

Conhecimento especializado de uma futura professora de Matemática mobilizado em um contexto de ensino remoto em aulas de Estágio Supervisionado

| **Paulo Cesar Oliveira**
UFSCar

| **Aline Susan Evangelista**
UFSCar

| **José Antonio Garzón-Guerrero**
UGR

| **Ricardo Campanha Almagro**
USP

| **Beatriz de Macêdo Zero**
UNESP

RESUMO

Este relato de pesquisa teve como objetivo analisar aspectos do conhecimento especializado e dos registros de representação semiótica externalizados por uma futura professora de Matemática. A pesquisa de natureza qualitativa teve seu percurso metodológico traçado em um contexto de ensino remoto, cuja produção de informações submetida à análise contemplou a tríade registros escritos, gravações das aulas e construção do mapa conceitual, sobre a qual emergiram episódios de aulas que se propositam relatar, analisar e discutir. Como resultado de pesquisa, destacamos os conhecimentos específicos mobilizados, bem como a transição e coordenação de representações matemáticas entre registros, no estudo de função em aulas das aulas de uma disciplina de Estágio Supervisionado de Matemática para a Educação Básica.

Palavras-chave: Formação Inicial, Caso de Ensino, MTSK, Registros de Representação Semiótica.

■ INTRODUÇÃO

O ensino superior brasileiro, em seus elementos constituintes legais, tem a pesquisa, o ensino e a extensão como formas de preparação profissional com o intuito de conduzir os(as) futuros(as) profissionais a conhecer desafios e possibilidades de atuação, o que também resulta em certa contribuição à sociedade por meio da inserção e ação formativa de graduando(as). Outro elemento bastante relevante na formação dos sujeitos, que também pode ser encontrado na fronteira entre a pesquisa e o ensino, é o estágio supervisionado. No caso do magistério, o inciso II (parágrafo único do artigo 61) da Lei de Diretrizes e Bases (BRASIL, 1996, p.26) traz como um dos fundamentos de tal formação: “a associação entre teorias e práticas, mediante estágios supervisionados e capacitação em serviço.”

Pressupõe-se a partir dessa afirmação legal que o conteúdo estudado (teorias) pode ser vivenciado mediante ações (práticas): aos(as) licenciandos(as) essas atividades são oportunizadas nos estágios supervisionados e aos(as) licenciados(as) por meio da formação continuada em suas diversas formas, como cursos de pós-graduação ou de extensão, por exemplo.

Visando explorar algumas das potencialidades do estágio supervisionado na formação acadêmica e profissional dos(as) futuros(as) professores(as) de Matemática, a presente investigação teve por objetivo analisar o material produzido e disponibilizado por uma licencianda no *Google Classroom*, em aulas da disciplina de Estágio Supervisionado na Educação Básica 4 (ESEB 4) em uma universidade pública brasileira, tomando por base o aporte teórico-metodológico do Conhecimento Especializado de Professores de Matemática (MTSK) e a teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS).

O conteúdo deste capítulo contempla uma discussão sobre Mapas Conceituais enquanto recurso pedagógico utilizado nas aulas de ESEB 4, uma breve apresentação do modelo MTSK e da teoria dos RRS, além do percurso metodológico da pesquisa que direcionou a análise das informações transcritas de duas aulas síncronas via *Google Meet*, bem como a produção escrita disponibilizada no *Google Classroom*, pela licenciatura, co-autora neste relato de pesquisa.

■ APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E MAPAS CONCEITUAIS

Dentre as teorias cognitivistas frequentes para a abordagem da aprendizagem em sala de aula, podemos destacar as de Jean Piaget, Jerome Bruner e David Ausubel. Os dois primeiros teóricos desenvolveram suas teorias de desenvolvimento cognitivo com ênfase na descoberta, enquanto o último procurou descrever como a aprendizagem ocorre em sala

de aula, destacando o quanto a motivação e o poder de escolha do aluno têm um papel fundamental nesse processo (MOREIRA, 1999).

Segundo Ausubel (2000), a predisposição para aprender e a utilização de materiais potencialmente significativos são condições para que o aprendizado ocorra, sendo que a existência de conhecimentos prévios adequados e relevantes para o aluno, que são especificamente chamados de subsunçores, seria uma consequência da existência das duas condições. O livro “Conceitos Fundamentais da Matemática” (CARAÇA, 1986) combina o movimento histórico-lógico de criação de conceitos matemáticos fundamentais como o número, funções, séries e continuidade. Tal livro pode ser potencialmente significativo na formação de professores, por conta de configurar-se como uma perspectiva didática para o ensino-aprendizagem de Matemática.

Moreira (2014) destaca que o fator que mais influencia a aprendizagem seria o conhecimento prévio do aluno, uma vez que só podemos efetivamente aprender algo a partir do arcabouço de conhecimentos, conceitos e relações que já temos estabelecido.

Há uma ressalva quanto ao fato de que o conhecimento prévio pode acarretar em dificuldades para a construção de novos conhecimentos e para ilustrar tal ressalva temos a seguinte consideração: Imagine que se deseje abordar o significado do conceito de função afim com alunos do Ensino Médio. Para tal, é desejável explorar o conceito de função nas diversas formas de representação semiótica. Então, ao introduzir o significado ao termo “função afim”, o subsunçor “função” permitirá explorar outras categorias como, por exemplo, a função quadrática.

