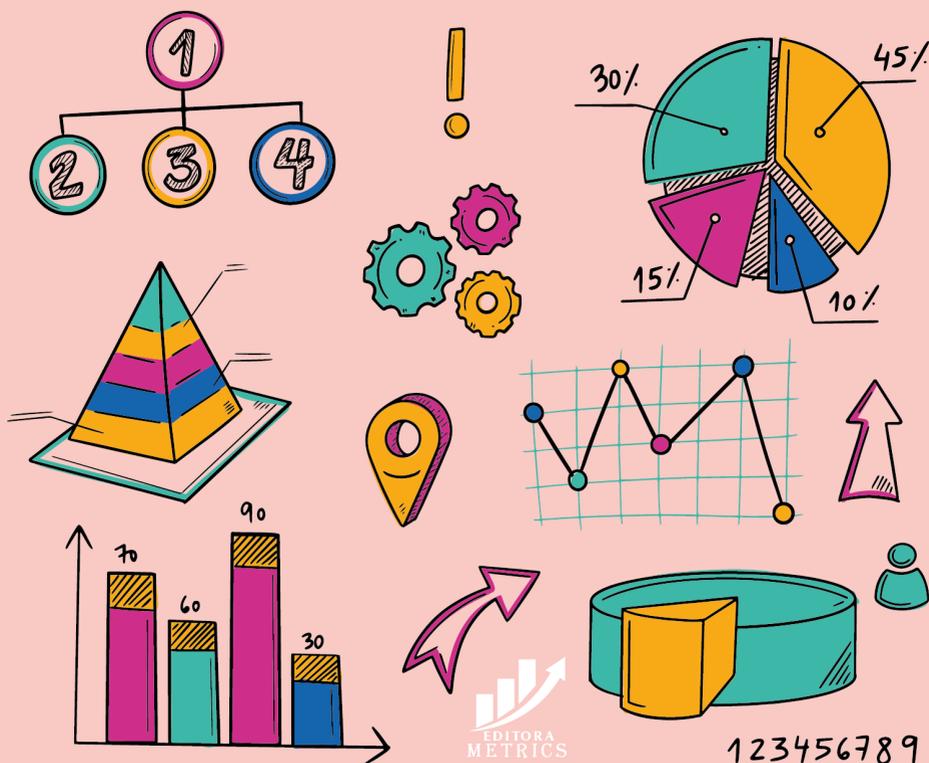


Sidney Silva Santos
Geovane Carlos Barbosa
Priscila Bernardo Martins
(Organizadores)

AÇÕES MOBILIZADAS POR PROFESSORES QUE ENSINAM COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

REFLEXÕES, PROPOSIÇÕES E DESAFIOS



SIDNEY SILVA SANTOS
GEOVANE CARLOS BARBOSA
PRISCILA BERNARDO MARTINS
(ORGANIZADORES)

**AÇÕES MOBILIZADAS POR PROFESSORES
QUE ENSINAM COMBINATÓRIA,
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE**
REFLEXÕES, PROPOSIÇÕES E DESAFIOS

Editora Metrics
Santo Ângelo – Brasil
2023



Copyright © Editora Metrics

Imagem da capa: Freepik

Revisão: Os autores

CATALOGAÇÃO NA FONTE

A185 Ações mobilizadas por professores que ensinam combinatória, estatística e probabilidade [recurso eletrônico] : reflexões, proposições e desafios / organizadores: Sidney Silva Santos, Geovane Carlos Barbosa, Priscila Bernardo Martins. - Santo Ângelo : Metrics, 2023.
364 p. : il.

ISBN 978-65-5397-138-7

DOI 10.46550/978-65-5397-138-7

1. Estatística. 2. Probabilidade. 3. Combinatória. 4. Práticas pedagógicas. I. Santos, Sidney Silva (org.). II. Barbosa, Geovane Carlos (org.). III. Martins, Priscila Bernardo (org.)

CDU: 519.1/.2

Responsável pela catalogação: Fernanda Ribeiro Paz - CRB 10/ 1720



Rua Antunes Ribas, 2045, Centro, Santo Ângelo, CEP 98801-630

E-mail: editora.metrics@gmail.com

<https://editorametrics.com.br>

Conselho Editorial

Dr. Charley Teixeira Chaves	PUC Minas, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dra. Cleusa Inês Ziesmann	UFFS, Cerro Largo, RS, Brasil
Dr. Douglas Verbicaro Soares	UFRR, Boa Vista, RR, Brasil
Dr. Eder John Scheid	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Fernando de Oliveira Leão	IFBA, Santo Antônio de Jesus, BA, Brasil
Dr. Glaucio Bezerra Brandão	UFRN, Natal, RN, Brasil
Dr. Gonzalo Salerno	UNCA, Catamarca, Argentina
Dra. Helena Maria Ferreira	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Henrique A. Rodrigues de Paula Lana	UNA, Belo Horizonte, MG, Brasil
Dr. Jenerton Arlan Schütz	UNIJUÍ, Ijuí, RS, Brasil
Dr. Jorge Luis Ordellin Font	CIESS, Cidade do México, México
Dr. Luiz Augusto Passos	UFMT, Cuiabá, MT, Brasil
Dr. Manuel Becerra Ramirez	UNAM, Cidade do México, México
Dr. Marcio Doro	USJT, São Paulo, SP, Brasil
Dr. Marcio Flávio Ruaro	IFPR, Palmas, PR, Brasil
Dr. Marco Antônio Franco do Amaral	IFTM, Ituiutaba, MG, Brasil
Dra. Marta Carolina Gimenez Pereira	UFBA, Salvador, BA, Brasil
Dra. Mércia Cardoso de Souza	ESMEC, Fortaleza, CE, Brasil
Dr. Milton César Gerhardt	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dr. Muriel Figueredo Franco	UZH, Zurique, Suíça
Dr. Ramon de Freitas Santos	IFTO, Araguaína, TO, Brasil
Dr. Rafael J. Pérez Miranda	UAM, Cidade do México, México
Dr. Regilson Maciel Borges	UFLA, Lavras, MG, Brasil
Dr. Ricardo Luis dos Santos	IFRS, Vacaria, RS, Brasil
Dr. Rivetla Edipo Araujo Cruz	UFPA, Belém, PA, Brasil
Dra. Rosângela Angelin	URI, Santo Ângelo, RS, Brasil
Dra. Salete Oro Boff	IMED, Passo Fundo, RS, Brasil
Dra. Vanessa Rocha Ferreira	CESUPA, Belém, PA, Brasil
Dr. Vantoir Roberto Brancher	IFFAR, Santa Maria, RS, Brasil
Dra. Waldimeiry Corrêa da Silva	ULOYOLA, Sevilha, Espanha

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas *ad hoc*.

SUMÁRIO

PREFÁCIO.....	13
<i>Gilda Lisbôa Guimarães</i>	
COM A PALAVRA, OS ORGANIZADORES.....	19
<i>Sidney Silva Santos</i>	
<i>Geovane Carlos Barbosa</i>	
<i>Priscila Bernardo Martins</i>	
Capítulo 1 - UMA DISCUSSÃO TEÓRICA-METODOLÓGICA PARA EDUCAR ESTATISTICAMENTE NA ESCOLA BÁSICA ...	21
<i>Celi Espasandin Lopes</i>	
<i>Sidney Silva Santos</i>	
<i>Fernanda Vital de Paula</i>	
<i>Geovane Carlos Barbosa</i>	
Capítulo 2 - LETRAMENTO, RACIOCÍNIO E PENSAMENTO ESTATÍSTICO: DIFERENCIAÇÕES	37
<i>Loise Tarouquela Medeiros</i>	
<i>Edda Curi</i>	
Capítulo 3 - AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO E PROBABILÍSTICO.....	65
<i>Paulo Cesar Oliveira</i>	
<i>Leila dos Santos Mello</i>	

Capítulo 4 - DESAFIOS DE ENSINAR COMBINATÓRIA: CONTRIBUIÇÕES DO GERAÇÃO-UFPE SOBRE OS CONHECIMENTOS DOCENTES	81
--	----

Cristiane de Arimatéa Rocha
Juliana Azevedo Montenegro
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Capítulo 5 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PROBABILÍSTICOS POR ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA.....	105
---	-----

Reinaldo Feio Lima
Cassio Cristiano Giordano
Vera Debora Maciel Vilhena

Capítulo 6 - SE ESSA RUA FOSSE MINHA: IDONEIDADE DIDÁTICA EM TAREFAS DE PROBABILIDADE DE FUTUROS PROFESSORES	125
--	-----

Maria M. Nascimento
Assumpta Estrada
J. Alexandre Martins

Capítulo 7 - O DESENVOLVIMENTO DA UNIDADE TEMÁTICA PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DA PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DA PARAÍBA.....	153
---	-----

Francisco Guimarães de Assis
Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Capítulo 8 - CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DA COMBINATÓRIA: SITUAÇÕES E INVARIANTES COMBINATÓRIOS.....	175
---	-----

Diana França Costa da Silva
Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos

Capítulo 9 - O LUGAR DO BANCO DE DADOS NO ESTUDO
DOS CONCEITOS ESTATÍSTICOS 197

Adriana Costa Santos da Silva

Maria Elizabete Souza Couto

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana

Capítulo 10 - CONCEITOS ESTATÍSTICOS REVELADOS EM UM
AMBIENTE DE APRENDIZAGEM PRISIONAL: UM ESTUDO
DE CASO DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA 215

Bruno Monteiro Riva

Priscila Bernardo Martins

Capítulo 11 - CONTRIBUIÇÕES DO LETRAMENTO PARA A
FORMAÇÃO DE PROFISSIONAIS DA EAD: UMA PROPOSTA
PEDAGÓGICA..... 243

Michel da Costa

Fernanda Florindo de Souza

Maria Elisabette Brisola Brito Prado

Avaetê de Lunetta e Rodrigues Guerra

Capítulo 12 - “POR QUE AS FORMIGAS ANDAM EM FILAS?”:
CICLO INVESTIGATIVO NA EDUCAÇÃO INFANTIL..... 265

Flávia Luíza de Lira

Maria da Conceição Lira da Silva

Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho

Capítulo 13 - HISTÓRIAS EM QUADRINHOS NA SALA DE
AULA: UMA ABORDAGEM SOBRE ESTATÍSTICA NOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL 287

Izabela Cristina Bezerra da Silva

Gilda Lisbôa Guimarães

Capítulo 14 - DA INTUIÇÃO À FORMALIZAÇÃO: ABORDANDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO.....	309
<i>Lidiane Ribeiro Rodrigues Gaioti</i>	
<i>Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon</i>	
Capítulo 15 - A TRANSDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DE ESTATÍSTICA	333
<i>Bruno Santos Nascimento</i>	
SOBRE OS AUTORES	345
SOBRE OS ORGANIZADORES	363

PREFÁCIO

Foi com muito prazer que aceitei o convite para escrever o prefácio desse livro que certamente contribuirá com nossa educação escolar para a vida. Ele foi organizado para contribuir com reflexões e práticas de professores e pesquisadores acerca do processo de aprendizagem da Combinatória, Estatística e Probabilidade nos diferentes níveis de ensino. Considero fundamental que todos nós possamos compartilhar nossas vivências para construirmos uma apropriação de conhecimentos da forma mais ampla possível.

Diante da possibilidade de hoje lidarmos com uma grande quantidade de dados para compreender o mundo físico e social de situações reais e cotidianas, é fundamental que estudantes e professores dominem conhecimentos estatísticos e probabilísticos para sistematizar as informações, tomar decisões em situações de incerteza e poder justificá-las. Da mesma forma, é fundamental ser capaz de analisar informações estatísticas de forma crítica e considerando a credibilidade da fonte da pesquisa.

Conhecimentos de Combinatória, Estatística e Probabilidade propiciam uma maior compreensão do mundo e pode ser abordado nas escolas de forma interdisciplinar.

Em cada um dos capítulos são apresentados resultados de pesquisas vivenciadas por pesquisadores e professores de diferentes níveis de ensino e de diferentes regiões do Brasil, além de um artigo de Portugal.

Celi Lopes, Sidney Santos, Fernanda de Paula e Geovane Barbosa buscam discutir o processo de ensino e aprendizagem estatístico e probabilístico na Educação Básica e, para tal, analisam a Base Nacional Comum Curricular, argumentando que as perspectivas do Letramento Estatístico e do Letramento Probabilístico não estão bem delineadas e, conseqüentemente, a efetivação dessas abordagens no ambiente escolar precisa ser oriunda das pesquisas em Educação Estatística. Nesse sentido, o capítulo

de Loise Medeiros e Edda Curi podem subsidiar essa reflexão uma vez que as autoras apresentam as concepções e pressupostos teóricos da Educação Estatística articulando letramento, raciocínio e pensamento estatístico no contexto da Educação Básica. Elas advogam que existem situações nas quais estes domínios podem atuar independentes dos demais, assim como, podem existir contextos em que eles se sobrepõem, relacionando entre si. Outro trabalho que pode subsidiar professores e pesquisadores a refletirem sobre o que deve ser ensinado foi desenvolvido por Paulo Cesar Oliveira e Leila Mello. Esses autores realizaram uma revisão sistemática com o objetivo de analisar o quão tem sido empregado os registros de representação semiótica no desenvolvimento do Letramento Estatístico ou Probabilístico, obtidas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Encontraram apenas 4 pesquisas que são descritas e analisadas sobre diferentes perspectivas. Assim, ressaltam sobre a importância de novas pesquisas articulando as representações semióticas e suas implicações para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico.

Buscando superar os desafios e possibilidades de ensinar combinatória desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, Cristiane Rocha, Juliana Montenegro e Rute Borba analisam, à luz dos *Conhecimentos Matemáticos para o Ensino*, diferentes estudos realizados no Grupo de pesquisa Geração/UFPE. As autoras defendem que os cursos de Pedagogia precisam discutir mais sobre conhecimento do conteúdo, bem como, cursos de licenciatura em Matemática precisam discutir sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo.

