessas pessoas, 39 obtiveram melhora em seus sintomas.

De acordo com esses dados, você diria que o remédio é eficaz? Escreva algumas linhas dando sua opinião, justificando-a com base na probabilidade de uma pessoa melhorar tomando ou não o remédio. (IMENES; LELLIS, 2012, p.108)

O bom contexto justifica-se pelo fato de que a probabilidade está interligada à estatística, por meio da constituição de uma amostra. Na lateral da p.108 do referido livro didático, destacamos o que os autores almejam em termos de competências e habilidades para redigir a resposta: “embora a resposta seja pessoal, espera-se aqui um pouco de bom-senso. A probabilidade de melhorar com o remédio é 42% e sem o remédio é 39%. A diferença é tão pequena que não se pode ter certeza da eficácia do remédio”. (IMENES; LELLIS, 2012, p.108)

Finalmente, as questões críticas (último elemento cognitivo) envolvem especialmente a emissão de julgamentos por parte dos alunos em problemas relacionados com o contexto do conceito de probabilidade. O livro didático ‘Matemática: Imenes &

Lellis' para o 9º ano faz uma abordagem interessante sobre pesquisa estatística promovendo discussões relevantes sobre população e amostra. Extraímos deste material um conjunto de informações que instiga questões sobre os cuidados para não gerar uma amostra viciada.

A seção denominada 'Estatística' iniciou-se com um contexto em que a crença é desmentida pela estatística: os adolescentes consideram “seus pais ultrapassados, injustos e carentes” (IMENES; LELLIS, 2012, p.108). Um estudo realizado por Tania Zagury com 943 estudantes de ambos os sexos, com idades entre 14 e 18 anos, de várias regiões do Brasil e de diferentes grupos econômicos. A partir dos resultados obtidos pelas respostas de 104 questões aplicadas a cada um desses alunos, essa pesquisadora revelou que “mais de 80% dos adolescentes acham que seus pais os respeitam (mesmo quando são preocupados demais). (...) Será que é seu caso também? Será o caso de sua turma de 9º ano?” (IMENES; LELLIS, 2012, p.109).

Os autores desse livro didático propuseram reaplicar a pesquisa de Tania Zagury com os alunos de determinada turma de 9º ano do Ensino Fundamental. O objetivo desta tarefa foi verificar

[...] se há razoável concordância entre os dados obtidos por Tania Zagury e os dados obtidos em sala de aula. Não há certeza de que isto aconteça, porque os integrantes de uma turma escolar normalmente pertencem a um mesmo grupo social, habitam bairros de uma mesma região, em suma, têm características sociais, econômicas e culturais similares, o que torna uma **amostra viciada**, que pode se afastar da média nacional. (grifos dos autores) (SÃO PAULO, 2012, p.112).

Apesar de abordarmos cada elemento cognitivo separadamente, Gal (2005, 2012) esclarece que o desenvolvimento do letramento probabilístico é dinâmico e depende das conexões entre os seus diversos elementos.

Dedicamos na próxima seção complementar a análise do livro didático “Matemática: Imenes & Lellis”, para o 9º ano do Ensino Fundamental, destacando aspectos para além ou não daquilo que já relacionamos com os aportes teóricos descritos, ou seja, os registros de representação semiótica e o letramento probabilístico.

ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO: ASPECTOS COMPLEMENTARES

Os quatro volumes do livro didático 'Matemática Imenes & Lellis' voltado para os anos finais do Ensino Fundamental, dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis da Editora Moderna, de acordo com o Programa Nacional do Livro Didático de 2014, caracteriza-se pela abordagem equilibrada de conceitos, algoritmos e procedimentos e por

favorecer o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos. Sua linguagem é clara e a apresentação dos conteúdos é acompanhada por justificativas acessíveis aos alunos (BRASIL, 2013).

Especificamente, em relação ao capítulo 5, intitulado de “Estatística, chances e possibilidades”, o mesmo foi dividido em três etapas de abordagem dos conteúdos: a primeira “Contando Possibilidades”, a segunda “Probabilidade ou Chance” e a terceira “Estatística”. No decorrer desse capítulo, são oferecidos 38 problemas e 11 supertestes.