Outro aspecto que deve ser destacado é a aprendizagem sem a relação com os conceitos já existentes. Ausubel (2000) considera que se trata de uma aprendizagem mecânica, como o que ocorre com a simples memorização de fórmulas, diagramas ou informações. Neste caso, não se espera uma aprendizagem significativa propriamente (Moreira, 2015).

Uma estratégia de sistematização de ideias e de estabelecimento de significados, encontra-se em mapas conceituais. Os mapas conceituais podem ser definidos como diagramas que indicam relações entre conceitos ou termos representativos, com organização hierárquica e, potencialmente, incluindo setas. Eles foram desenvolvidos na década de 1970 pelo educador americano Joseph Novak, inspirado pela teoria de Ausubel (2000). Por não consistirem em diagramas que expressam sequências, temporalidade ou hierarquias organizacionais, não devem ser confundidos com organogramas, diagramas de fluxo, mapas mentais e quadros sinópticos, uma vez que os mapas se ocupam da associação de relações conceituais hierarquizadas, não incluem termos que não sejam conceitos e nem são diagramas classificatórios (Moreira, 2014; 2015).

A utilização dos mapas conceituais como um recurso instrucional é defendida por diversos estudiosos, dada a sua flexibilidade para situações e finalidades diferentes. No Brasil, Moreira (2014) é possivelmente o mais amplo defensor da sua utilização, tanto para apresentação de conteúdos, como para a avaliação da aprendizagem. No primeiro caso, por conta das representações concisas dos conceitos, pode ser utilizado por uma(a) professor(a) para expor as relações conceituais de um tema em uma aula única, em um conjunto de aulas, em um curso completo ou até mesmo para o desenvolvimento de todo programa educacional. Ainda sim, é importante ressaltar que os mapas conceituais não são autoinstrutivos, sendo sua eficácia atrelada ao processo de significação que ocorre com a explicação do(a) professor(a) e discussão com os(as) alunos(as).

Moreira (2014) também destaca que seu uso é preferível quando os(as) alunos(as) já têm alguma familiaridade com o tema ou conceitos apresentados, para que sejam potencialmente significativos e permitam a interiorização. Como instrumento de avaliação da aprendizagem, o mapa conceitual produzido pelo(a) aluno(a) pode expressar de forma holística a organização conceitual que ele(a) adquiriu sobre um tema. Embora consista de uma técnica não tradicional de avaliação, uma vez que busca informações sobre os significados e as relações entre os significados dos conceitos do tema abordado, ainda é apropriada para uma avaliação qualitativa ou formativa da aprendizagem. Os mapas conceituais também podem ser utilizados como técnica para o estudo sistematizado de artigos, textos, capítulos de livros, ou outros materiais, na medida em que permite que o mapeamento dos conceitos e suas inter-relações atuem como um recurso de aprendizagem.

■ CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA (MTSK) COMO FERRAMENTA ANALÍTICA: UM BREVE HISTÓRICO

O modelo MTSK, cuja sigla deriva do inglês *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge*, é característico dos(as) professores(as) que ensinam matemática. Apesar de ser novo, pois a publicação que baliza sua definição é encontrada em Carrillo *et al.* (2013), é importante dizer que tal modelo é resultante dos esforços de pesquisa que buscam investigar e compreender os conhecimentos docentes. Neste sentido, destaca-se o trabalho pioneiro de Shulman (1986, p.9) que propôs uma base de conhecimentos, como possibilidade de “investigar as complexidades da compreensão e transmissão do conhecimento do conteúdo pelos professores (...)”.

Decorrente dessa base (SHULMAN, 1986, 1987), o modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), cuja sigla deriva do inglês *Mathematical Knowledge for Teaching* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), apresentou-se como uma possibilidade de

identificação tanto do conhecimento pedagógico para o ensino da Matemática, quanto do conhecimento específico da Matemática em si.

Posteriormente ao MKT, pesquisas levaram à elaboração do modelo MTSK que foi elaborado como um recurso de estudo e investigação exclusivo dos(as) professores(as) de Matemática, ou seja, há o reconhecimento de que o conhecimento destes docentes será especializado quando se desenvolver para/no ensino da Matemática. Compreende-se que o MTSK auxilia na compreensão de quais conhecimentos o professor de Matemática tem e precisa para o ensino; caracterizando-se como um dispositivo analítico “para melhor compreender o conhecimento do professor sobre Matemática (o que você sabe, como, o que permite, o que você precisa), o que nos permitiria projetar propostas de formação inicial e continuada, de acordo com as necessidades emergentes” (CLIMENT *et al.*, 2014, p.43).

O modelo do MTSK se divide em dois domínios, o Conhecimento Matemático (MK: do inglês, *Mathematical Knowledge*) e o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK: do inglês, *Pedagogical Content Knowledge*), cada um deles subdivididos em três subdomínios, conforme conteúdo do Quadro 1:

Quadro 1. Estrutura do modelo MTSK.

Conhecimento Matemático (MK)	Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK)
Conhecimento de Tópicos (KoT - <i>Knowledge of Topics</i>)	Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT - <i>Knowledge of Mathematics Teaching</i>)
Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM - <i>Knowledge of the Structure of Mathematics</i>)	Conhecimento das Características da Aprendizagem da Matemática (KFLM - <i>Knowledge of the Features of Mathematics Learning</i>)
Conhecimento das Práticas em Matemática (KPM - <i>knowledge of Practices in Mathematics</i>)	Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem em Matemática (KMLS - <i>Knowledge of Learning Standards in Mathematics</i>).