Realizando pesquisas com formação inicial de professores, Reinaldo Lima, Cassio Giordano e Vera Debora Vilhena desenvolveram uma investigação buscando identificar e compreender os registros semióticos mobilizados por estudantes de Pedagogia, de uma turma de uma cidade do interior do Estado do Pará, sobre resolução de problemas envolvendo Probabilidade. Observaram lacunas na formação inicial, deixando evidente a

necessidade de formação continuada para ampliar o repertório dos docentes, permitindo que eles possam diversificar a exploração dos registros de representação, enriquecendo seu repertório conceitual e viabilizando a ampliação podendo, assim, proporcionar um ensino de melhor qualidade aos seus estudantes na Educação Básica brasileira. Em Portugal, Maria Manuel Nascimento, Assumpta Estrada e J. Alexandre Martins também investigaram como graduandos de uma turma de Pedagogia utilizavam histórias infantis para criar jogos para ensinar probabilidade, uma vez que as histórias articulam linguagem oral e probabilística e proporcionam ludicidade ao ensino. A partir da análise da idoneidade didática na perspectiva do Enfoque Ontosemiótico evidenciaram que formação realizada contribuiu para a prática dele, argumentando que professores em formação devem ser ensinados da mesma forma que se espera que ensinem enquanto professores.

Investigando professores que atuam nos anos iniciais, Francisco de Assis e Cláudia Groenwald realizaram uma investigação com professores dos anos iniciais que lecionam em um município do estado da Paraíba. Esses autores identificaram o perfil desses profissionais e como eles desenvolviam a unidade temática de Probabilidade e Estatística, ressaltando a necessidade de suporte e recursos adicionais para a formação de professores nessa área a fim de melhorar a qualidade do ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Também investigando professores dos anos iniciais, Diana Silva e Jaqueline Lixandrão Santos investigam o Conhecimento Especializado do Conteúdo de professoras dos anos iniciais em situações combinatórias. Para tal foram conduzidas entrevistas individuais e um processo formativo com seis professoras do município de Carpina – PE, pela plataforma Google Meet, de forma síncrona. Nesse artigo apresentam uma análise do primeiro encontro no qual refletiram com as professoras os invariantes da combinatória a partir de situações problemas. Os resultados indicam a importância de processos formativos em Combinatória permitindo o desenvolvimento do Conhecimento Especializado do Conteúdo. Também buscando contribuir com a

formação continuada de professores, Adriana Silva, Maria Elizabete Couto e Eurivalda Santana realizaram um processo formativo com seis professoras dos anos iniciais da Bahia, ressaltado a importância dos bancos de uma pesquisa para a compreensão dos processos de pesquisa estatística. Ainda sobre o trabalho de professores, Bruno Rivas e Priscila Martins analisam o que tem sido desenvolvido sobre estatística em um ambiente de aprendizagem prisional, defendendo a necessidade de uma aprendizagem baseada em referências da vida real.

Cursos de formação online com professores que atuam em diversas áreas do Ensino Superior foram realizados por Michel da Costa, Fernanda Souza, Maria Elisabette Prado e Avaetê Guerra. Os cursos envolviam conceitos estatísticos como variáveis, diagramas, tabelas, gráficos e ideias de medidas de forma crítica e suas relações com diferentes contextos. A partir de oficinas com momentos síncronos e assíncronos e reflexões proporcionadas pelos fóruns de discussão os participantes evidenciaram aprendizagens de competências profissionais para o Letramento Estatístico. Os autores defendem que através do ensino online, utilizando recursos tecnológicos avançados, foi possível oferecer uma abordagem flexível e acessível, permitindo a compreensão de habilidades estatísticas fundamentais para a tomada de decisões em diversas áreas profissionais.

Finalmente, são apresentadas pesquisas realizadas por estudantes de diferentes níveis de ensino. Flávia Lira, Maria da Conceição Silva e Liliane Carvalho argumentam que é essencial que os professores estejam atentos aos questionamentos que as crianças fazem para desenvolverem pesquisas envolvendo diferentes etapas do ciclo investigativo. Assim, apresentam uma pesquisa realizada por crianças da Educação Infantil, a partir de uma pergunta levantada por elas, e discutem o engajamento dessas crianças na exploração de um tema real que despertou o interesse delas. Nessa mesma linha Izabela Silva e Gilda Guimarães ressaltam a importância de práticas pedagógicas relacionadas à aprendizagem de conteúdos estatísticos nas salas de aula de todos os níveis de ensino, uma vez

que esses conhecimentos contribuem para a formação cidadã dos estudantes. Nesse artigo analisam a facilidade de estudantes do 5º ano em aprender a pesquisar a partir de histórias em quadrinhos. As histórias descritas nas HQs serviram não só como motivadoras, mas também como dados a serem comparados com os coletados pelos estudantes. Além disso, proporcionaram ótimas discussões em sala, favorecendo a aprendizagem de conceitos estatísticos e o desenvolvimento da linguagem oral.

Dois outros estudos envolvem estudantes, porém bem mais velhos, evidenciando o trabalho que pode ser desenvolvido em sala de aula em diferentes níveis de ensino. Lidiane Gaioti e Thiarla Zanon buscaram investigar como a resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino de matemática, pode contribuir para a aprendizagem dos agrupamentos simples de combinatória com uma turma de alunos do 2º ano do Ensino Médio. Segundo as autoras os estudantes foram desafiados a refletir e elaborar estratégias de resolução em grupos, contribuindo positivamente para o aprendizado do conteúdo em questão. Também investigando esse nível de ensino, Bruno Nascimento apresenta o relato de uma sequência didática transdisciplinar articulando Matemática, Biologia e História no contexto da COVID-19. Cada grupo de estudantes recebeu um tema para realizar pesquisas quantitativas por meio de formulários eletrônicos e qualitativas por meio de pesquisas documentais. As informações coletadas foram apresentadas em vídeos apresentados para toda escola. Os estudantes protagonistas da construção de seus conhecimentos compreenderam conceitos estatísticos e suas funções, a partir da vivência de todo o ciclo investigativo.

Espero que as pesquisas relatadas aqui possam servir de inspiração para um trabalho que permita avanços para o ensino e aprendizagem da Combinatória, Estatística e Probabilidade.

Boa leitura!

Gilda Lisbôa Guimarães

Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica/
Edumatec - UFPE

COM A PALAVRA, OS ORGANIZADORES

A idealização desta obra surgiu a partir de uma parceria colaborativa entre nós, organizadores, estabelecida desde o doutorado, em 2018. Recém titulados, a nossa preocupação era dar continuidade às nossas discussões e parcerias, bem como contribuir para a pesquisa e ensino na área de Educação Matemática e Educação Estatística. Com este propósito, criamos um grupo de Whatsapp para “refletirmos juntos” sobre as nossas pesquisas, além de compartilhar acontecimentos sobre as nossas vidas. Dentre as nossas conversas surgiu a ideia de estabelecer um profícuo diálogo de pesquisadores que se dedicam a discutir as práticas de professores que ensinam Combinatória, Estatística e Probabilidade na Educação Básica.

Desse modo, a presente obra visa disseminar os resultados das ações mobilizadas por professores que ensinam combinatória, estatística e probabilidade na Educação Básica. Essa produção contou com a participação de pesquisadores de regiões distintas do nosso país (Sudeste, Nordeste, Norte e Sul), como também contamos com o envolvimento de pesquisadores internacionais (Portugal).

A professora Gilda Guimarães, uma das referências no Ensino de Estatística no Brasil, na qual sentimos gratidão por aceitar carinhosamente o nosso convite para prefaciá-la obra, já lançou alguns spoilers sobre os textos, aqui reunidos, e endossa que essas pesquisas possam servir de inspiração para professores e para o avanço do processo de Ensino e Aprendizagem de tais Objetos de Conhecimentos.

Assim, esperamos que esta obra possa contribuir com o avanço do debate acadêmico sobre o ensino de Combinatória, Estatística e Probabilidade e que as temáticas aqui apresentadas

e articuladas possam servir de objetos de estudos para novas investigações e contribuir com a melhoria da qualidade do ensino básico de nosso país.

Sidney Silva Santos
Geovane Carlos Barbosa
Priscila Bernardo Martins
(Organizadores)

Capítulo 1

UMA DISCUSSÃO TEÓRICA- METODOLÓGICA PARA EDUCAR ESTATISTICAMENTE NA ESCOLA BÁSICA

Celi Espasandin Lopes¹

Sidney Silva Santos²

Fernanda Vital de Paula³

Geovane Carlos Barbosa⁴

1 Introdução

O mundo contemporâneo, com a expansão das tecnologias digitais, internet e redes sociais, faz emergir inúmeros conjuntos de dados. Vivemos a era dos *big data*, onde métodos e ferramentas estatísticas continuam sendo primordiais, juntamente com a probabilidade. A utilização da inteligência artificial em diversas áreas também é cada vez mais frequente; assim, máquinas são programadas na tentativa de subsidiar as atividades humanas. Nesse contexto, os conhecimentos estatísticos e probabilísticos são essenciais nos sistemas.

Considerando este cenário social, a formação escolar requer um investimento nos processos de ensino e aprendizagem dos letramentos estatístico e probabilístico, proporcionando o

1 Breve descrição biográfica. E-mail

2 Pós-doutorando do programa de pós-graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUCC, sidneysantosnm@gmail.com.

3 Doutora em Estatística - Universidade Federal do Norte do Tocantins, Campus Araguaína, fernandavital@uft.edu.br.

4 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática - Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Cachoeiro de Itapemirim, geovane.barbosa@ifes.edu.br

desenvolvimento de habilidades necessárias para a realização de análise de dados e compreensões para lidar com situações de incerteza.

Reconhecendo a presença da probabilidade e da estatística em diversas situações científicas, tecnológicas e do cotidiano humano, evidencia-se a necessidade de que toda pessoa saiba lidar com clareza e criticidade nos diversos momentos de sua vida, de forma a tomar decisões mais adequadas, elaborando argumentos mais plausíveis. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular normatiza a abordagem de diversos objetos de conhecimento e o desenvolvimento de competências e habilidades na unidade temática Probabilidade e Estatística em todos os anos da Educação Básica.

Embora esse seja um esforço válido em prol dos letramentos estatístico e probabilístico em nosso país, o documento não subsidia o professor com indicações teóricas e metodológicas para a implementação de tais formas de letramento. Observa-se uma carência de orientações aos professores que ensinam matemática, os quais se defrontam com o desafio de ensinar estatística e probabilidade.

É inquestionável a imensa contribuição das pesquisas na área de Educação Estatística no que se refere ao preenchimento das lacunas existentes no processo de ensino e aprendizagem da estatística e probabilidade em todos os níveis de ensino. Essa área apresenta uma produção científica que se destaca pela quantidade e qualidade de estudos realizados, os quais envolvem aspectos teóricos, metodológicos e epistemológicos. Ao mesmo tempo, novos desafios surgem com as recomendações curriculares e tecnológicas atuais, emergindo a necessidade de apontar direções que subsidiem práticas docentes que se alinhem aos componentes de conhecimento e de disposição para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico, definidos por Gal (2002, 2015), e os objetos de conhecimento, competências e habilidades da unidade Probabilidade e Estatística da BNCC. A partir de tais pressupostos, consideramos pertinente discutir, a seguir, o processo

de ensino e aprendizagem estatístico e probabilístico na Educação Básica.

2 Educação estatística na escola básica

A Educação Estatística, nos seus primórdios, emergiu da necessidade de estudar e compreender como as crianças, jovens e adultos aprendem estatística e probabilidade, além de considerar as interfaces existentes nos raciocínios necessários ao estudo dessas temáticas. Atualmente, estudos têm mostrado que essa área de conhecimento se ampliou e apresenta discussões relevantes sobre práticas pedagógicas de sala de aula da Educação Básica. O ensino de estatística e probabilidade requer atenção pela inter-relação que possui com outras áreas do conhecimento, buscando aporte teórico e metodológico para se fundamentar em áreas como a Psicologia, Pedagogia, Filosofia, Matemática, Educação Matemática, além da própria Estatística, visando ao desenvolvimento do letramento estatístico e o letramento probabilístico das pessoas (Lopes, 2010b).

Tais letramentos já eram substanciais, mas tornaram-se ainda mais urgentes na formação do cidadão contemporâneo diante da preponderância da estatística e da probabilidade na compreensão científica do mundo. Na era dos *big data* e da inteligência artificial, em que é cada vez mais crescente a quantidade de dados e o uso de tecnologias, a capacidade de elaborar, avaliar e criticar argumentos probabilísticos e estatísticos é fundamental.

Entendemos, assim como Cazorla, Kataoka e Silva (2010), que o Letramento Estatístico tem por intuito proporcionar uma postura focada na investigação e na reflexão crítica do sujeito, uma vez que estamos inseridos em uma sociedade globalizada, carregada de informações, que requer tomar decisões em situações de incerteza. Portanto, o letramento estatístico relaciona-se:

à habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas em jornais e outras mídias, sendo capaz de se pensar criticamente sobre

elas (Campos; Wodewotzki; Jacobini, 2011, p. 44).

A partir desse ponto de vista, para letrar estatisticamente o estudante, precisamos envolvê-lo no processo de aprendizagem, tornando-o protagonista do seu aprendizado, proporcionando-lhe o contato com informações estatísticas reais, a possibilidade de coletar, organizar, interpretar, tirar conclusões e, a partir delas, tomar decisões pautadas em dados. Nessa direção, Gal (2002) argumenta que uma criança, um jovem ou um adulto se constitui letrado estatisticamente quando consegue realizar interpretações e análises críticas sobre informações estatísticas apresentadas em uma ótica social globalizada.

O pesquisador define os componentes cognitivos e os afetivos para o desenvolvimento do letramento estatístico. Assim, o componente cognitivo corresponde à capacidade de compreender a informação estatística e se subdivide nos seguintes elementos: letramento e conhecimento matemático, estatístico e de contexto, além da capacidade para elaborar questões; já o componente afetivo está relacionado às crenças, às atitudes e ao posicionamento crítico a partir dos dados.

Ao considerar o desenvolvimento dos letramentos estatístico e probabilístico na Educação Básica, cumpre compreender que a Estatística e a Matemática são ciências distintas. Como nos alertam os pesquisadores Cobb e Moore (1997), a estatística é uma ciência que não existe para si mesma, mas, sim, para oferecer a outros campos de estudo um conjunto coerente de ideias e ferramentas para lidar com dados. A necessidade de tal disciplina surge da onipresença da variabilidade e o foco na variabilidade dá naturalmente à estatística um conteúdo particular que a diferencia da própria matemática e de outras disciplinas matemáticas, não só no que se refere aos conteúdos. A estatística requer um tipo diferente de pensamento porque os dados não são apenas números, são números com um contexto.