A primeira etapa “Contando Possibilidades”, iniciou com o seguinte exemplo: “Imagine bandeiras com 4 faixas horizontais, cada uma com uma cor, escolhida entre amarelo, azul, vermelho e cinza. Sem repetir nenhuma cor, quantas bandeiras diferentes podem ser desenhadas?” (IMENES; LELLIS, 2012, p.97) Para a resolução, primeiramente, foi utilizada a árvore de possibilidades e o raciocínio multiplicativo. Esta etapa contém 12 problemas, porém nenhum deles estabelece conexões com a probabilidade.

A segunda etapa “Probabilidade ou Chance” envolveu os seguintes tópicos:

- a) Abordagem de eventos equiprováveis, ou seja, aqueles em que todos os elementos têm a mesma chance de serem sorteados. Foi apresentado o seguinte exemplo: “Imagine que você lance dois dados honestos. Qual é a probabilidade de se obter o número 6 em ambos os dados?” (IMENES; LELLIS, 2012, p.103). Nessa concepção de probabilidade (clássica) também é comum o seu cálculo como a razão entre o número de casos favoráveis pelo número total de possibilidades, envolvendo outros objetos fisicamente simetrizáveis como o lançamento de moeda, extração de cartas de um baralho e extração de bolas idênticas, exceto na cor;
- b) Cálculo de probabilidade com base em informações estatísticas. Neste caso, é apresentado no livro um exemplo envolvendo a probabilidade de furto de veículos que é utilizado pelas seguradoras para definir o preço dos seguros de veículos;
- c) Cálculo da probabilidade frequentista, ou seja, uma probabilidade obtida pela análise da frequência de ocorrência de determinado evento. No livro há exemplos desta concepção probabilística no qual é preservada a equiprobabilidade na realização do experimento:

Lance um dado 24 vezes e anote quantas vezes foram obtidos 5 pontos.
Calcule a chance estatística de obter 5 (isto é, a razão entre o número

de sucessos e o número de lançamentos), compare com a chance teórica e escreva suas conclusões.

Agora; lance um dado 60 vezes e refaça as comparações. O aumento no número de lançamentos aproximou a chance estatística da chance teórica? Registre suas conclusões. (IMENES; LELLIS, 2012, p.105)

Ainda com relação ao lançamento de um dado, é proposto outro experimento no qual se rompe a equiprobabilidade, ou seja, a chance não é igual para todos os resultados:

Cole pedacinhos de fita adesiva sobre a face que marca 5 pontos, causando uma saliência **bem sensível** sobre ela. Essa modificação deve alterar as chances de todos os resultados. Em particular, a chance teórica e se obter 5 torna-se desconhecida. Ela será obtida experimentalmente: faça 60 lançamentos e tire suas conclusões. (IMENES; LELLIS, 2012, p.105)

Vale lembrar que já abordamos o fato dos autores do livro didático utilizarem a palavra chance como sinônimo de probabilidade. Neste sentido, o termo ‘chance estatística’ diz respeito à probabilidade frequentista e a ‘chance teórica’ diz respeito à probabilidade clássica.

Essa etapa do capítulo 5 do livro didático contém 15 problemas, envolvendo baralhos, dados honestos, saco com bolas, senhas bancárias, informações estatísticas e moedas. Nesse conjunto de problemas há conexões entre os processos de contagem inclusive com o incentivo de trabalhar o diagrama de árvores, os cálculos probabilísticos e a estatística.

Na última etapa intitulada ‘Estatística’ foi abordada a definição de população, amostra, amostra viciada e discussões sobre a confiabilidade das pesquisas estatísticas. São disponibilizados 10 problemas cujo conteúdo contempla pesquisas eleitorais, preferência por canais de TV, população de animais em uma floresta, jogos de azar (megasena), durabilidade de pilhas, estimativa do número de árvores em um bosque. Destes problemas, oito envolveram a utilização de amostras estatísticas e dois problemas demandaram o cálculo de probabilidade a partir do relato de dois experimentos aleatórios.