Fonte: Elaborado pelos pesquisadores com base em Carrillo *et al.* (2013).

No que diz respeito ao domínio do Conhecimento Matemático (MK), o subdomínio Conhecimento de Tópicos (KoT) se refere aos fundamentos teóricos de conceitos e procedimentos matemáticos. Abrange todo o conhecimento que se espera que aluno deva ter assimilado, em um determinado nível de ensino, incluindo aspectos relativo à formalização, visualização e representação dos conteúdos da Matemática (CARRILLO *et al.*, 2013).

O Conhecimento da Estrutura da Matemática (KPM) se caracteriza por abranger o entendimento das estruturas e ideias principais da disciplina, tanto de propriedades e noções relativas a conceitos específicos, quanto da possibilidade de integração entre os conteúdos disciplinares (CARRILLO *et al.*, 2013). Por fim, o subdomínio do Conhecimento das Práticas em Matemática (KPM) se refere à compreensão das formas de conhecer e produzir em Matemática, bem como, os aspectos relativos ao pensamento e ao raciocínio lógico-dedutivo.

O domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK) contempla entre os seus subdomínios o Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT) que inclui os conhecimentos

acerca de diferentes estratégias, recursos, exemplos e formas de representação que permitem ao professor promover o desenvolvimento de habilidades matemáticas procedimentais ou competências conceituais (MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013)

O Conhecimento das Características de Aprendizagem da Matemática (KFLM) desenvolve-se na compreensão docente acerca da forma como os(as) alunos(as) pensam e aprendem a Matemática (CARRILLO *et al.*, 2013). Nesse sentido, o KFLM reconhece que o entendimento dos métodos e teorias acerca da aprendizagem seriam possibilidades, aos docentes, para desenvolver o conhecimento das características de compreensão da Matemática pelos alunos. Tal conhecimento abrange a capacidade dos professores de reconhecer os erros, dificuldades e obstáculos associados aos conceitos da disciplina, bem como, as possíveis fontes dessas situações na aprendizagem dos(as) alunos(as) (MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

Finalmente, o subdomínio Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática (KMLS) se refere ao conhecimento das bases e orientações curriculares vinculadas aos objetivos de ensino, sendo estes acerca dos materiais e métodos programáticos, das formas de avaliação e dos níveis de ensino e progressão dos(as) alunos(as). Além disso, são contemplados neste subdomínio os agentes institucionais, internos e externos ao ambiente escolar, que influenciam o contexto de ensino (CARRILLO *et al.*, 2013).

Os dois domínios são interligados pelas crenças docentes acerca dos conhecimentos da Matemática e do ensino e aprendizagem desse componente curricular. (CARRILLO *et al.*, 2013). No entanto, concebemos que a integração das crenças ao conhecimento é frágil, pelo fato de ser “uma faceta que ainda não foi explorada com a profundidade necessária para se chegar a consensos”. (MONTES *et al.*, 2014, p. 12).

É notório no modelo MTSK que tanto no domínio do Conhecimento Matemático (MK), especificamente, no subdomínio Conhecimento de Tópicos (KoT), quanto no domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), em particular, no subdomínio Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT), a presença da categoria representações matemáticas como forma de acesso ao objeto matemático. Neste sentido, apresentamos uma subseção para abordar a teoria dos Registros de Representação Semiótica, na perspectiva de Raymond Duval.

Registros de Representação Semiótica: um olhar sobre o objeto matemático Função

Em Matemática, somente se pode aprender se compreendemos o enunciado da tarefa proposta, bem como as estratégias para sua resolução. Na perspectiva de Duval (2012) compreender envolve o ponto de vista matemático e cognitivo.

Do ponto de vista matemático, a compreensão inicia-se com a explicação sobre o uso de determinadas propriedades matemáticas que, no decorrer do processo, devem subsidiar à exigência epistemológica de prova que é comum a todo conhecimento científico.

Do ponto de vista cognitivo, compreender implica no reconhecimento dos objetos matemáticos representados. Para ocorrer este reconhecimento, a compreensão é guiada pelo modo de acesso aos objetos matemáticos, que se faz pela produção de diferentes registros de representação semiótica, os quais não podem ser confundidas com os objetos que eles representam (DUVAL, 2009). Outro detalhe é o fato de termos a possibilidade de pelo menos dois registros de representação semiótica distintos serem associadas a um mesmo objeto, o que constitui o problema crucial da compreensão no aprendizado da matemática (DUVAL, 2012).

Duval (2009, p.32) completou que a especificidade das representações semióticas “consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações ‘equivalentes’ em um outro sistema semiótico”. A esse respeito ele expôs que “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p.14). Isso se justifica pelo fato de que diferentes representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático. Portanto, destaca que “toda representação é cognitivamente parcial quanto ao que ela representa e que representações de registros diferentes não apresentam os mesmos aspectos de um mesmo conteúdo conceitual” (DUVAL, 2009, p.91).