Nessa direção o ensino de estatística enfrenta dificuldades diversas, conforme nos orientam Cazorla, Kataoka e Silva (2010,

p. 19):

O ensino de Estatística enfrenta outras dificuldades devido à sua natureza, pois o pensamento estatístico rompe com o paradigma do raciocínio racional, lógico e determinista, característico da Matemática, uma vez que o homem, no seu cotidiano, muitas vezes toma decisões em condições de incerteza.

Uma vez que aquela é ensinada dentro desta, em todas as etapas de escolaridade das escolas brasileiras, ela tem um caráter inter(intra)disciplinar. O trabalho com a estatística, nas aulas de matemática, possibilita ao professor buscar intersecções com outras disciplinas (interdisciplinaridade), ou mesmo, com a própria matemática ou estatística (intradisciplinaridade), viabilizando explorar diferentes temas atuais e reais, oriundos do cotidiano dos estudantes.

Já o letramento probabilístico, conforme Gal (2015), está intimamente ligado ao letramento estatístico e é necessário para que as pessoas saibam lidar com uma gama de situações do mundo real que envolve geração ou interpretação de mensagens probabilísticas e tomada de decisões em situações de acaso ou incerteza. Para a construção do letramento probabilístico, o autor define cinco itens inter-relacionados de conhecimento: familiaridade com os conceitos de variação, aleatoriedade, independência e incerteza; formas de obtenção da probabilidade de eventos; utilização de termos e métodos para comunicar o acaso; compreensão e implicações de questões probabilísticas em diversos contextos e discursos; e reflexão crítica ao lidar com probabilidades. Tal construção também envolve três elementos de disposição: postura crítica; crenças e atitudes e sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

Lamentavelmente, as perspectivas do letramento estatístico e do letramento probabilístico não estão bem delineadas e orientadas na Base Nacional Comum Curricular⁵ – BNCC (Brasil, 2017).

5 A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica,

Esse documento considera que:

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática **probabilidade e estatística**. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2017, p. 274, grifo nosso).

No que se referem às diferentes etapas de ensino da Educação Básica, são vários os objetivos a serem alcançados em cumprimento ao normatizado pela BNCC na unidade temática Probabilidade e Estatística. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por exemplo, espera-se que os estudantes se conscientizem da existência dos fenômenos aleatórios. Nesse contexto, deve ser compreendido que há eventos certos, impossíveis e prováveis e a construção do espaço amostral, bem como o cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis devem ser iniciados. Quanto à estatística, os estudantes devem ser motivados a realizarem pesquisas de seu interesse que contemplem a coleta e a organização de dados, a fim de que compreendam o papel da estatística em seu cotidiano. Também devem ser desenvolvidas habilidades como a leitura, a interpretação, a construção de tabelas e gráficos e a elaboração de textos escritos para a comunicação de dados e sintetização de conclusões.

Destaca-se que o documento não cita a inclusão dessa temática na Educação Infantil, demonstrando uma não relevância em abordá-la nessa etapa educacional. Em direção contrária, Alsina (2017) cita três argumentos inter-relacionados que justificam a incorporação da probabilidade e estatística na Educação Infantil: é

de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2017, p. 7)

preciso garantir uma educação de qualidade ajustada às mudanças sociais de uma sociedade que evolui em um ritmo acelerado; a probabilidade e estatística são importantes para o desenvolvimento integral das crianças na sociedade atual, científica e tecnologicamente avançada; e o letramento estatístico e probabilístico são importantes na formação das crianças para a vida cotidiana.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o objetivo principal de se ensinar combinatória, probabilidade e estatística consiste em possibilitar aos estudantes coletarem, organizarem e interpretem a informação de interesse deles por meio da investigação estatística. Nessa organização dos dados, a identificação das variáveis é fundamental para entender a natureza da pesquisa. Baseados na análise crítica dos dados, os alunos devem formular conjecturas, tirar conclusões e conseguir fundamentá-las e defendê-las por meio da produção de textos orais ou escritos. A representação da informação por eles levantada se adequa ao tipo de diagrama e às tabelas de frequência. As medidas de centralidade e de dispersão constituem os instrumentos para analisar a variabilidade presente nos dados e sintetizar a informação. Os experimentos e as simulações possibilitam perceber os fenômenos que são ou não aleatórios, auxiliando, junto com o princípio fundamental da contagem, a construção do espaço amostral.

Já para o Ensino Médio, devem ser estendidas a capacidade crítica e as associações dos conteúdos de Probabilidade e Estatística ao contexto dos estudantes. Tal extensão prevê o desenvolvimento de habilidades, como a identificação de inadequações que conduzem a erros em tabelas, gráficos e amostras, a comunicação de resultados obtidos em pesquisas efetuadas pelos estudantes por meio de relatório que utilizem elementos estatísticos e tecnologias, a resolução ou elaboração de problemas envolvendo contagem e descrição do espaço amostral, recorrendo a estratégias diversas, a identificação de situações cotidianas nas quais seja necessário fazer escolhas, levando-se em conta os riscos probabilísticos e a interpretação das medidas de tendência central e de dispersão.

Essa abordagem se aproxima das indicações feitas por Lopes

(2010a), ao relatar que o ensino de probabilidade e estatística deve levar em consideração a resolução de problemas estatísticos com o uso de tecnologias, como *softwares* e planilhas eletrônicas e, também, com a realização de experimentos e simulações. No entanto, a presença de objetos de conhecimentos, competências e habilidades relacionadas à unidade probabilidade e estatística, nas recomendações curriculares de Matemática para a Educação Básica, não é suficiente para garantir que se propicie o desenvolvimento dos letramentos estatístico e probabilístico aos estudantes. O documento, ao apresentar as indicações para cada ano escolar, apenas apresenta uma lista de:

objetos de conhecimento e habilidades para cada unidade temática, sem subsidiar o professor com indicações teóricas e metodológicas para a implementação do letramento estatístico e probabilístico ao longo do Ensino Fundamental. Além disso, não considera um desenvolvimento curricular em espiral para a aprendizagem de conceitos e procedimentos probabilísticos e estatísticos. Há sim, explícita indicação de uma padronização curricular, o que nos parece uma significativa contradição em relação a busca de superação das desigualdades em prol da equidade e da diversidade (Lopes, 2021).

Diante dessa realidade, um grande desafio, em nosso país, para a efetivação da abordagem dos letramentos estatísticos e probabilísticos no ambiente escolar, parece ser a elaboração de orientações aos professores de Matemática a partir dos resultados oriundos das pesquisas em Educação Estatística. Consideramos importante incorporar, nas recomendações curriculares, a necessidade de possibilitar os estudantes um estudo que lhes permita:

Formular questões que podem ser abordadas com os dados e a coleta, organizar e apresentar dados relevantes para responder a elas; selecionar métodos estatísticos adequados para analisar os dados; desenvolver e avaliar inferências e previsões que se baseiam em dados; e compreender e aplicar conceitos básicos de Probabilidade (Lopes, 2010a, p. 51-52).

A pesquisadora destaca que, para perseguir esses objetivos, é preciso envolver os estudantes no processo de investigação e na

situação a ser escolhida por eles, de modo a solucionar indagações que eles tenham problematizado. Cazorla, Kataoka e Silva (2010) complementam tais indicações, incluindo que a simulação contribui para estudar os experimentos aleatórios.

Esses pressupostos supõem a necessidade de planejar práticas pedagógicas que auxiliem os estudantes a desenvolverem o pensamento estatístico e probabilístico (Wild; Pfannkuch, 1999). O pensamento estatístico, em grande parte, exige lidar com a onipresença de variabilidade, daí a importância da resolução de problemas estatísticos. Essa habilidade em lidar com a variabilidade possibilita às pessoas uma tomada de decisão centrada na compreensão dos acontecimentos, porque elas conseguem mensurar a variabilidade dos dados e isso as torna capazes de explicar e argumentar sobre suas decisões (Lopes, 2010a).

Os estudos de Curcio (1989) destacam que, para ler, interpretar e representar uma informação por meio de um diagrama, precisamos nos inteirar de três níveis de interpretação da linguagem gráfica: leitura dos dados, leitura entre os dados e leitura além dos dados. A *Leitura dos dados* consiste em literalmente ler o gráfico: em um primeiro nível, o estudante retira os fatos explícitos que nele estão representados, como: ler as informações descritas no eixo horizontal e no eixo vertical; ler as informações contidas na legenda, entre outros. Neste primeiro nível, não se realiza a interpretação da informação.

No segundo nível *leitura entre os dados* o aluno faz algumas interpretações e organiza as informações contidas nos dados ou, ainda, compara quantidades, faz relações matemáticas existentes no gráfico e realiza inferências simples, a partir dos dados corporificados nos gráficos. De acordo com a pesquisadora, como este é o nível mais comum na compreensão dos gráficos, espera-se que o aluno identifique tendências no gráfico e o relacionamento de ideias, como mostram as pesquisas de Santos, Barbosa e Lopes (2020), Fernandes e Moraes (2011) e Batanero, Arteaga e Ruiz (2010);

No nível seguinte *leitura além dos dados*, os estudantes

fazem inferências ou preveem um determinado resultado ou acontecimento em função da experiência e de seus conhecimentos e não apenas das informações apresentadas no gráfico. Ao atingir esse nível de compreensão, eles têm condições de formular perguntas além dos dados ali presentes, extrapolando e fazendo previsões ou inferências a partir da interpretação.

É significativo que o ensino e a aprendizagem da probabilidade e estatística abordem diferentes estratégias pedagógicas, para que favoreçam ao estudante construir seu próprio conhecimento por meio de diferentes contextos, por exemplo, o ensino por meio de resolução de problemas (Lopes, 2008, 2010a, 2010b; Carvalho; Monteiro; Campos, 2010); de modelagem matemática/estatística (Mendonça, 2008; Mendonça; Lopes, 2010; Pita, 2020); de recursos tecnológicos (Viali; Sebastiani, 2010); do uso materiais manipuláveis e jogos (Lopes; Teodoro; Resende, 2010) e de projetos (Santos Costa, 2017). Segundo Hernández e Ventura (1998, p. 61):

um projeto pode organizar-se seguindo um determinado eixo: a definição de um conceito, um problema geral ou particular, um conjunto de perguntas interrelacionadas, uma temática que valha a pena ser tratada em si mesma... Normalmente, superam-se os limites de uma matéria. Para abordar esse eixo em sala de aula, se procede dando ênfase na articulação da informação necessária para tratar o problema objeto de estudo e nos procedimentos requeridos pelos alunos para desenvolvê-lo, ordená-lo, compreendê-lo e assimilá-lo.

Essas fases possibilitam aos estudantes serem conscientes de seu processo de aprendizagem, envolvendo-os e colocando-os como protagonistas de sua aprendizagem. Quando o professor lança mão da metodologia de projetos em sala de aula, ele auxilia seus alunos a estabelecerem relações mais abertas e flexíveis com os conteúdos escolares, uma vez que as funções de ambos, professores e alunos, se entrelaçam, e o professor deixa de ser um mero reprodutor de conhecimentos e o aluno um mero repositório. Enfim, é uma abordagem que envolve conjuntamente o professor e o aluno no processo de investigação (Hernández; Ventura, 1998).

Cury (2018) relata que há muito que se aprender com os

erros dos alunos, tornando-os excelentes aliados do professor no momento de ensinar seus estudantes. Em suma, para que haja um ensino que, de fato, faça sentido para o aluno, cabe atentar-se para que ele se interligue com situações reais do cotidiano das crianças, que desencadeie a reflexão e o diálogo, facultando ao aluno ser protagonista da sua formação.

3 Para não concluir ...

Neste capítulo, apresentamos uma discussão sobre o processo de ensino e aprendizagem da estatística e da probabilidade na escola básica com o objetivo de suscitar reflexões sobre o movimento teórico e metodológico a ser considerado para promover o desenvolvimento dos letramentos estatístico e probabilístico dos alunos dos diferentes anos de escolarização.

Consideramos os indícios decorrentes das pesquisas realizadas na área de Educação Estatística, as quais têm tomado como foco de estudo os desafios presentes na formação inicial e continuada dos professores, bem como, problemas que emergem das práticas pedagógicas relacionadas aos conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos. Muito se tem discutido sobre o desenvolvimento dos pensamentos estatísticos e probabilísticos, nos estudos teóricos e práticos, com o objetivo de se pensar uma educação que proporcione às pessoas ampliarem suas competências para exercer criticamente suas atividades profissionais e pessoais. Essa perspectiva educacional possibilita que as pessoas sejam capazes de tomar decisões com mais segurança devido aos conhecimentos matemáticos e estatísticos dos quais se apropriaram.

Outro aspecto a ser destacado, que tem emergido das investigações, com indicações pertinentes para o ensino de estatística e probabilidade, se refere à inserção do uso de tecnologias digitais e outros recursos didáticos que auxiliem uma abordagem significativa e efetiva da Educação Estatística. Também cabe ressaltar que as questões a serem abordadas e os dados a serem levantados e tratados, no desenvolvimento dos letramentos estatístico e probabilístico na

Educação Básica, devem estar inseridos no contexto dos estudantes, de modo que eles se sintam envolvidos no processo de aprendizagem e sejam protagonistas dos seus conhecimentos.

Sem intenção de esgotar a discussão, esperamos que este capítulo traga contribuições teóricas e metodológicas para o leitor e, principalmente, reflexões que promovam redimensionamentos nas práticas pedagógicas no que se refere ao desenvolvimento das habilidades e competências relacionadas aos pensamentos estatísticos e probabilísticos.

Referências

ALSINA, Ángel. Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, [s. l.], v. 34, n. 95, p. 25-48, 2017.

BATANERO, Carmen; ARTEAGA, Pedro; RUIZ, Blanca. Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. **Enseñanza de las Ciencias**, [s. l.], v. 28, n. 1, p. 141-154, 2010.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 2 mai. 2020.