O PRODUTO EDUCACIONAL: A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática a seguir contém tarefas que privilegiou a linguagem probabilística, probabilidade clássica e frequentista, análise combinatória e estatística. O uso do registro gráfico no estudo da probabilidade é um recurso de representação semiótica que pode promover conexões com a estatística e a análise combinatória,

contribuindo para o desenvolvimento do letramento estatístico no que diz respeito à leitura e interpretação das informações obtidas em pesquisas estatísticas.

1) No nosso cotidiano muitas situações são de natureza aleatória; isto quer dizer que podemos fazer previsões sobre os acontecimentos.

a) Conte sobre um acontecimento que você julga ser de natureza aleatória.

b) Por que o seu acontecimento é de natureza aleatória?

c) Que palavras você considera adequada para formular frases que expressam previsões sobre um determinado acontecimento?

2) Leia o fragmento da notícia extraída do site <http://g1.globo.com/sao-paulo/sorocaba-jundiai/noticia/2016/07/moradores-de-sorocaba-relatam-forte-estrondo-e-tremores-em-bairros.html> na data de 29/07/2016:

Moradores de Sorocaba relatam 'forte estrondo' e tremores em bairros

Um "forte estrondo" assustou os moradores de alguns bairros de Sorocaba (SP) na tarde de quinta-feira (28). De acordo com comentários feitos em redes sociais, um barulho foi ouvido e tremores relatados em diversos locais e até outras cidades da região, como Salto de Pirapora e Araçoiaba da Serra, por volta das 15h. Segundo a Defesa Civil, nenhum chamado foi registrado e nenhum dano relatado por moradores. Os bombeiros receberam uma ligação do bairro Éden, em Sorocaba, mas também não há relatos de vítimas.

Você considera esta situação de natureza aleatória? Por que?

3) Considere o lançamento de dois dados, um de cada vez, e a respectiva soma dos valores das faces superiores. Se o professor convidar você para lançar esses dados, um de cada vez, em vinte jogadas, qual soma você acha que vai repetir mais vezes? Por que?

4) Sem jogar dados, é possível listar todas as possibilidades dos lançamentos de dois dados, um de cada vez, e a respectiva soma dos valores das faces superiores. É importante adotar um procedimento para organizar a lista de todas as possibilidades.

5) A aposta que você fez na **tarefa 3** coincidiu com o resultado obtido na **tarefa 4**? O que você concluiu sobre esse acontecimento?

6) Proponho agora que você aceite o convite do professor feito na **tarafa 3**. Faça as vinte jogadas e liste todos os resultados obtidos, bem como as respectivas soma dos valores das faces.

7) Observe os seus registros feitos na **tarafa 4 e 6**. Elabore um relatório sobre suas conclusões.

8) Dentro de um saco de cor preta, foram colocadas 2 bolas pretas com identificação P_1 e P_2 , 1 bola branca e 3 bolas amarelas com identificação A_1 , A_2 e A_3 . As bolas são idênticas, exceto na cor. Vou sortear duas bolas, uma de cada vez, sem devolução para o saco.

a) O que é mais provável de ocorrer: extrair duas bolas de mesma cor ou de cores diferentes? Por que?

b) Qual a probabilidade de extrairmos uma bola branca e outra preta?

c) Qual a probabilidade de extrairmos uma bola preta e outra amarela?

d) Para você conferir as respostas anteriores, sugiro elaborar a lista de todas as possibilidades. Convido você para organizar as possibilidades por meio de um diagrama de árvores. Faça um relatório sobre o seu desempenho nesta tarefa.

9) Quando jogo quatro moedas, uma de cada vez, há 16 resultados possíveis.

a) Vamos listar cada uma destas possibilidades, indicando cara por A e coroa por O?

b) Nesta tarefa vamos trabalhar com o conceito de chance. O que isto significa?

c) Qual é a chance de obter duas caras e duas coroas?

d) Qual é a chance de obter uma cara e três coroas?

e) Construa um gráfico que permita inserir em uma escala a probabilidade das diferentes possibilidades geradas no item 'a'.