Para exemplificar esta ideia podemos considerar o conceito de função polinomial do primeiro grau, o qual pode ser representado, dentre outras formas, por meio do registro na língua natural, diagramas, gráficos, tabelas ou linguagem algébrica. Então, as características de um objeto matemático não se esgotam em uma única representação, mas se completam por meio do conjunto de diversas representações semióticas.

Duval (2009, p.90) afirmou que “para não confundir um objeto e sua representação, quando a intuição direta do objeto não é possível, é necessário dispor de várias representações semióticas do objeto matemático de forma coordenada.”. Portanto, no processo de aquisição do conhecimento matemático deve se levar em conta os diversos registros de representação semiótica, assim como as transformações específicas que estes permitem, no caso, as atividades de tratamento e conversão.

Desse modo, Duval (2009) destacou a importância dessas duas transformações de registros de representação, enfatizando a necessidade de distingui-las claramente.

O tratamento é uma transformação de representação dentro de um mesmo registro. A resolução de uma equação do 1º grau em sua representação algébrica para encontrar os zeros de uma função polinomial do 1º grau, serve de exemplo para este tipo de transformação. Já a

conversão é uma transformação de representação que consiste em mudar o registro, conservando o mesmo objeto denotado. Por exemplo, dado um problema envolvendo uma situação funcional em língua natural podemos convertê-lo para uma expressão algébrica, tabular ou gráfica que seja referencialmente equivalente a ele e vice-versa, tendo em vista explicitar algumas características que podem facilitar a resolução do problema proposto.

Com a apresentação dos dois referenciais teórico-metodológicos dedicamos, na sequência, a apresentar a natureza da pesquisa e o processo de coleta e análise das informações.

■ PERCURSO METODOLÓGICO

A partir da segunda quinzena de março de 2020, devido à pandemia decorrente do novo Coronavírus (SARS-CoV-2), as atividades acadêmicas e docentes da UFSCar (Universidade Federal de São Carlos) ocorreram de forma remota/virtual. Para as aulas da disciplina de Estágio Supervisionado para a Educação Básica 4 (ESEB4) adotou-se a sala de aula virtual do *Google Classroom* para atividades assíncronas e o ambiente *Google Meet* para as aulas síncronas.

A turma do ESEB4 era composta por três alunas em fase de conclusão do curso de licenciatura em Matemática. Das atividades propostas, apenas uma aluna participou com frequência exímia nos encontros síncronos e, em comum acordo, tornou-se sujeito e co-autora desse relato de pesquisa.

A configuração do conjunto das quatro disciplinas obrigatórias do Estágio Supervisionado de Matemática na Educação Básica (ESMEB), com carga horária total de 420 horas é permeada por propostas temáticas intituladas, respectivamente: 1) Estágio 1: *A escola e seu entorno*; 2) Estágio 2: *Constituindo-se professor*; 3) Estágio 3: *Seminários e Projetos de pesquisa* e, por último, 4) na disciplina Estágio 4: *Narrativas e Estudos de casos de ensino*’ (SOUSA, 2019, p.248).

Esta investigação envolveu o estudo de um caso de ensino como parte do material empírico produzido durante o desenvolvimento da disciplina de ESMEB 4 da Licenciatura em Matemática da UFSCar, Campus Sorocaba (SP) ofertada na forma do Ensino Não Presencial Emergencial (ENPE). No tocante aos seus procedimentos metodológicos, consideramos sua abordagem como qualitativa, já que o ambiente natural (ensino remoto) se constituiu como fonte direta dos dados que são descritivos (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e com características da pesquisa exploratória que “[...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. [...] estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições” (GIL, 2002, p. 41).

No que tange o percurso metodológico que delineou a disciplina ESMEB 4, organizamos as atividades que seriam desenvolvidas, durante 15 semanas, no período de 31/08/20 a 30/12/20, de modos síncronos e assíncronos.

Definiu-se que os momentos síncronos seriam realizados mediante quinze encontros que ocorreriam durante duas horas semanais, valendo-se das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), tal como a plataforma *Google Meet*.

Nos momentos assíncronos utilizamos o *Google Classroom* para postagens de atividades avaliativas, envolvendo, leituras dos textos, dentre elas, a elaboração de mapas conceituais (MOREIRA, 2014).

A produção de informações geradas na disciplina ESMEB 4 em momentos síncronos e assíncronos, as quais foram alvo de análise, listamos na sequência: 1) produção do mapa conceitual relativo ao conceito de função; 2) transcrição de excertos das falas contidas nos encontros síncronos gravados via *Google Meet* (23/09/2020 e 30/09/2020) e 3) produção de duas tarefas (problemas) relacionadas ao conteúdo do mapa conceitual e postadas no *Google Classroom*.