CAMPOS, Celso R.; WODEWOTZKI, Maria Lúcia. L.; JACOBINI, Otávio R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021

CARVALHO, Liliane M. T. L. D.; MONTEIRO, Carlos E. F.; CAMPOS, Tânia M. M. Refletindo sobre a Interpretação de Gráficos como uma atividade de Resolução de Problemas. *In*: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileda D. Q. E. S. **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado das Letras, 2010. Cap. 9, p. 213-227.

CAZORLA, Irene M.; KATAOKA, Verônica; SILVA, Cláudia B. D. Trajetória e perspectiva da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. *In*: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cilleda D. Q. E. S.; ALMOULOU, Saddo A. **Estudos e reflexões em educação estatística**. 1ª. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 19-44.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, Statistics, and Teaching, **The American Mathematical Monthly**, [s. l.], v. 104, n. 9, p.801-823. 1997.

CURCIO, Frances R. Developing graph comprehension: elementary and middle school activities. Reston, Va.: **National Council of Teachers of Mathematics**, v. VIII, p. 1-85, 1989.

CURY, Helena N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 2ª. ed.

GAL, Iddo. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. **International Statistical Review**, Holanda, v. 70, p. 1-52, 2002.

GAL, Iddo. Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. *In*: **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning. Boston, MA: Springer US, 2005. p. 39-63.

HERNÁNDEZ, Fernando; VENTURA, Montserrat. **A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho**: O conhecimento é um caleidoscópio. Porto Alegre: Artmed, 1998.

LOPES, Celi E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28, p. 57-73, jan./abril, 2008.

LOPES, Celi E. Os desafios para educação estatística no currículo de matemática. *In*: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cilleda D. Q. E. S.; ALMOULOU, Saddo A. **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. 1ª. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2010a. Cap. 1, p. 47-63.

LOPES, Celi E. A Educação Estatística no Currículo de Matemática: um ensaio teórico. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 33, 2010, 17-20 outubro. **Anais [...]**. Caxambu, 2010b. 1-15.

LOPES, C. E. **Educação Estatística na Escola Básica**: currículo e práticas. Palestra proferida em junho de 2021 no Programa da licença promovido pela Universidade Federal Fluminense (UFF), 2021.

LOPES, José M.; TEODORO, João V.; REZENDE, Josiane D. C. O ensino de probabilidade por meio de um jogo e da resolução de problemas. *In: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileda D. Q. E. S.; ALMOULOU, Saddo A. Estudos e Reflexões em Educação Estatística*. Campinas: Mercado das Letras, 2010. Cap. 5, p. 135-156.

MENDONÇA, Luzinete D. O.; LOPES, Celi E. O trabalho com Educação Estatística no Ensino Médio em um Ambiente de Modelagem Matemática. *In: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileda D. Q. E. S.; ALMOULOU, Saddo A. Estudos e Reflexões em Educação Estatística*. Campinas: Mercado das Letras, 2010. Cap. 6, p. 157-172.

MENDONÇA, Luzinete O. **A educação estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio**. 2008. p. 233. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)- Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2008.

PITA, Ana P. G. **Um caminho, um olhar, um novo fazer**: narrativas de professores após formação continuada sobre Educação Estatística Crítica. 2020. p. 246. Tese (Doutorado Educação Matemática)- Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2020.

SANTOS COSTA, Marleide C. **A Estatística como eixo Integrador no ensino de conteúdos disciplinares na promoção da Interdisciplinaridade e a Transversalidade na Educação Básica**. 2017. 129 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, 2017.

SANTOS, Sidney S.; BARBOSA, Geovane C.; LOPES, Celi E. Trajetórias e Perspectivas da Educação Estatística a partir dos trabalhos apresentados no SIPEM. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 584-609, dez., 2020.

VIALI, Lorí; SABASTIANI, Renate G. Ensino de Estatística na Escola Básica com o Recurso da Planilha. *In*: LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileda D. Q. E. S. **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado das Letras, 2010. p. 193-212.

WILD, C.J.; PFANNKUCH, M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry. **Intemutionul Staristical Review**, México, v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

Capítulo 2

LETRAMENTO, RACIOCÍNIO E PENSAMENTO ESTATÍSTICO: DIFERENCIAÇÕES

Loise Tarouquela Medeiros¹

Edda Curi²

1 Introdução

Atualmente, a sociedade vem se desenvolvendo de forma acelerada em vários aspectos e são muitos os desafios da Educação Estatística. O crescente número de pesquisas nessa área nos mostra a existência de diversas correntes de pensamentos de abordagens que trazem diversos focos de enfrentamento das problemáticas pedagógicas da Educação Estatística. Há uma evidente presença de informações estatísticas nos mais diversos meios de comunicação e divulgação de informações, seja a partir de gráficos, tabelas, seja na utilização de termos específicos, como situações de riscos e incertezas.

Campos *et al.* (2013) apontam que um dos objetivos da Educação Estatística é “valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de certeza” (Campos *et al.*, 2013, p.12).

1 Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professora do Instituto Federal do Rio de Janeiro (IFRJ), campus São João de Meriti. Rio de Janeiro, Brasil. E-mail:loise.medeiros@ifrj.edu.br

2 Doutora em Educação Matemática. Professora do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, Brasil. E-mail:edda.curi@gmail.com

Numa perspectiva na qual os alunos:

Devem ser preparados para levantar problemas de seu interesse, formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e a variabilidade (Campos *et al.*, 2013, p.14).

Assim, nos questionamos como desenvolver a autonomia, reflexão e postura crítica no aluno a partir do desenvolvimento de três competências da educação estatística que são: letramento estatístico, raciocínio estatístico e pensamento estatístico. O letramento estatístico diz respeito a saber ler e interpretar informações estatísticas de modo que o aluno seja capaz de analisar criticamente essas informações. O raciocínio estatístico se dá por meio da compreensão de processos estatísticos e sua análise a partir de problemas baseados em situações reais. O pensamento estatístico é a capacidade de questionar e investigar os dados e os resultados envolvidos em um contexto específico de um problema.

Nesse contexto, centralizamos nossas atenções para o desenvolvimento das competências de letramento, raciocínio e pensamento estatísticos, pois acreditamos que é fundamental que os professores busquem possibilidades de atualização que acompanhem as tendências atuais de ensino. O aporte teórico deste estudo se baseia nos autores Gal (2002), Garfield (2002), Chance (2002) e Delmas (2002) que ressaltam os conceitos de “raciocínio estatístico (*statistical reasoning*)” e de “pensamento estatístico (*statistical thinking*)” que fazem parte da teoria de educação estatística, que se juntam ao “letramento estatístico (*literacy*)”, apresentando hierarquias entre eles, assim como suas interseções.

Desse modo, o capítulo tem como objetivo apresentar e descrever as concepções e os pressupostos teóricos da Educação Estatística, articulando letramento, raciocínio e pensamento estatístico no contexto da Educação Básica. Não temos intenção de definir conceitos, mas de apresentar marcas teóricas na busca de possíveis indícios para a diferenciação entre essas competências.

A pesquisa apresentada está no enfoque qualitativa e descritiva; nesse formato, os dados apresentados não são mensuráveis numericamente e a preocupação está voltada para a compreensão e o aprofundamento do entendimento sobre o letramento, o raciocínio e o pensamento estatístico. A investigação é do tipo bibliográfica, que tem a finalidade de aprimoramento e atualização do conhecimento, por meio de uma análise científica de obras já publicadas. A base dessa pesquisa são os livros, teses, artigos e outros documentos publicados que contribuem na investigação do problema proposto na pesquisa.

Para Boccato (2006, p.266), a pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas, trazendo subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Nos próximos tópicos, apresentaremos a definição de letramento, raciocínio e pensamento estatístico e como estes três estão relacionados para a efetiva aprendizagem da estatística.

2 Letramento estatístico

O letramento estatístico é uma habilidade esperada dos cidadãos em sociedade permeada por informações e ele é apresentado como resultado esperado da escolarização. Iddo Gal (2002) ressalta a importância de permitir que todas as pessoas funcionem efetivamente em uma sociedade carregada de informações e destaca que estudos nessa área muitas vezes são negligenciados e aponta a necessidade de que tal área ser abordada para que os adultos (ou futuros adultos) se tornem cidadãos mais informados e críticos.

O letramento estatístico, por exemplo, contribui para que as pessoas tenham consciência das tendências e fenômenos de importância social e pessoal (taxas de criminalidade, crescimento populacional, disseminação de doenças, produção industrial, desempenho educacional ou tendências de emprego), para a

capacidade das pessoas de fazer escolhas quando confrontadas com situações baseadas no acaso (comprar apólices de seguro e compreender aconselhamento médico). A necessidade do letramento estatístico também surge em muitos locais de trabalho, dadas as crescentes demandas de compreensão de informações estatísticas sobre a qualidade dos processos.

Os muitos exemplos de contextos indicam que a maioria das pessoas são “consumidoras” de informações estatísticas, denominados de “contextos de leitura”, nos quais as informações estatísticas podem ser representadas de três maneiras: texto (escrito ou oral) números e símbolos e exibições gráficas e tabulares. Isso ocorre diferentemente dos “contextos de investigação”, como discutidos por Wild e Pfannkuch (1999), em que as pessoas são “produtoras” ou “analisadoras” de informações estatísticas, que envolvem investigações empíricas, interpretam seus próprios dados e resultados, relatam suas descobertas e conclusões.

O termo letramento estatístico tem sido utilizado sob diferentes perspectivas; sendo assim, apresentamos no Quadro 1 uma sequência cronológica dessas variações que o termo vem sofrendo ao longo do tempo.

Quadro 1 – Sequência cronológica da perspectiva do letramento estatístico

Autor	Perspectiva letramento estatístico
Haack (1979)	Enfatiza elementos que são basicamente relacionados com a dimensão técnica do conhecimento estatístico.
Watson (1997)	Refere à capacidade de compreensão do texto e do significado das implicações das informações estatísticas inseridas em seu contexto formal e identifica três estágios de seu desenvolvimento: entendimento básico da terminologia Estatística; entendimento da linguagem estatística e dos conceitos inseridos num contexto de discussão social; desenvolvimento de atitudes de questionamento.

Garfield (1998)	Entendimento da linguagem estatística, ou seja, sua terminologia, símbolos e termos, a habilidade em interpretar gráficos e tabelas, em entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias.
Sedlmeier (1999)	A arte de extrair inferências racionais com base em uma abundância de números e informações providas pela mídia diariamente e se configura como uma capacidade indispensável para o exercício da cidadania, tanto quanto ler e escrever.
Rumsey (2002)	Relaciona com a educação para a cidadania e identifica cinco componentes principais inerentes à competência estatística: conhecimento sobre dados; entendimento de certos conceitos básicos de Estatística e de sua terminologia; conhecimento sobre a coleta de dados e sobre a geração de Estatísticas descritivas; habilidade de interpretação básica para descrever o que o resultado significa para o contexto do problema; habilidade de comunicação básica para explicar os resultados a outrem.
Gal (2002)	Enfatiza dois componentes inter-relacionados: a habilidade das pessoas em interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, os argumentos relacionados com dados de pesquisas e os fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos; a habilidade das pessoas para discutir ou comunicar suas reações a essas informações estatísticas, tais como suas interpretações, suas opiniões e seus entendimentos sobre o seu significado.
Kader e Perry (2006)	Um estudante, por meio do letramento estatístico, saberá como interpretar os dados contidos em um jornal e fará questionamentos sobre as informações estatísticas ali presentes. No seu trabalho, ele se sentirá confortável ao manipular os conhecimentos estatísticos necessários para tomar as decisões, além de ser capaz de fazer asserções sobre os assuntos estatísticos relacionados com a sua vida pessoal em geral.

Fonte: Autoria própria.

Percebemos que, a partir da década de 1990, diversos autores de diferentes países passaram a associar o letramento estatístico com os usos sociais dos conhecimentos de Estatística, tal como aconteceu com os teóricos do letramento linguístico e do letramento matemático. Um dos mais concisos a definir letramento

estatístico foi Gal (2002) ao mostrar dois componentes pertinentes: o componente cognitivo relativo à capacidade das pessoas para interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, utilizando argumentos relacionados aos dados ou a fenômenos estocásticos encontrados em diversos contextos; e a componente afetiva referente à capacidade de discutir ou comunicar suas reações às informações estatísticas, tais como a compreensão do significado da informação, suas opiniões e entendimentos sobre o seu significado.

Dessa forma, Gal (2002) propõe um modelo para atender às demandas do letramento estatístico, em duas componentes: a primeira os elementos de conhecimento, que incluem habilidades de letramento em geral, os conhecimentos estatístico, matemático e do contexto e questionamento crítico; e a segunda disposicional, que inclui crenças, atitudes e postura crítica, conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 2 – Letramento Estatístico na perspectiva de Gal

Letramento Estatístico	
Elementos de Conhecimento	Elementos de Disposição
Habilidades de letramento	Crenças e Atitudes
Conhecimento estatístico	Postura Crítica
Conhecimento matemático	
Conhecimento do contexto	
Questões críticas	

Fonte: Gal (2002).

Segundo o autor, o modelo não deve ser visto como componentes fixas e separadas, mas como um conjunto dinâmico de conhecimentos e disposições dependentes do contexto que, juntos, levam ao letramento estatístico.

Os elementos do conhecimento de letramento estatístico estão divididos em cinco bases de conhecimento que “contribuem

em conjunto para a capacidade das pessoas de compreender, interpretar, avaliar criticamente e reagir as mensagens estatísticas” (Gal, 2002, p.4).

A primeira componente dos elementos de conhecimento é a *habilidade de letramento*, uma vez que, praticamente, todas as mensagens estatísticas são transmitidas por meio de texto escrito ou oral, ou exigem leitura e compreensão das informações tabulares ou gráficas que demandam habilidades específicas de letramento. Assim, lidar com informações estatísticas requer diversas demandas nas habilidades de letramento, como, por exemplo, habilidades complexas de compreensão de texto, pois podem ocorrer mensagens criadas para convencer os leitores a adotar um ponto de vista específico ou rejeitar outro, usando argumentos unilaterais ou apresentando informações seletivas para moldar uma impressão desejada. Além disso, também devem estar cientes de que os significados de certos termos estatísticos usados na mídia (aleatório, representativo, percentual, médio, confiável) podem ser diferentes de seu significado coloquial ou cotidiano.