10) No globo, há apenas três bolas idênticas numeradas com 2, 5 e 7. Vamos formar números de três algarismos sorteando essas bolas. Depois de cada sorteio, a bola é recolocada no globo. Assim, podemos formar números com três algarismos como, por exemplo: 252, 777 e 725.

a) Quantos números diferentes podem ser formados dessa maneira?

b) Qual é a probabilidade de sortearmos 257?

c) Qual é a probabilidade de o número ser 222?

d) Podemos afirmar que um número formado por três algarismos repetidos tem menos chance de ocorrência que um número com algarismos não repetidos? Argumente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste conjunto de tarefas propostas privilegiamos, por um lado, a diversidade de registros de representação semiótica, dado o pressuposto que a mobilização e coordenação de diferentes tipos desses registros (língua natural materna, figural, simbólico, entre outros) potencializam o estudo do objeto matemático, neste caso, a probabilidade. Por outro lado, a resolução das tarefas potencializa o estudo da probabilidade interligada ao pensamento combinatório e estatístico, bem como o aprimoramento da leitura e interpretação crítica das informações oriundas do trabalho com diferentes concepções probabilísticas.

REFERÊNCIAS

AZCÁRATE, P.; PORLÁN, R. Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. **Enseñanza de las ciencias**, v. 16, n. 1, p. 85-97, 1998

BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001.

BORBA, R. et al. Educação estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v.2, n.2, 18p, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (Ensino Fundamental II)**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+: Ensino médio - orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002. 141p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014 - matemática**. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. 2013. 104p. Disponível em: <<http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/guia-do-livro-didatico/item/4661-guia-pnld-2014>>. Acesso em: 6 set. 2017.

BUZATO, M.E.K. **Entre a fronteira e a periferia: linguagem e letramento na inclusão digital**. 2007. 284f. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada). Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2007.

CARVALHO, D.L.; OLIVEIRA, P.C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura de matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** 12p. Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. CD-ROM.

CUSTÓDIO, L.A.A. **Letramento probabilístico: um olhar sobre as situações de aprendizagem do caderno do professor.** 2016. 64p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2016.

DUVAL, R.. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. Executive Summary Principles and Standards for School Mathematics. Disponível em: <https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2017.

FIORENTINI, D. Prefácio. In: COELHO, Maria Aparecida Vilela Mendonça Pinto (Org). **De portas abertas: histórias de sala de aula de matemática.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2009, p.11-14.

GAL, I. **Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities.** International Statistical Review, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: JONES, Graham A. (ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2005, p. 43-71.

GAL, I. Developing probability literacy: Needs and pressures stemmings from frameworks of adult competencies an mathematics curricula. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Anais...** Seoul: COEX, 2012.

IMENES, L.M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes & Lellis 9º ano. 2ª ed.** São Paulo: Moderna, 2012.

KLEIMAN, A. **Preciso ensinar letramento? Não basta ensinar a ler e escrever?** Campinas: CEFIEL/UNICAMP, 2005. (Coleção Linguagem e Letramento em foco).

LOPES. C.A.E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Caderno Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

MORAES, C.A.S.; OLIVEIRA, P.C. Mobilização de significados para a linguagem probabilística por parte dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. In: Simpósio sobre

Investigações e Práticas em Educação Matemática (SIPRAEM), 2., 2016, Sorocaba. **Anais...** 11p. Sorocaba: UFSCar, 2016. CD-ROM.

MORAES, C.A.S. **Registros de representação semiótica**: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do Ensino Fundamental. 2017. 103f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2017.

PIETROPAOLO, R.C.; SILVA, A.F.G.; CAMPOS, T.M.M. Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), 14., 2015, Chiapas. **Anais...** 10p. Chiapas, 2015. Disponível em: <<http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol3FormCont.pdf>>. Acesso em: 03 ag. 2018.

SANTOS, R. M.. **Estado da arte e história da pesquisa em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação**. 2015. 348f. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2015.

SANTOS, J.A.F.L. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental**. 2010. 183p. Dissertação (Mestrado em Educação). Itatiba: Universidade São Francisco, 2010.

SANTOS, J.A.F.L. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora**. 2015. 191p. Tese (Doutorado em Educação). Itatiba: Universidade São Francisco, 2015.

SOARES, Elizabeth. **Uma análise sobre as atividades de probabilidade propostas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental**. 2014. 140 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2014.