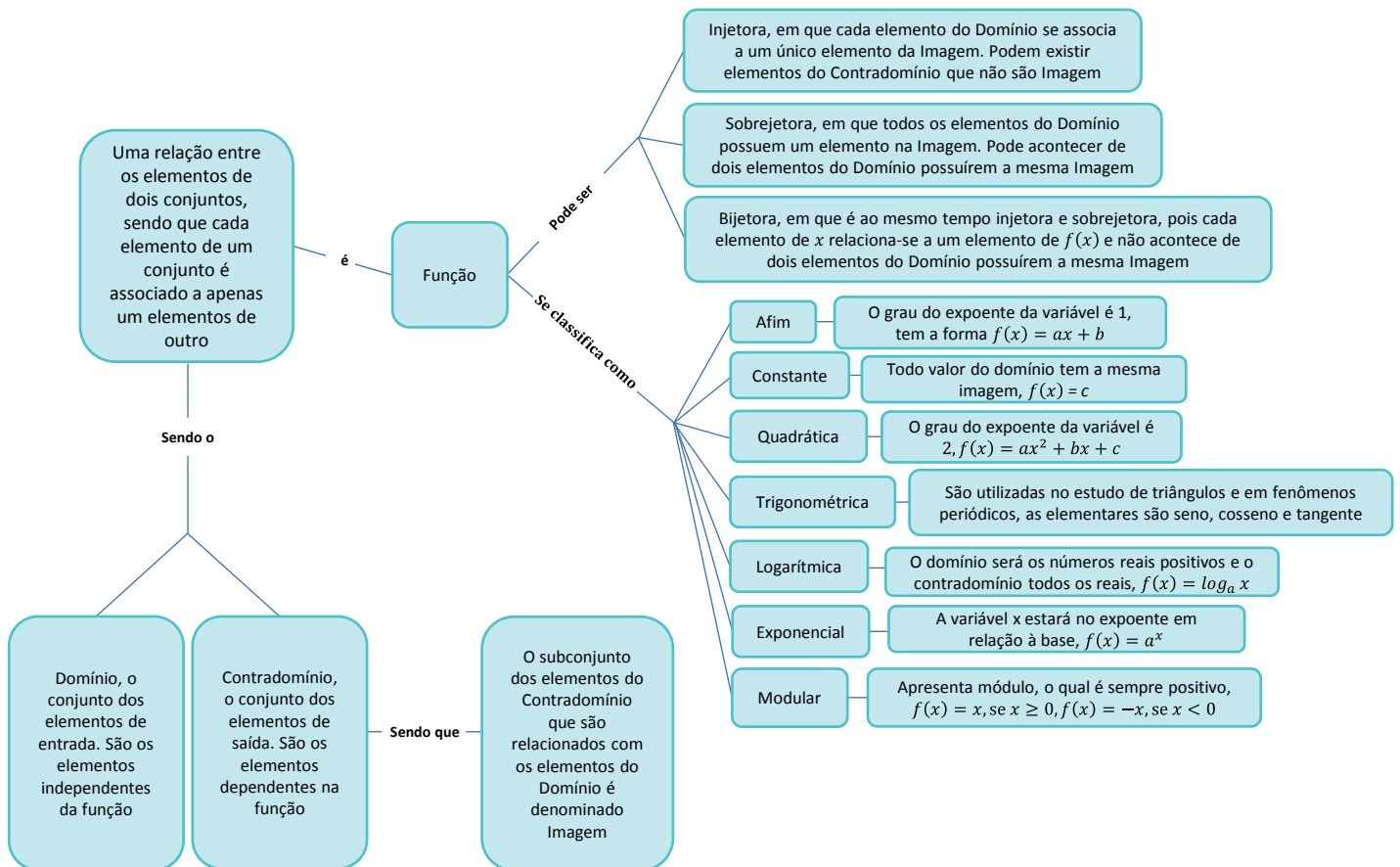
A partir da tríade ‘registros escritos’, ‘transcrição de excertos de falas contidas nas gravações das aulas’ e a ‘construção do mapa conceitual’, emergiram os episódios de aulas que se propõe relatar, analisar e discutir.

Nas seções subsequentes, apresentamos a construção do mapa conceitual, a formulação de dois problemas (tarefas) submetidos à análise do modelo MTSK.

■ MAPA CONCEITUAL

O mapa conceitual que se segue materializa o sentido que a licencianda deu à noção de função, indicando conexões que contribuem na conceitualização desse objeto matemático, conforme conteúdo da Figura 1:

Figura 1. Mapa conceitual do objeto matemático Função.



Fonte: Elaborado pela estagiária.

Na construção do seu primeiro mapa conceitual enquanto estudante inserida em um contexto de formação inicial de professora, a estagiária mobilizou o domínio do Conhecimento Matemático (MK) para o conceito de função no contexto escolar. Ao explicar o conteúdo do seu mapa conceitual, a estagiária relatou que “foi uma forma muito interessante de representar visualmente as relações entre as definições dos principais conteúdos trabalhados em funções”.

Na transcrição do conteúdo da aula gravada pelo *Google Meet* (23/09/2020), a licencianda apresentou detalhes da construção do mapa conceitual:

Inicialmente eu tinha feito apenas as linhas como ligação sem os conectivos então eu refiz colocando as palavras, pois fica mais fácil de entender. [A licencianda foi mostrando com o cursor o seu mapa e explicando cada uma das partes] Aqui eu coloquei a definição de função aí eu já liguei embaixo utilizando o conectivo “sendo o” e explicando o domínio e o contradomínio por estarem relacionados a funções. No contradomínio eu relatei a imagem, utilizando o conectivo “sendo que” e explicando a definição de imagem. [A estagiária volta em seu mapa onde está escrito função] Aí aqui também coloquei o conectivo “pode ser” explicando a definição de quando uma função é injetora, sobrejetora ou bijetora. Eu coloquei também os tipos de funções usando o conectivo “se classifica como” e expliquei a definição das funções Afim, Constante, Quadrática, Trigonométrica, Logarítmica, Exponencial e Modular.