A segunda componente dos elementos de conhecimento, o *conhecimento estatístico*, abrange “conceitos e procedimentos estatísticos e probabilísticos básicos” (Gal, 2002, p. 9). O autor aponta que, ao invés de haver uma maior preocupação com a capacidade de os alunos terem a capacidade de funcionar em uma sociedade rica em estatísticas e discutir o conhecimento necessário para ser estatisticamente letrado em si, geralmente, se concentram mais nos conteúdos de Estatística.

O conhecimento “básico” não pode ser discutido com uma seleção de tópicos de Estatística que pudesse contemplar a demanda requerida do letramento estatístico, mas ainda depende do nível desejado de letramento estatístico que se espera dos cidadãos, no contexto social em que está inserido, bem como de demandas mais funcionais num contexto de aplicação.

Para isso, Gal (2002), com base em estudos anteriores, traz cinco questões essenciais e necessárias que servem como base de

conhecimentos estatísticos para a construção do letramento, sendo eles:

1. **Saber por que os dados são necessários e como eles podem ser produzidos:** a pessoa deve possuir alguma compreensão das origens dos dados nos quais as descobertas ou exibições relatadas se baseiam, entender a necessidade de saber como eles foram produzidos e estar ciente da contribuição de um bom *design* de produção de dados para a possibilidade de responder a questões específicas.

2. **Familiaridade com termos e ideias básicas relacionadas à Estatística Descritiva:** pressupõem-se que a pessoa já possui entendimento acerca da origem dos dados. Nesse sentido, ela deve estar familiarizada com os conceitos básicos e exibições de dados que são comumente usados para transmitir descobertas ao público-alvo e que esteja ciente de que diferentes tipos de índices de resumo, aparentemente simples (ou seja, porcentagem, média, mediana), podem produzir visões diferentes e às vezes conflitantes dos mesmos fenômenos.

3. **Familiaridade com exibições gráficas e tabulares e sua interpretação:** é importante que a pessoa compreenda a criação de gráficos, tabelas e seus respectivos padrões e, assim, consiga compreender e analisar dados apresentados em gráficos e tabelas, ou seja, entender que as projeções podem ser feitas a partir de dados, olhar os padrões gerais e perceber que gráficos e tabelas diferentes podem produzir visões diferentes (e possivelmente conflitantes) dos fenômenos sob investigação e estar ciente de que os gráficos podem ser criados intencionalmente para enganar ou destacar/ocultar uma tendência ou diferença específica.

4. **Compreensão das noções básicas de probabilidade:** é necessário sensibilidade ao problema de interpretar corretamente a “linguagem do acaso”. Também devem ter noção das muitas maneiras pelas quais as estimativas de probabilidade ou risco são comunicadas por várias fontes, como porcentagens, probabilidades, proporções ou estimativas verbais. Familiarização com a noção de

aleatoriedade, compreendendo que os eventos variam em seu grau de previsibilidade ou independência, mas também que alguns eventos são imprevisíveis. E, finalmente, pelo menos intuitivamente, ter a ideia de uma variabilidade aleatória em fenômenos (aleatórios) para se ter uma análise crítica em dados apresentados.

5. **Saber como chegar a conclusões ou inferências estatísticas:** é importante saber como são realizadas as conclusões de dados estatísticos e estar ciente dos problemas relevantes a esse respeito, como compreender a possibilidade de diferentes erros ou vieses (na amostragem, na medição, na inferência), ter preocupação com a estabilidade e a generalidade dos dados, perceber que os erros podem ser controlados por meio de desenho adequado de estudos e podem ser estimados e descritos, saber determinar a “veracidade” das informações, tendo atenção ao tamanho e à qualidade do processo de amostragem, bem como à possibilidade de que uma amostra seja tendenciosa.

A terceira componente dos elementos de conhecimento é o *conhecimento matemático*, base para o letramento estatístico, uma vez que o seu desenvolvimento demanda habilidades numéricas das pessoas, de modo que possam interpretar corretamente os números utilizados nas informações estatísticas, sejam eles grandes (por exemplo, tendências do PIB) e pequenos, incluindo frações, decimais e porcentagens (por exemplo, estimativas de risco ou efeitos colaterais).

Compreender o significado matemático e estatístico de uma porcentagem informada, por exemplo, pode ser difícil, pois requer “um conceito multifacetado que possui múltiplos significados matemáticos e usos estatísticos (por exemplo, um número, uma expressão de uma relação, estatística, função, expressão de probabilidade)” (Gal, 2002, p. 14).

A quarta componente dos elementos de conhecimento é o *conhecimento do contexto* que, segundo Moore (1990), é o principal determinante da familiaridade do leitor com as fontes de variação e erro. Para o autor, o contexto é a fonte de significado e base para a

interpretação dos resultados obtidos.

Para Gal (2002, p.15), a falta de familiaridade com o contexto do qual são extraídos os dados, certamente acarretará dificuldades para realizar inferências, bem como elencar e sugerir interpretações que favoreçam o processo de tomada de decisão, com base nos dados e informações e pode causar interpretações equivocadas.

A quinta componente dos elementos de conhecimento são *as questões críticas*, nas quais se preocupa com a coerência das alegações apresentadas na mídia. Para isso, Gal (2002, p.16) nos apresenta algumas questões que ajudam na avaliação das informações:

- De onde vieram os dados (nos quais essa declaração se baseia)?
- Que tipo de estudo foi esse?
- Esse tipo de estudo é razoável nesse contexto?
- Um determinado gráfico é desenhado adequadamente ou distorce as tendências nos dados?
- Devem ser disponibilizadas informações ou procedimentos adicionais para que eu avalie a sensibilidade desses argumentos? Falta alguma coisa? Por exemplo, o escritor “esqueceu convenientemente” para especificar a base de uma porcentagem de alteração relatada ou o tamanho real da amostra?

Essas questões ajudam na reflexão das informações estatísticas, no encadeamento crítico das informações, levando há um julgamento mais coerente.

Ademais, Gal (2002) nos apresenta que, para ativar os elementos de conhecimento, é fundamental o desenvolvimento dos elementos disposicionais, que se baseiam em uma postura crítica apoiada em crenças e atitudes, que, segundo o autor, dizem respeito à disposição de uma atitude de questionamento espontânea frente às mensagens quantitativas, que podem ser: unilaterais, tendenciosas ou incompletas de alguma forma, intencionalmente ou não.

Entende-se que, nesse modelo, a sala de aula requiera um vivenciar de toda a lógica das investigações estatísticas, com um enfoque crítico reflexivo. Nessa perspectiva, “para letrar estatisticamente o aluno, precisa também desenvolver o raciocínio e o pensamento estatístico, de maneira que o aluno reflita, de forma crítica, sobre todas as fases da pesquisa” (Cazorla; Santana, 2010, p. 13).

A seguir, discutiremos sobre o raciocínio estatístico, como autores definem esse tema, visando identificar os tipos e seus níveis, além de apresentar algumas estratégias que promovam seu desenvolvimento.

3 Raciocínio estatístico

Nos estudos de Gal e Garfield (1999), o raciocínio estatístico é definido como a maneira de uma pessoa raciocinar com ideias estatísticas, mobilizando sentido para as informações estatísticas. Esse processo envolve interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos estatísticos de dados. Subjacente a esse raciocínio, está uma compreensão conceitual de ideias importantes, como acaso, variabilidade, aleatoriedade, distribuição, centro, incerteza, probabilidade, entre outras que levam a fazer inferências acerca dos resultados.

Para Campos, Wodewotzki e Jacobini, (2011), raciocínio estatístico significa entender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, além de interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais. Desse modo, para que uma pessoa raciocine estatisticamente, ela precisa exercer seu poder decisório, amparando-se na observação, na análise e no julgamento dos dados, bem como conjecturar as possibilidades de solução das incertezas que encontrará nas situações-problema e de que forma operacionalizar frente a elas.

Sendo assim, é fundamental que os professores estejam atentos aos tipos de raciocínio, para promover atividades para ajudar

a desenvolvê-los. Da mesma forma, podem propiciar atividades nas quais possam avaliar o nível de desenvolvimento do raciocínio dos estudantes para melhor direcionar suas aulas e, assim, favorecer o aprendizado dos seus alunos (Campos; Wodewotzki; Jacobini, 2011).

De acordo com Gal e Garfield (1999), os tipos de raciocínio são: raciocínio sobre dados, raciocínio sobre representação dos dados, raciocínio sobre medidas estatísticas, raciocínio sobre incerteza, raciocínio sobre amostras e raciocínio sobre associação, que estão sintetizados no Quadro 3:

Quadro 3 – Tipos de raciocínio estatístico

Tipos de raciocínio estatístico	
Raciocínio sobre dados	Reconhecer e categorizar variáveis quantitativas ou qualitativas, e saber como os tipos de variáveis remetem ao uso de determinados tipos de tabelas, gráficos ou medidas estatísticas
Raciocínio sobre representação dos dados	Entender a maneira como um gráfico representa uma amostra, saber ler e interpretar um gráfico e saber como modificar um gráfico para representar melhor um conjunto de dados. Reconhecer as características gerais de gráficos tais como forma, centro e variabilidade
Raciocínio sobre medidas estatísticas	Entender o que representam as medidas de tendência central e saber como melhor usá-las em diferentes condições e como representam ou não um conjunto de dados, compreender que resumir os dados inclui medidas centrais e de variabilidade e comparar conjuntos de dados através destas medidas
Raciocínio sobre incerteza	Usar adequadamente ideias de aleatoriedade e chance para fazer julgamentos sobre eventos que envolvem incertezas. Entender que diferentes eventos podem demandar diferentes formas de cálculos de probabilidade; saber como determinar a probabilidade de diferentes eventos usando métodos apropriados (como o diagrama de árvores, simulação usando moedas ou um programa de computador)

Raciocínio sobre amostras	Saber como as amostras estão relacionadas com a população e o que pode ser inferido através destas, sabendo que uma amostra maior e bem escolhida representará melhor a população e que existem maneiras de selecionar amostras que podem torná-la não representativa de uma população, sendo cauteloso ao emitir conclusões a partir de amostras pequenas ou tendenciosas
Raciocínio sobre associação	Saber como julgar e interpretar uma relação entre duas variáveis, sabendo como examinar e interpretar uma tabela de duas entradas, e saber que uma forte correlação entre duas variáveis não significa que há uma causa de efeito entre elas

Fonte: Gal e Garfield (1999, p.11)

Segundo Garfield e Gal (1999, p.15), para haver uma compreensão das informações estatísticas e saber fazer uma análise crítica dos dados, os alunos necessitam desenvolver o raciocínio estatístico. A grande questão é: como estimular o desenvolvimento desses raciocínios? Para tanto, esses autores apresentam algumas estratégias que descrevem como promover o desenvolvimento do raciocínio estatístico nos alunos:

1. Trabalhar com dados reais, resolvendo situações problemas que envolvem todas as etapas de investigação estatística, como tomar decisões sobre coleta, representação e análise de dados, justificando suas decisões.
2. Fornecer aos alunos a prática, articulando seu raciocínio, incluindo a comunicação escrita ou oral como parte regular da resolução de problemas estatísticos. Incentivar a explicação do processo e como o resultado é interpretado, ou seja, irem além de apenas fornecer uma resposta.
3. Motivar os alunos a tomar consciência de seu pensamento e raciocínio, incentivando a discussão com diferentes

soluções para os problemas estatísticos, comparando suas interpretações, pressupostos e explicações.

4. Oferecer aos alunos oportunidades de usar a tecnologia para gerenciar e explorar dados, de modo que eles podem se concentrar mais no raciocínio e menos nos cálculos e construções.
5. Apresentar um *software* que ajude os alunos a desenvolverem seu raciocínio estatístico.
6. Permitir que os alunos façam previsões e testem-nas, para que possam tomar consciência e enfrentar equívocos e raciocínios incorretos.
7. Construir sobre o conhecimento prévio dos alunos ou conhecimento do “mundo real”, para que eles sejam capazes de construir relações apropriadas com esse conhecimento à medida que o estendem e o aplicam a novas situações, desenvolvendo uma boa compreensão estatística.

Estas estratégias são apenas algumas sugestões para desenvolver o raciocínio estatístico, sendo que este pode também não se desenvolver em alguns casos. Os erros dos alunos podem favorecer importantes informações sobre suas falhas de raciocínio. Nessa perspectiva, Garfield (2002) identifica cinco níveis de raciocínio estatístico no intuito de estabelecer uma forma de classificar o seu desenvolvimento nos estudantes, como vemos no Quadro 4:

Quadro 4 – Níveis de Raciocínio Estatístico

Nível	Descrição
1 - Raciocínio Idiossincrático	O aluno conhece algumas palavras e símbolos estatísticos, usa-os sem compreendê-los completamente, muitas vezes de forma incorreta, e pode misturá-los com informações não relacionadas
2 - Raciocínio verbal	O aluno pode selecionar ou prover uma correta definição, mas não entende completamente o seu conceito.

3 - Raciocínio transicional	O aluno é capaz de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um processo estatístico, mas sem integrar completamente essas dimensões.
4 - Raciocínio Processual	O aluno é capaz de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não integra totalmente e nem compreende o processo por completo.
5-Raciocínio Processo integrado	O aluno tem uma compreensão completa de um processo estatístico, coordena as regras e o comportamento da variável. Ele pode explicar o processo com suas próprias palavras e com confiança

Fonte: Garfield (2002).

Esse modelo, proposto Garfield (2002), pode ajudar os professores a entender melhor o processo de desenvolvimento do raciocínio estatístico correto e orientá-los no desenvolvimento de abordagens metodológicas e nas avaliações.

Desenvolver o raciocínio estatístico nos alunos não é uma tarefa simples para os professores, entretanto, Campos (2007) acredita que é possível ajudar os estudantes a desenvolverem tal raciocínio na prática da sala de aula com atividades que incentivam a descrição verbal ou escrita do processo estatístico que está sendo analisado. Na próxima seção, discutiremos sobre o pensamento estatístico, como autores definem esse tema e possíveis metas para seu desenvolvimento.

4 Pensamento estatístico

Mallows (1998) define o pensamento estatístico como sendo a capacidade de fazer relação de dados quantitativos com um problema do mundo real, muitas vezes na presença de variabilidade e incerteza. Ele tenta tornar preciso e explícito o que os dados têm a “dizer” sobre o problema de interesse.

Uma característica particular do pensamento estatístico é prover a habilidade de enxergar o processo de maneira global, com suas interações e seus porquês, entender suas diversas relações

e o significado das variações, explorar os dados além do que os textos prescrevem e gerar questões e especulações não previstas inicialmente (Campos; Wodewotzki; Jacobini, 2011).

Segundo Chance (2002), o pensador estatístico é capaz de ir além do que lhe é ensinado no curso, questionando espontaneamente e investigando os resultados acerca dos dados envolvidos num contexto específico. A grande questão é como desenvolver o pensamento estatístico. Embora não possamos ensinar diretamente os alunos a “pensar estatisticamente”, podemos fornecer-lhes experiências e exemplos que estimulem e reforcem o tipo de estratégias que desejamos que eles empreguem em novos problemas.

Assim, Chance (2002, p.4) destaca os hábitos mentais e as habilidades de resolução de problemas necessárias para pensar estatisticamente, são eles:

1. Consideração sobre a melhor forma de obter dados significativos e relevantes para responder à pergunta em questão.
2. Reflexão constante sobre as variáveis envolvidas e curiosidade por outras formas de examinar e pensar sobre os dados e o problema em questão.
3. Ver o processo completo, com revisão constante de cada componente.
4. Ceticismo onipresente sobre os dados obtidos.
5. Relação constante dos dados com o contexto do problema e interpretação das conclusões em termos não estatísticos.
6. Pensar além do livro didático.

A questão é se, e como, esses hábitos podem ser incorporados, entendendo que eles não se aplicam a todas as situações, mas os alunos podem aprender a abordar problemas com essas diretrizes gerais em mente. Segundo Moore (2001), os estudos de caso e os trabalhos com projetos viabilizam esses hábitos nos alunos.

Ademais, Wild e Pfannkuch (1999) construíram, com base na literatura, na experiência própria e em entrevistas realizadas com estudantes de estatística envolvidos em projetos de pesquisa e com estatísticos profissionais em exercício, uma estrutura para o pensamento estatístico, alicerçada em quatro dimensões: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Esquema do Pensamento Estatístico



Fonte: Wild e Pfannkuch (1999).

A primeira dimensão, *ciclo investigativo*, trata da forma como o sujeito atua e pensa no processo de investigação estatística. O modelo PPDAC (Problema, Planejamento, Dados, Análises, Conclusões), proposto por Wild e Pfannkuch (1999), é constituído por cinco fases, a saber: Problema (P), que diz respeito ao conhecimento do contexto dos dados, da definição do problema ou do fenômeno a ser investigado; Planejamento (P), que inclui a definição das ações para a investigação; Dados (D), que inclui o processo de coleta de dados; Análise (A), que diz respeito ao tratamento e a análise dos dados; e a Conclusão (C), que encerra a investigação sobre o problema colocado com um posicionamento crítico, reflexivo, com a comunicação dos dados.

Para Guimarães e Gitirana (2013, p.97), o ciclo investigativo pode ser organizado em oito fases para melhor compreensão da pesquisa desenvolvida na sala de aula, são elas:

- **Definição de questões/objetivos:** o que será pesquisado a partir de um problema. Fase importante para despertar o interesse de fazer pesquisa, oportunizando questionamentos e reflexões sobre as situações que estão inseridos.
- **Levantamento de hipóteses:** elabora conjecturas, reflete e relaciona o conceito dentro do tema, antecipando explicações de fatos que serão verificados posteriormente.
- **Definição da amostra:** necessidade de estipular uma população ou uma amostra dela.
- **Coleta de dados:** primeiro define como será feita a coleta, bem como o instrumento a ser utilizado, que pode ser um questionário, uma entrevista, entre outros, em seguida, realiza a coleta dos dados em si, com o intuito de obter as informações para atender a questão de pesquisa.
- **Classificação dos dados:** categoriza os dados para uma melhor compreensão e, posteriormente, uma análise mais apurada.
- **Registro / representação dos dados:** os dados, após serem categorizados, serão organizados em formas de listas, tabelas, gráficos ou outros tipos de representações.
- **Análise/interpretação dos dados:** apresenta as inferências feitas nos dados após terem sido tratados, com foco na questão de pesquisa.
- **Conclusão:** apresenta o fechamento da pesquisa realizada, no qual é feito o confronto dos objetivos da pesquisa com as análises, para chegar às conclusões da pesquisa.

Entendemos que as questões em torno do conhecimento estatístico, conforme discutido por Gal (2002), perpassam todas as fases do ciclo investigativo, desde a fase inicial com definição do problema, passando pela amostragem e coleta de dados, bem como pela representação e interpretação, chegando às inferências e conclusões.

A segunda dimensão, intitulada Tipos de Pensamento (pensamento geral e pensamento fundamental), tem como objetivo alcançar os processos de aprendizagem estatística. Esses autores destacam algumas ações como:

(1) **Reconhecimento da necessidade dos dados**: as experiências vivenciadas não são suficientes para a tomada de decisão, há a necessidade da coleta e a análise de dados de forma adequada.

(2) **Transnumeração**: relacionada a compreender a representação a ser utilizada em uma determinada situação, na qual pode ocorrer uma troca de representações para que a regularidade dos dados fique mais bem evidenciada.

(3) **Percepção da variabilidade**: saber descrever padrões na variação, interpretando-os a partir de determinado contexto, permitindo a decisão de estratégias durante a investigação.

(4) **Raciocínio com modelos**: considera-se que todo pensamento gera modelos definidos pelos alunos, sem seguir um padrão pré-determinado, comum nos livros didáticos;

(5) **Conhecimento do contexto e conhecimento estatístico**: julga que os dados precisam ser observados considerando os conceitos estatísticos, tendo consciência de que pertencem a um contexto.

A terceira dimensão, denominada *Ciclo Interrogativo*, reporta-se aos pensamentos e às reflexões mobilizadas durante a resolução do problema, envolvendo as definições de hipóteses para possíveis causas, a busca dessas causas, a interpretação, para, somente depois, o confronto dos resultados.

Na quarta dimensão, têm-se as *Disposições*, que estão relacionadas ao compromisso com o problema, no qual o sujeito tem possibilidades de novas ideias, busca significado e engajamento. Entendemos que, a partir das dimensões apontadas por Wild e Pfankuch (1999), o desenvolvimento do pensamento estatístico é possibilitado, seguindo as recomendações da necessidade do uso de situações reais e da participação ativa dos estudantes, principalmente, de seu engajamento em todo o processo investigativo.

5 Letramento, raciocínio e pensamento estatístico

Na literatura envolvendo pesquisas na área de Educação Estatística, percebemos vários pontos de vistas e perspectivas sobre como se desenvolve o letramento, o raciocínio e o pensamento estatístico que são, muitas vezes, empregados como sinônimos, mesmo tendo diferentes sentidos.

Sosa (2010), baseado nos pressupostos de Garfield (2002) e Garfield, Delmas e Chance (2003), com a intenção de distinguir o Letramento estatístico, Raciocínio Estatístico e Pensamento Estatístico, apresenta uma síntese de suas diferenças no Quadro 5:

Quadro 5 – Diferenças entre Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatístico

Letramento Estatístico	Raciocínio Estatístico	Pensamento Estatístico
<p>Supõe:</p> <p>Conhecimento do uso da linguagem e de ferramentas estatísticas;</p> <p>Conhecimento do significado dos termos estatísticos;</p> <p>Conhecimento do uso dos símbolos estatísticos;</p> <p>Reconhecimento e capacidade de interpretar representações de dados;</p> <p>Inclusão de técnicas básicas e importantes que podem ser usadas para compreender informação estatística ou resultados da investigação;</p> <p>Organização de dados, construção e apresentação de tabelas e trabalhar com diferentes representações de dados;</p> <p>Inclusão da compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos;</p> <p>Inclusão da compreensão da probabilidade como uma medida de incerteza.</p>	<p>Supõe:</p> <p>Conexões de um conceito com outro;</p> <p>Combinação de dados aleatórios;</p> <p>Compreensão e capacidade de explicar processos estatísticos;</p> <p>Interpretação da totalidade dos resultados estatísticos;</p> <p>Fazer interpretações baseadas num conjunto de dados ou resumir dados estatísticos.</p>	<p>Supõe:</p> <p>O conhecimento do porquê e do como se realizam investigações estatísticas;</p> <p>Reconhecimento e compreensão dos processos completos da investigação estatística;</p> <p>Compreensão de como se usam os modelos para simular fenômenos aleatórios e como se produzem os dados para estimar probabilidade;</p> <p>Reconhecimento do como, quando e por que se usam ferramentas inferenciais;</p> <p>Compreender por que e como as “grandes ideias” surgem na investigação estatística;</p> <p>Compreensão da natureza da variação e quando usar apropriadamente métodos de análise de dados;</p> <p>Compreensão da natureza da amostragem, como fazer inferências a partir da amostra e porque é que os desenhos experimentais são necessários para estabelecer causas.</p>

Fonte: Sosa (2010).

Observando o quadro, não é clara a distinção entre os três domínios, pois observa-se uma sobreposição entre eles. De acordo com Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011), não há uma hierarquia entre essas capacidades, mas, de certa forma, há uma relação intrínseca entre elas. Nesse contexto, Delmas (2002) propõe

duas interpretações para a relação entre letramento, raciocínio e pensamento estatístico:

Domínios independentes, com algumas interseções: trabalha com uma competência independentemente das outras, ao mesmo tempo que algumas atividades podem ser desenvolvidas em duas ou nas três competências.

Raciocínio e pensamento contidos no letramento: trata o letramento como uma competência que abrange as demais, incluindo o raciocínio e o pensamento estatístico em seu domínio. Um cidadão estatisticamente letrado tem totalmente o pensamento e o raciocínio estatístico desenvolvido.

A segunda interpretação é mais abrangente e aparentemente requer uma grande vivência na Estatística. Contudo, segundo o autor, nota-se a existência de interseções entre as três competências, independente do ponto de vista adotado. De acordo com Delmas (2002), num conteúdo específico, podem ser desenvolvidas atividades que verifiquem as três capacidades simultaneamente ou independentes.

Entendemos que a principal questão é como desenvolver essas três competências. De acordo com as referências utilizadas, elas devem ser tratadas explicitamente como objetivos pelos professores, não mediante instrução direta, mas como uma atuação conjunta com os alunos, favorecendo a vivência dessas competências, possibilitando, assim, a construção e o desenvolvimento contínuo delas (Campos; Wodewotzki ; Jacobini, 2011).

Nesse sentido, Campos (2007), com o intuito de auxiliar o professor a proporcionar ao aluno o desenvolvimento dessas competências, sugere algumas ações: trabalhar com dados reais, relacionar os dados ao contexto em que estão inseridos, orientar os alunos para que interpretem seus resultados e possibilitar trabalhos em grupo, nos quais ocorra debate de ideias entre os alunos, compartilhando as conclusões e suas justificativas.

Existe um ponto comum no desenvolvimento do letramento, raciocínio e pensamento estatístico, a interpretação da informação

estatística só é possível com o entendimento do contexto em que ela está inserida. Os alunos devem perceber que nenhuma resposta numérica é suficiente até que essa resposta seja relacionada ao contexto, à pergunta original feita e serem encorajados a relacionar os dados em mãos com experiências anteriores e outros contextos externos (Chance, 2002).

A importância da avaliação também é apontada por Chance (2002) e desafia os professores a ensinar e avaliar o que valorizam. Assim, o autor sugere que os alunos podem receber problemas mais abertos para ver como eles abordam os problemas por conta própria e se desenvolveram a capacidade de se concentrar nos pontos críticos do problema, enquanto ainda recebem *feedback* e orientação dos professores (Chance, 2002).

Corroborando essas ideias, Delmas (2002) apresenta uma tabela na qual as três capacidades são diferenciadas quanto aos objetivos das atividades, com intuito de facilitar a elaboração das atividades de sala de aula, bem como as avaliações:

Quadro 6 - Atividades que podem distinguir as Competências Estatísticas

Letramento Estatístico	Raciocínio Estatístico	Pensamento Estatístico
-Identificar -Descrever -Reformar -Traduzir -Interpretar -Ler	- Por quê? -Como? -Explicação/processo	-Aplicar -Criticar -Avaliar/generalizar

Fonte: Delmas (2002).

Observando o Quadro 5, percebemos que quando a finalidade é o desenvolvimento do Letramento Estatístico, solicita-se aos estudantes que identifiquem exemplos ou conceitos para, então, representar e descrever gráficos, distribuição e relações, reformulando ou traduzindo os resultados estatísticos ou a interpretação dos resultados de um determinado processo estatístico.

Quando a intenção é o desenvolvimento do raciocínio estatístico, é solicitado aos estudantes “por que” ou “como” os resultados foram obtidos. E, quando a finalidade é o desenvolvimento do pensamento estatístico, solicita-se que os estudantes justifiquem as suas conclusões. Assim, os estudantes são instigados e desafiados a aplicar o seu entendimento estatístico a situações reais, para analisar criticamente suas conclusões, ou então, para generalizar os conhecimentos obtidos nos ambientes escolares, extrapolando para outras situações. Nessa perspectiva, compreende que:

Antes de um indivíduo ser capaz de ler, interpretar e analisar criticamente os dados estatísticos e de discutir acerca das informações estatísticas (Letramento Estatístico), requer a compreensão das informações disponíveis (raciocínio) e a sua conclusão a respeito dessas informações (pensamento) (Martins; Borelli; Curi, 2020, p. 5).

6 Considerações finais

Entendemos que buscar semelhanças e diferenças entre o letramento, o raciocínio e o pensamento estatístico podem ajudar a esclarecer as metas e os objetivos no ensino de estatística. Baseadas em autores como Joan Garfield, Beth Chance e Robert Delmas, entre outros, exploramos definições e apresentamos as ideias dos pesquisadores sobre como desenvolvê-las num processo integrado e complementar.