Dos três subdomínios do MK, a estagiária mobilizou o Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KoT) expondo seu conhecimento sobre função a partir da relação biunívoca entre dois conjuntos distintos e sua caracterização em função em injetora, bijetora e sobrejetora, além da classificação das funções frequentemente abordadas no contexto escolar de Ensino Médio.

As representações matemáticas como uma categoria do KoT utilizadas pela licencianda envolveram registros nas formas de língua natural (enunciados) e algébrica. No entanto, as relações estabelecidas pela licencianda na classificação de funções como no caso da função afim, não podem ser qualificadas como definição.

No mapa conceitual, a licencianda relacionou função afim como aquela em que “o grau do expoente da variável é 1” em sua forma algébrica “ $f(x) = ax+b$ ”, cujas formas de representação são insuficientes para definir tal função. Considerando a definição como uma categoria do KoT, era desejável que, de acordo com Lima (1996, p.87) “uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se afim quando existem constantes $a, b \in R$ tais que $f(x) = a.x + b$ para todo $x \in R$ ”. As translações $f: R \rightarrow R$ formuladas por $f(x) = x+b$, inclusive a função identidade $f(x) = x$; também são funções afins. O mesmo autor destacou que as funções lineares $f(x) = ax$ e as funções constantes $f(x) = b$ são casos particulares da função afim.

Na sequência apresentamos o conteúdo de duas tarefas submetidas à análise. De acordo com a licencianda, na formulação dos dois enunciados, ela levou em conta as definições apreendidas enquanto aluna no Ensino Médio e o que estudou no início do curso de Licenciatura em Matemática na UFSCar. Esclarecemos que nessa universidade, no campus Sorocaba, há a disciplina “Fundamentos de matemática Elementar 1” ofertada para os(as) estudantes ingressantes calouros, cuja ementa perpassa os diversos tipos de funções estudadas no decorrer do Ensino Médio.

Em um excerto de depoimento (30/09/2020), a licencianda expôs que

A proposta de elaborar problemas a partir do mapa conceitual construído foi bastante desafiadora, pois quando estudei Funções eram propostos exercícios mecânicos e sem contextualização. Então busquei formular tarefas que pudessem ser relacionadas com assuntos do cotidiano para ficar mais interessante e realmente mostrar que a Matemática está presente em todos os momentos de nossas vidas. Gostei muito do resultado em ambas as propostas (*construção do mapa conceitual e formulação dos problemas*), pois pude aprender bastante com essa ferramenta (*mapa conceitual*) que eu não conhecia e que garante diferentes possibilidades no ato de ensinar e aprender. No decorrer do Estágio Supervisionado, percebi que os dois professores que acompanhei não utilizam essa ferramenta (*mapa conceitual*) nas aulas de Matemática. Seria muito benéfico se a inserissem em suas aulas, pois é uma abordagem diferente e que contribui para o melhor entendimento de diversos assuntos, por parte dos alunos.

Inicialmente, a licencianda deixa explícita a mobilização do domínio do Conhecimento Matemático (MK), mais especificamente na categoria da definição, resgatada pela forma como foi abordado o estudo de funções no Ensino Médio e no ingresso do curso de Licenciatura em Matemática.

Posteriormente, a licencianda incorpora em seu discurso a necessidade de “formular tarefas que pudessem ser relacionadas com assuntos do cotidiano” em detrimento de exercícios, um padrão vivenciado enquanto aluna, “pois quando estudei funções eram propostos exercícios mecânicos e sem contextualização”.

Não há um descarte da categoria definição, própria do subdomínio Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KoT), dada a importância atribuída pela estagiária ao fato do objeto matemático função ser definível. Na verdade, o discurso da licencianda agregou a mobilização do Conhecimento do Conteúdo Pedagógico (PCK), por considerar o conhecimento de aspectos relacionados ao estudo de funções como parte de um processo ensino-aprendizagem em Matemática.

O subdomínio Conhecimento do Ensino de Matemática (KMT) como parte integrante do PCK, inclui conhecimentos de formas de apresentar o conteúdo matemático. Neste sentido, a licencianda revelou em seu discurso pontos positivos por vivenciar na disciplina de ESEB 4, “resultado em ambas as propostas (*construção do mapa conceitual e formulação dos problemas*), pois pude aprender bastante com essa ferramenta (*mapa conceitual*) que eu não conhecia e que garante diferentes possibilidades no ato de ensinar e aprender”.

Esta experiência produziu reflexões sobre a potencialidade desse recurso pedagógico na aprendizagem dos(as) alunos(as), ao lembrar que no decorrer das suas atividades de Estágio Supervisionado na escola concedente, os professores não utilizavam o recurso do mapa conceitual como estratégia pedagógica no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Nas próximas subseções dedicamos a apresentar o enunciado de duas tarefas (Quadro 2 e 3) formuladas pela licencianda, resolução e comentários feitos na gravação da aula via *Google Meet* (30/09/2020).

Primeira tarefa: função linear

Quadro 2. Enunciado do problema.

Amanda mora em Salto de Pirapora e vai iniciar um curso na cidade de Votorantim, sendo assim, mensalmente ela precisará adquirir uma certa quantidade de passes de ônibus para ir ao curso. Na tabela estão as quantidades x de passagens e seus respectivos valores y em reais.