Apresentamos letramento Estatístico defendido por Gal (2002), em que o letramento é construído a partir de uma postura crítica e investigativa, usando os conhecimentos prévios de Estatística e Matemática, habilidades de leitura e análise, crenças, atitudes e conhecimento sobre o homem e a sociedade na qual está inserido. Cabe destacar que o autor afirma que existem dois componentes fundamentais inter-relacionados à Educação Estatística: a competência para interpretação e a avaliação crítica das informações e/ou dados estatísticos. Por isso, esta é uma competência fundamental para o exercício da cidadania, num

mundo sobrecarregado de informação.

Quanto ao raciocínio estatístico, ele implica diretamente a realização de interpretação e compreensão de um conjunto de dados, fazendo inferências e entendendo os processos estatísticos. Vimos que ele se apresenta de diversas formas, tais como o raciocínio sobre os dados e sua representação, raciocínio sobre as medidas estatísticas, sobre a incerteza, raciocínio sobre amostras e o raciocínio sobre associações, que tem a ver com o julgamento e a interpretação das relações entre as variáveis envolvidas no contexto do problema.

Já o pensamento estatístico foi apresentado como a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, explicitando-se o que os dados dizem sobre o problema, associando os modelos matemáticos à natureza contextual em que se envolvem, interpretando as conclusões, também, em termos não estatísticos e, por fim, pensando além do livro didático.

Sosa (2010), baseando na perspectiva de Garfield (2002) e Garfield, Delmas e Chance (2003), apresenta um quadro relacional no qual se observa a sobreposição entre os conceitos de Letramento, de Raciocínio e de Pensamento Estatístico. Corroborando essa vertente, Delmas (2002) também afirma a existência da sobreposição e apresenta dois modelos que ilustram de que modo eles podem estar relacionados entre si.

Para Silva (2007, p. 35.) compreende-se que, à medida que um indivíduo “[...] apresenta um nível de raciocínio mais elaborado (segundo o modelo de Garfield, 2002) e pensa estatisticamente (conforme o modelo de Wild e Pfannkuch, 1999), seu nível de letramento estatístico será maior”, ou seja, o nível de Letramento sofre influência direta do Raciocínio e do Pensamento Estatístico. Por outro lado, à medida que o nível de letramento aumenta, o mesmo acontecerá com o Pensamento e Raciocínio estatístico.

Entendemos que existem situações nas quais estes domínios podem atuar independentes dos demais, assim como podem existir contextos em que eles se sobrepõem, ainda que sejam

conceitos distintos, relacionam-se entre si. Ademais, entendemos a importância de avaliar constantemente o desenvolvimento desses três domínios e promover a triangulação entre os objetivos, as atividades e a avaliação. Diante disso, percebemos a importância de mais pesquisas nessa área, especialmente pesquisas em sala de aula realizadas em diversos contextos, que proporcionem e ajudem na ampliação e no desenvolvimento do Letramento, Raciocínio e Pensamento Estatístico.

Referências

BOCCATO, V. R. C. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Rev. Odontol. Univ.**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006.

CAMPOS, C. R. **A educação estatística:** uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. 2007. 242 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro (SP), 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

CHANCE, B. L. Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. **Journal of Statistics Education**, [s. l.], v. 10, n. 3, 2002.

DELMAS, R. C. A. Statistical literacy, reasoning, and learning. *Journal of Statistics Education*, v. 10, n. 3, 2002.

GAL, I. Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared in: **International Statistical Review**, 70 (1), 1 -33. 2002.

GARFIELD, J. The challenge of developing statistical reasoning. **Journal of Statistics Education**, [s. l.], v. 10, n. 3, 2002.

GARFIELD, J.; CHANCE, B. Assessment in statistics education: issues and challenges. **Mathematics Thinking and Learning**, [s. l.], n. 2, p. 99-125, 2000.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; CHANCE, B. The web-based artist: assessment resource tools for improving statistical thinking. *In*: SYMPOSIUM: ASSESSMENT OF STATISTICAL REASONING TO ENHANCE EDUCATIONAL QUALITY, 2003. **Proceedings** [...], Chicago (USA): National Science Foundation, 2003.

GARFIELD, J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. *In*: STILL, L. (Ed.). **Developing mathematical reasoning in grades K-12**: National Council Teachers of Mathematics (Yearbook). Reston/VA: NCTM, 1999. p. 207-219.

GUIMARÃES, G. L.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. *In*: BORBA, R. E.; MONTEIRO, C. E. (Org.). **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2013, p. 93-132.

MALLOWS, C. The zeroth problem. **American Statistician**, Washington. v. 5, n. 52, p.1- 9, 1998.

MARTINS, P. B.; BORELLI, S. de S.; CURI, E. O ensino de Estatística apresentado nos materiais curriculares dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Debate**. Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1-24, jan./dez. 2020.

RUMSEY, D. J. Statistical literacy as a goal for introductory statistic courses. **Journal of Statistics Education**, [s. l.], v. 10, n. 3, nov. 2002.

SOSA, J. **Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de de datos estadísticos**: estudos de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación. 2010. 345 f. Tese (Doutoramento em Educação) - Universidade de Salamanca, Espanha, 2010.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical

enquiry. **Internacional Statistical Review**, [s. l.], v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R.; CAMPOS, C. R.; FERREIRA, D. H.L.; Temas contemporâneos nas aulas de estatística: um caminho para combinar aprendizagem e reflexões políticas. *In*: LOPES, C. A. E.; COUTINHO, C. Q.; ALMOULOUD, S. A, (Org.). **Estudos e reflexões em educação estatística**. 1. ed. Campinas (SP): Mercado de Letras, 2010. p. 65-83.

Capítulo 3

AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO DESENVOLVIMENTO DO LETRAMENTO ESTATÍSTICO E PROBABILÍSTICO

Paulo Cesar Oliveira³

Leila dos Santos Mello⁴

1 Introdução

O estudo do aporte teórico-metodológico dos Registros de Representação Semiótica no desenvolvimento do Letramento Estatístico e Probabilístico faz parte da linha de pesquisa Psicologia da Educação Matemática do Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de Matemática (GEPLAM) da UFSCar, sob a liderança do primeiro autor deste relato de pesquisa. O objeto de conhecimento “gráfico estatístico” gerou duas publicações: Oliveira e Macedo (2018a) analisaram os registros de representação semiótica, mobilizados e coordenados na atividade escrita de 46 alunos de duas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual paulista, envolvidos na resolução de duas tarefas envolvendo a utilização do gráfico de setores. Oliveira e Macedo (2018b) analisaram situações de aprendizagem contidas no material

3 Professor Associado na Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, *campus* Sorocaba. Coordenador do projeto de pesquisa da “Chamada Universal CNPq/MCTI/FNDCT nº 18/2021. E-mail: paulooliveira@ufscar.br.

4 Licencianda em Matemática na Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, *campus* Sorocaba. Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq/MCTI/FNDCT nº 18/2021 – Chamada Universal). E-mail: leilamello@estudante.ufscar.br

de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2012), para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, observando a abordagem dada nessa fonte documental, no que diz respeito ao estudo de gráficos estatísticos.

Cobello e Oliveira (2019) produziram uma sequência de ensino voltada para o trabalho do professor em sala de aula, revelando possibilidades para que o letramento estatístico seja desenvolvido, levando em conta a diversidade dos registros de representação semiótica na formulação de tarefas. Essas são algumas das pesquisas que realizamos no GEPLAM na referida linha de pesquisa.

Para este texto, apresentamos resultados de uma pesquisa qualitativa bibliográfica, na modalidade de revisão sistemática, com o objetivo de analisar o quão tem sido empregado ou não os registros de representação semiótica no desenvolvimento do letramento estatístico ou probabilístico. A continuidade da redação deste texto contempla uma explanação do referencial teórico, a opção metodológica de pesquisa e a discussão dos resultados do repertório de pesquisas obtidas em duas bases de dados.

2 Aporte teórico

Gal (2002) concebe letramento estatístico como uma habilidade que se espera de pessoas inseridas na sociedade contemporânea, pois o amplo acesso à comunicação, por diferentes fontes midiáticas, têm-nos tornado mais consumidores do que produtores de informações. Diante dos fatos, este autor elaborou a seguinte ponderação: como as informações estão sendo interpretadas e entendidas e qual o propósito de sua produção?

Com o propósito de verificar como as pessoas podem se tornar eficazes leitores frente às informações estatísticas, Gal (2002) propôs um modelo no qual implica que o letramento estatístico necessita a ativação conjunta de cinco bases de conhecimentos inter-relacionadas: habilidades de letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento do contexto

e questionamentos críticos. A composição do letramento estatístico também envolve dois elementos de disposição: a postura crítica em conjunto com crenças e atitudes, manifestadas no processo de aprendizagem.

De forma análoga, Gal (2005) propôs um modelo composto por elementos cognitivos e de disposição (atitudes do estudante em relação ao conhecimento: criticidade, crenças e atitudes e sentimentos pessoais). Os elementos cognitivos são formados por grandes ideias (variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza), cálculos probabilísticos, linguagem, contexto e questões críticas.

Estamos levando em conta que compreender e interpretar informações estatísticas demanda um diagnóstico por parte do professor sobre os conhecimentos prévios dos alunos, especificamente, noções básicas de estatística e probabilidade que, na perspectiva de Gal (2002), não pode ser discutida em termos absolutos, mas dependente do nível de letramento estatístico esperado pelos cidadãos. Essas noções perpassam pela necessidade de entender os motivos e maneiras que determinada coleta de dados foi realizada, familiaridade com formas de representações das informações estatísticas, bem como suas interpretações e comunicação das inferências estatísticas.

No que diz respeito às informações estatísticas, elas podem ser representadas de três maneiras distintas: 1) texto (oral ou escrito), 2) números e símbolos e 3) gráficos ou tabelas. Devido à diversidade de formas de representações que podem ser utilizadas em estatística, o desenvolvimento do letramento estatístico pode ser estudado com base na mobilização e na coordenação de registros de representação semiótica (Oliveira; Macedo, 2018a, 2018b).

Duval (2016, p. 3) parte da premissa que fazer matemática requer compreensão em matemática. Para responder o que significa fazer e aprender matemática do ponto de vista cognitivo, esse autor introduziu noção de registro de representação semiótica. A manifestação desta noção, segundo Duval (2016), surgiu da análise

do ponto de vista cognitivo do aluno na atividade e no pensamento matemático desenvolvido em resolução de problemas.

A atividade cognitiva do aluno no estudo da Probabilidade, de acordo com Almagro e Oliveira (2021), requer a mobilização e coordenação de diferentes representações semióticas entre o registro da língua natural (conteúdos dos enunciados ou abordagem de termos probabilísticos), registro figural (tabela de dupla entrada ou de contingência, além do diagrama de árvore) e o registro simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérica (cálculo da probabilidade). Para Duval (2016), não basta que o sujeito conheça o conteúdo de um registro, ou mesmo de vários isoladamente, mas é preciso que transite entre as mais diversas representações que possui o objeto matemático, no caso a Probabilidade.

3 Metodologia

Para a realização do mapeamento de teses e dissertações, optamos pelo modelo de revisão sistemática da literatura, uma modalidade de pesquisa qualitativa. Apoiamo-nos em Briner e Denyer (2012) para expor que uma revisão sistemática busca responder a uma problemática de pesquisa que pode ser formulada pelo objetivo da investigação. O termo “sistemática” significa que os pesquisadores seguem um *design* de pesquisa que não é necessariamente padrão, nem rígido, porém, comunicam as etapas realizadas nesse modelo de revisão.

As revisões sistemáticas possibilitam a sua replicação e avaliação crítica devido ao seu método explícito composto por cinco passos, sendo eles: “1) Planejar a revisão; 2) Localizar os estudos; 3) Avaliar as contribuições dos trabalhos; 4) Analisar e sintetizar as informações; 5) Relatar os resultados” (Briner; Denyer, 2012, p.115). Para o planejamento e revisão de teses e dissertações, recorreremos aos trabalhos acadêmicos mencionados no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Posteriormente à escolha das bases de pesquisa, procedeu-se à coleta de dados realizada no mês de abril de 2023, utilizando a busca por título com base nos descritores “registros de representação semiótica” AND letramento. Inicialmente, foi feita a leitura dos títulos e resumos de cada pesquisa. Todas as teses e dissertações com o aporte teórico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, além do letramento estatístico e/ou probabilístico, constituíram os critérios de inclusão dos trabalhos a serem analisados. Foram excluídas as pesquisas apresentadas em duplicata nas bases Capes e BDTD, além daquelas que contemplaram apenas um dos referenciais teóricos.

Quadro 1 – *Corpus* das dissertações de Pós-Graduação e Mestrado

Título	Instituição	Ano	Autor
Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica	Universidade de São Paulo - USP	2018	Wanessa Cristine Costa e Silva
Subsídios Teóricos para a construção de uma sequência didática para o ensino da função Exponencial na Educação Básica, visando o Letramento Estatístico	Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC	2021	Gleudson Santos Correia
Registros de representação semiótica: Contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do ensino	Universidade Federal de São Carlos - UFSCar	2017	Carlos Afonso Silveira Moraes
Relações entre Mobilização dos Registros de Representação Semiótica e os Níveis de Letramento Estatístico com duas Professoras.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP	2010	Eliana Maria Bauschert de Freitas

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

4 Discussão e resultados

Silva (2018) tem a concepção de que as tecnologias de informação e comunicação, enquanto mídia, podem ser aliadas no processo ensino aprendizagem ao destacar a presença de uma diversidade de representações gráficas, “que exigem do indivíduo capacidades de pensamento, raciocínio e letramento estatístico, pois geram habilidades que permitem conceituar, quantificar, interpretar, compreender e comunicar as informações” (Silva, 2018, p. 20).

Para a pesquisadora, o professor tem um papel fundamental no desenvolvimento das competências e habilidades estatísticas dos alunos. Nesse sentido, em termos de problema de pesquisa, Silva (2018) teve como objetivo aplicar uma proposta pedagógica com seus 57 alunos de 3ª série do Ensino Médio, na forma de sequência de ensino. A partir de temas do cotidiano e por meio dos registros de representação semiótica, a professora pesquisadora analisou as possíveis contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas, no caso, pensamento, raciocínio e letramento dos seus alunos.