Quantidade (x)	Valor (y)
1	R\$ 5,50
2	R\$11,00
3	R\$16,50
4	R\$22,00

- Analisando a tabela, é possível dizer que o preço é função da quantidade de passagens? Justifique sua resposta e, caso seja afirmativa, escreva a lei dessa função.
- Amanda tem aulas presenciais 12 vezes por mês. Supondo que ela decida comprar as passagens necessárias para ir ao curso o mês inteiro, quanto ela gastará?
- Represente elementos do conjunto domínio e do conjunto imagem.
- Caso tenha encontrado a lei da função no item 'a', plote no GeoGebra essa função.

Fonte: Elaborado pela licencianda.

Na formulação do enunciado dessa tarefa, em termos do domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), a licencianda transitou e coordenou diversas representações semióticas entre o registro na língua natural (enunciado e justificativas por parte dos alunos nas respostas dadas), registro na forma de tabela, registro algébrico ($y=5,5x$ como resposta esperada para o item 'b'), registro numérico (cálculo de R\$ 132,00 como valor gasto com 24 passagens de ida e volta durante um mês, por conta das aulas presenciais), registro figural (uso de diagrama para estabelecer a correspondência biunívoca entre elementos de dois conjuntos, conforme enunciado do item 'c') e registro gráfico (utilização do software GeoGebra).

Se o(a) aluno(a) for capaz de dominar a linguagem matemática no estudo de funções, ao transitar e coordenar as representações matemáticas entre os diferentes registros citados, a partir do ato de ler e interpretar informações contidas no enunciado, isto pode ser indicador de aprendizagem (DUVAL, 2009, 2012). No que diz respeito ao subdomínio Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT); essa situação está em conformidade com o desenvolvimento do letramento matemático entendido como “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos” (BRASIL, 2018, p.266).

Na formulação dessa tarefa, a estagiária também mobilizou o subdomínio Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem em Matemática (KMLS) referente ao domínio PCK, por

ter ciência do conhecimento que um professor necessita ter sobre as orientações curriculares vinculadas às competências e habilidades específicas no estudo do objeto de conhecimento função.

Vale ressaltar a recomendação de Lourenço e Oliveira (2019) quanto à aprendizagem das funções na Base Curricular Nacional Comum (BRASIL, 2018). Em termos de competências específicas e habilidades, é importante identificar diferentes representações matemáticas de forma articulada, entre os registros na língua natural (verbal), na forma de tabela, algébrica e gráfica, salientando seus elementos de caracterização.

No decorrer das disciplinas de ESMEB dedicamos parte das aulas para o estudo e análise dos documentos curriculares vigentes, o que pode ter contribuído no fato da licencianda mobilizar o subdomínio Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem em Matemática (KMLS).

Segunda tarefa: função quadrática

Quadro 3. Enunciado do problema.

João deseja colocar um espelho em seu quarto, mas precisa que ele tenha no máximo 90 cm de altura por 120 cm de largura. Ele ligou em uma loja de decoração na qual seu amigo Augusto trabalha para verificar se possuíam um espelho com medidas iguais ou inferiores a isso. Augusto respondeu da seguinte forma: “Temos em estoque um espelho retangular com área 9600 cm^2 e ele tem de largura uma vez e meia a sua altura.” Este espelho é o que João procura?

Fonte: Elaborado pela licencianda.

De acordo com o relato da licencianda, a formulação desse problema envolveu a interpretação de função como uma relação de dependência entre duas variáveis, “de modo que se ‘x’ designa a altura do espelho, temos que ‘ $1,5x$ ’ será a sua largura”. Na resolução de $1,5x^2 = 9600$ o espelho terá “as dimensões de 80 cm de altura, por 120 cm de largura e João poderá comprá-lo”. Houve a mobilização do domínio do Conhecimento Matemático (MK), mais especificamente na categoria da definição, ao estabelecer que a relação de dependência entre duas variáveis permite caracterizar uma função (subdomínio Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KoT)).

A resolução desse problema envolveu a mobilização e coordenação das representações semióticas entre o registro na língua natural (identificação e caracterização das variáveis), registro figural (espelho na forma retangular) e o registro algébrico (resolução da equação do segundo grau). A exploração do registro figural e da relação de dependência entre variáveis como forma de produzir significado ao conceito de função, envolveu a mobilização do subdomínio Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT). O objeto matemático é abstrato e seu acesso se dá pela transição e coordenação de diversas representações semióticas

entre registros, com diferentes conteúdos e significados, mas com a mesma equivalência referencial para o conceito de função (LOURENÇO; OLIVEIRA, 2019).

■ CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das informações produzidas pela licencianda, cruzadas pelo acesso aos seus registros escritos, transcrição de excertos de falas contidas nas gravações das aulas e a construção do mapa conceitual, permitiu investigar e analisar os conhecimentos mobilizados no contexto de ensino remoto, nas aulas da quarta disciplina de Estágio Supervisionado de Matemática para a Educação Básica (ESMEB 4).

Na produção do mapa conceitual a estagiária mobilizou o domínio do Conhecimento Matemático (MK), mais especificamente, o Conhecimento dos Tópicos Matemáticos (KoT), devido à exposição de noções e conteúdos diretamente relacionados ao estudo de funções. Apesar da licencianda manifestar em seu diálogo o uso de definições para compor o mapa conceitual, a linguagem matemática utilizada não foi adequada para esse propósito.

Na formulação das duas tarefas, o conteúdo foi adequado ao fato da licencianda incorporar em seu discurso a necessidade de “formular tarefas que pudessem ser relacionadas com assuntos do cotidiano”. A análise do teor do enunciado e excertos de fala para explicar o processo de formulação das duas tarefas revelou a mobilização do domínio do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), mais especificamente nos subdomínios Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT) e o Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem em Matemática (KMLS).

Há indícios de que a mobilização dos subdomínios do PCK esteja relacionada ao enfoque dado nas aulas de ESMEB 4 para o estudo das orientações curriculares, tendo em vista o desenvolvimento de competências e habilidades no processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Na mobilização dos domínios do Conhecimento Matemático (MK) e do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK), as múltiplas representações semióticas entre registros foram mobilizadas e coordenadas na articulação do mapa conceitual com a formulação das duas tarefas propostas pela estagiária.

As dificuldades impostas à licencianda no exercício da regência de aulas por conta do contexto pandêmico que, naquele momento (segundo semestre de 2020), interrompeu as aulas presenciais e, prejudicou significativamente as interações entre professores e alunos, pode ter comprometido uma possível mobilização de outros subdomínios do modelo MTSK.

Sendo assim, essa investigação permitiu vislumbrar potencialidades e desafios decorrentes do processo formativo docente (especificamente no caso de uma licencianda que representa outros(as) futuros(as) docentes) mediante o uso do MTSK e da Teoria dos

Registros de Representação Semiótica. Esses dois referenciais teórico-metodológicos, assim como outros elementos mencionados no texto (como mapas conceituais), contribuem para a realização de pesquisas sobre a construção dos conhecimentos pertencentes aos(as) professores(as). No caso das licenciaturas e suas particularidades, como a fase do Estágio Supervisionado, é interessante que as vivências dos(as) estudantes sejam registradas e analisadas, pois tratam-se de fontes de dados que muitas vezes não são exploradas como material empírico em pesquisas acadêmicas.

■ REFERÊNCIAS

1. AUSUBEL, David Paul. **The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? **Jornal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407, 2008.
3. BRASIL. **Lei n.º 9394/96. Lei de Diretrizes e Bases da Educação**. Brasília: Congresso Nacional, 1996.
4. BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base**. Brasília:MEC/SEB, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 mar. 2022.
5. CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1ª Edição. Lisboa: Sá da Costa, 1984.
6. CARRILLO, José *et al.* **Determining Specialised Knowledge for Mathematics Teaching**. In: Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. UBUZ, B.; HASER, Ç; MARIOTTI, M. A. (editors). Ankara: Middle East Technical University, 2013, p.2984-2994. Disponível em: http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~erme/doc/CERME8/CERME8_2013_Proceedings.pdf. Acesso em: 10 mar. 2022.
7. CLIMENT, Nuria *et al.* El conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática. In: MONTES, M. A.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; CARMONA, E.; CARRILLO, J. **Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas**. Espanha, 2014. 93 p. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/267392675>. Acesso em: 10 mar. 2022.
8. DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.
9. DUVAL, Raymond. Quais teorias e métodos para pesquisa sobre o ensino da matemática? **Praxis Educativa**, Ponta Grossa, v.2, n.7, p.305-330, 2012.
10. GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ªed. São Paulo: Atlas, 2002, 175p.
11. LIMA, Elon Lages *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. São Paulo: SBM, 1996 (Coleção do Professor de Matemática, v.1).

12. LOURENÇO, Edrei Henrique; OLIVEIRA, Paulo Cesar. Articulação e coordenação das representações algébrica e gráfica da função quadrática: a importância da interpretação figural. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v.2, n.4, p. 238-257, 2019.
13. LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986
14. MONTES, Miguel Ángel *et al.* **Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK**. In: Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional. BADILLO, E; CLIMENT, N.; FERNÁNDEZ, C.; GONZÁLEZ, M. T. (Eds.). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca, 2019, p.157-176. Disponível em: <https://eusal.es/index.php/eusal/catalog/view/978-84-1311-073-8/5054/4201-1>. Acesso em: 10 mar. 2022.
15. MONTES, Miguel Ángel; CONTRERAS, Luis Carlos; CARRILLO, José. Conocimiento del profesor de matemáticas: enfoques del MKT y del MTSK. In: BERCIANO, A.; GUTIÉRREZ, G.; ESTEPA, A.; CLIMENT, N. (Eds.). **Investigación en Educación Matemática**, p. 403- 410, Bilbao: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2013. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/12056/1/Montes2014Conocimiento.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2022.
16. MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.
17. MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: UNB, 2006.
18. MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem significativa em mapas conceituais**. 2014. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigmapasport.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2022.
19. MOREIRA, Marco Antônio. **O que é afinal aprendizagem significativa?** 2015. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2022.
20. SHULMAN, Lee. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, 1986.
21. SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: foundations of a new reform. **Harvard Educational Review**, v.57, n.1, p.1-22, 1987.
22. SOUSA, Maria do Carmo. O estágio supervisionado no curso de matemática da UFSCar: análise dos sentidos relacionados às aprendizagens docentes a partir das escritas dos licenciandos. In: COSTA, V. G. (org^a). **Teorizando a prática e praticando a teoria na formação de professores**. Campinas: Mercado de Letras, 2019, p.239-262.