Dois temas foram escolhidos pelos alunos da Silva (2018) para o desenvolvimento da pesquisa de campo: análise do histórico de consumo de energia elétrica por um ano, de cada residência dos estudantes e pesquisa dos alimentos consumidos mensalmente em suas residências (tipo, medida e quantidade de produto). No decorrer do desenvolvimento da pesquisa de campo, os conteúdos abordados pela professora pesquisadora foram a resolução e interpretação de tabelas e gráficos, reconhecimento de gráficos, inclusive via planilha eletrônica Excel e *software* GeoGebra, além dos conceitos e medidas de tendência central e de dispersão.

Como resultado de pesquisa, Silva (2018) considerou que a produção escrita dos alunos, na forma de relatório das atividades de pesquisa realizadas, revelou o significado atribuído por eles em suas estatísticas calculadas. De acordo com a pesquisadora, o cálculo da média mensal de gastos com alimentação lhes permitiu

diagnosticarem fatores, como renda familiar, número de pessoas residentes na casa, incidência de refeições diárias, responsáveis pela variabilidade do consumo de alimentos em diferentes residências.

A utilização de materiais manipuláveis, como compasso e transferidor, foi desafiadora para os alunos na construção de gráficos de setores, em função de que muitos não recordavam de ter tido a oportunidade de aprendizagem em anos escolares anteriores. Em relação aos recursos computacionais, o estudo das diferentes representações gráficas articulado com a análise da variabilidade dos dados propiciou aos alunos tanto o desenvolvimento das atividades cognitivas de tratamento e conversão das representações semióticas, quanto o desenvolvimento das competências estatísticas de raciocínio, letramento e pensamento.

Correia (2021) desenvolveu sua pesquisa levando em conta implicações da função exponencial quando associada à análise de dados sobre a Covid- 19. De acordo com o autor, o cenário pandêmico mostrou como a utilização de modelos matemáticos, como a função exponencial, por exemplo, ajudou “a fazer projeções e construir cenários e assim auxiliar as autoridades sanitárias a adotar medidas para a prevenção e controle da doença” (Correia, 2021, p. 16). Com o olhar voltado para o contexto escolar, o autor observou que o fenômeno de casos acumulados na pandemia da Covid-19 permitiu a percepção de que, “embora presente em alguns momentos um comportamento exponencial, este não é determinístico, e sim estatístico” (Correia, 2021, p. 17). Tais fatos foram motivacionais para o autor construir seu problema de pesquisa com a proposta de planejar uma Sequência Didática, em que os estudantes gerem dados, envolvendo a covariação determinística e estatística, de modo a contribuir no ensino da função exponencial numa perspectiva de Letramento Estatístico no Ensino Médio.

Para a covariação determinística, Correia (2021, p. 91) adotou a simulação do “processo de eutrofização pela planta aquática *E. crassipes*”, conhecida no Brasil como baronesa. Trata-se de uma macrófita, um bioindicador de poluição de ambientes aquáticos que, em condições ideais, tem sua biomassa duplicada

a cada 15 dias. Em sua proposta de ensino, o autor sugere a confecção de lagos fictícios em cartolina e as baronesas podem ser representadas por tampinhas de garrafa, moedas, feijões ou outro material concreto acessível para a turma.

Em termos de resultados, Correia (2021) avalia que a proposta da Sequência Didática permite aos estudantes explorarem a função exponencial nas diversas representações semióticas, bem como propicia a promoção de atividades cognitivas de tratamento e conversão. Quanto ao modelo proposto por Gal (2002), Correia (2021) argumenta que, no decorrer da exposição do planejamento da Sequência Didática, houve possibilidades para “questionar sobre a forma que os dados foram produzidos, pesquisar o contexto, expressar-se e utilizar os conhecimentos matemáticos e estatísticos desenvolvidos para argumentar com base nesses fatos e dados” (Correia, 2021, p. 150).

Freitas (2010) realizou sua pesquisa com o objetivo de verificar o nível de letramento estatístico de duas professoras atuantes em escola pública com turmas de Ensino Médio, as quais abordam, em seu processo de ensino aprendizagem, objetos de conhecimento da Estatística Descritiva. Além disso, a pesquisadora teve como objetivo analisar “como o uso de um material de apoio, um ambiente computacional auxilia no desenvolvimento dos níveis de leitura gráfica e possibilita ao professor viabilizar a utilização de diferentes registros de representação semiótica” (Freitas, 2010, p. 19).

Em termos de aporte teórico, Freitas (2010) utilizou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para analisar o estudo de gráficos e tabelas como formas de registro para a elaboração de uma distribuição de frequência de um conjunto de dados. Para a leitura e interpretação de gráficos por parte das duas professoras, foram considerados os níveis de letramento proposto por Friel, Curcio e Bright (2001).

No que diz respeito ao letramento estatístico, a pesquisadora apoiou-se na fundamentação teórica de Shamos (1995), cujo

objetivo é analisar a relação entre a mobilização e coordenação dos registros, níveis de leitura gráfico e o letramento. Shamos (1995) apresentou um modelo de letramento estatístico baseado em uma estrutura composta de três níveis: cultural, funcional e científico. O primeiro nível hierárquico é o cultural, o qual podemos afirmar que as pessoas compreendem termos básicos no cotidiano, pois são capazes de ler e interpretar informações que são representadas em tabelas ou gráficos. No segundo nível (funcional), é desejável que as pessoas tenham a capacidade de conversar, utilizando termos científicos. No terceiro nível (científico), espera-se que as pessoas sejam capazes de fazer previsões ou inferências a partir da leitura e interpretação de dados em representações gráficas e/ou tabulares.

A produção de informações submetidas à análise foi obtida por meio de duas entrevistas com as referidas professoras, que realizaram a resolução de tarefas com e sem o *software* Fathom, na forma de uma Sequência Didática. Em termos de níveis de letramento estatístico, a análise da pesquisadora frente às respostas das professoras permitiu constatar que o nível de letramento oscilou entre o funcional e o científico. Houve situações envolvendo defasagens conceituais por parte das professoras participantes da pesquisa, como o fato de explicar que a soma dos desvios em relação à média resulta em zero. Neste caso, segundo Freitas (2010), é necessário entender as propriedades de medidas de tendência central, mais especificamente, a média aritmética, o que demanda a necessidade de um letramento científico.

Em relação à utilização de diferentes registros de representação semiótica, a pesquisadora propôs às duas professoras participantes da pesquisa uma atividade cujo objetivo seria verificar a viabilidade de construir um plano de aula a partir dessa atividade, explorando conceitos estatísticos: “suponha que você queira comunicar a um outro aluno, como são os estudantes da sua escola?” (Freitas, 2010, p.180). Nas entrevistas, as professoras manifestaram a necessidade de representações semióticas expressas na forma de gráfico e tabelas de acordo com as variáveis a serem utilizadas, além da produção de textos escritos.

A apreensão da linguagem probabilística, enquanto registro escrito e oral, contribui para o desenvolvimento do letramento probabilístico, no que diz respeito à interpretação dos enunciados de tarefas envolvendo o processo de ensino aprendizagem de Probabilidade (Moraes; Oliveira, 2016). Neste sentido, Moraes (2017) propôs uma Sequência Didática para 34 alunos, de duas turmas de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Salto de Pirapora – SP.

Tomando por base a multiplicidade de representações semióticas, o conjunto de tarefas propostas articulou a linguagem probabilística, a abordagem da concepção clássica e frequentista por meio de experimentações aleatórias, a construção e análise de gráficos, o raciocínio combinatório, além de questões que instigaram a organização das possibilidades por meio do diagrama da árvore. Uma das tarefas envolveu, em sua formulação, a análise da chance de extração de bolas em um contexto de concepção clássica de probabilidade, ou seja, aquela em que todos os elementos do espaço amostral têm a mesma chance de ser sorteado:

Dentro de um saco de cor preta, foram colocadas 2 bolas pretas com identificação P1 e P2, 1 bola branca e 3 bolas amarelas com identificação A1, A2 e A3. As bolas são idênticas, exceto na cor. Vou sortear duas bolas, uma de cada vez, sem devolução para o saco.

- a) O que é mais provável de ocorrer: extrair duas bolas de mesma cor ou de cores diferentes? Por quê?
- b) Qual a probabilidade de extrairmos uma bola branca e, na sequência, uma bola preta?
- c) Qual a probabilidade de extrairmos uma bola preta e, na sequência, uma bola amarela?

A análise dos registros escritos e das gravações em áudio dos estudantes envolvidos com a resolução das tarefas revelou, em diversos momentos, atividades cognitivas de tratamento e conversão de representações semióticas entre os registros na forma de língua natural, gráfica, numérica e figural, pela utilização do diagrama de árvores. Na pesquisa de Moraes (2017), o professor

pesquisador argumentou que a utilização do referido diagrama não foi uma representação semiótica mobilizada espontaneamente pelos estudantes. Essa ocorrência foi devida à intervenção pedagógica do professor como forma de listar e organizar os dados obtidos em atividades envolvendo diferentes concepções probabilísticas.

A proposta de tarefas instigando o processo de experimentação, articulada ao raciocínio combinatório e estatístico, promoveu o desenvolvimento do letramento probabilístico, por conta da produção de registros escritos a partir da análise dos resultados probabilísticos, apresentados em diferentes representações semióticas. Na tarefa cujo enunciado foi apresentado, destacamos um fragmento de registro feito por uma aluna como exemplo dos argumentos apresentados por Moraes (2017, p. 64) em seu trabalho de campo:

Antes de fazer o experimento, eu pensava que extrair duas bolas de mesma cor era mais fácil que extrair bolas de cores diferentes, depois de fazer o experimento, eu percebi que extrair bolas iguais é bem mais fácil que extrair bolas diferentes, porque a possibilidade de extrair bolas diferentes é de $22/30$, já iguais é $8/30$.

O registro da aluna expôs a importância de analisar situações probabilísticas com eventos equiprováveis (concepção clássica) articuladas ao processo de experimentação como uma forma de promoção do letramento probabilístico.

3 Considerações finais

Com exceção da pesquisa de Moraes (2017) que envolveu o letramento probabilístico e foi desenvolvida com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, as demais dissertações de mestrado foram realizadas em contextos escolares de Ensino Médio envolvendo o letramento estatístico. Correia (2021) apresentou e analisou uma proposta de ensino para os estudantes, envolvendo a covariação determinística e estatística para o estudo da função exponencial. Silva (2018), via sequência de ensino, abordou a

análise do consumo de energia elétrica anual e o consumo alimentos mensal das famílias dos seus estudantes.

A construção, leitura e interpretação de gráficos com ou sem aparato tecnológico foi a representação semiótica articulada ao estudo do letramento nas quatro pesquisas analisadas. As diferentes formas de mobilização e coordenação das representações semióticas entre registros contribuíram para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico, segundo a caracterização dos elementos do modelo de Gal (2002, 2005, 2012).

O estudo do letramento estatístico apresentou articulações para além das representações semióticas. Na pesquisa de Silva (2018), o desenvolvimento do letramento foi concebido como uma competência estatística, articulada às competências de pensamento e raciocínio estatístico. Freitas (2010), no que diz respeito à leitura e interpretação de dados por meio de representações gráficas, recorreu aos níveis de letramento proposto por Shamos (1995) e Friel, Curcio e Bright (2001).

No contexto brasileiro, tanto a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) quanto a perspectiva de Letramento Estatístico e Probabilístico apresentam um montante de produções acadêmicas disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoas de Nível Superior (Capes) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), já submetidas à análise, em termos de mapeamentos de pesquisas. Podemos citar Oliveira e Paim (2019) que realizaram um Estado da Arte nessas duas bases de dados, no período de 2006 a 2018, envolvendo um conjunto de 20 trabalhos catalogados dedicados, exclusivamente, o letramento estatístico e cinco pesquisas cujos aportes teóricos envolveram o letramento estatístico e probabilístico, ambos sob o enfoque de Iddo Gal.

Em relação ao referencial de Raymond Duval, podemos destacar a pesquisa de Costa e Moretti (2020), cuja busca na base BDTD permitiu catalogar 211 (duzentos e onze) trabalhos, entre teses e dissertações, produzidas no período de 1996 a 2019.

De acordo com os autores, “tínhamos conhecimento de alguns trabalhos, que não apareceram neste sítio, decidimos realizar nova busca. Fizemos nova procura em bancos de dados de algumas instituições e em pesquisas que já fizeram esse levantamento com algum recorte, encontrando mais 56 trabalhos” (Costa; Moretti, 2020, p. 384-385).

Em termos quantitativos, observamos uma discrepância significativa entre o número de pesquisas sobre a TRRS em comparação ao letramento estatístico e probabilístico. Quando buscamos trabalhos que estabelecem conexão entre os dois referenciais teóricos em questão, constatamos, por este texto, que a redução de trabalhos é ainda maior, ou seja, apenas quatro dissertações de mestrado.

Vale destacar que Lopes *et al.* (2023) contabilizaram 16 grupos de pesquisa do GT12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), “cadastrados até março de 2021 no diretório de pesquisa do CNPq e dirigidos pelos pesquisadores que pertencem a esse principal meio de produção científico e divulgação da área da Educação Estatística no Brasil”. Neste sentido, pesquisar sobre as atividades cognitivas de tratamento e conversão das representações semióticas e suas implicações para o desenvolvimento do letramento estatístico e probabilístico constitui-se um nicho de pesquisa.

Referências

ALMAGRO, R. C.; OLIVEIRA, P. C. Análise de um produto educacional para o Ensino

Médio na perspectiva do letramento probabilístico. *In*: TAUBER, L.; SOSA, J.P. **Tendencias y nuevos desafíos de la investigación en Educación Estadística en Latinoamérica**. Libro de ponencias de las III Jornadas Latinoamericanas de investigación en Educación Estadística. Santa Fe: Universidad Nacional del Litoral, 2021. p.132-138.

BRINER, R.B.; DENYER, D. Systematic review and evidence

synthesis as a practice and scholarship tool. *In*: ROUSSEAU, D. M. (ed.). **Handbook of evidence-based management: companies, classrooms and research**. Oxford: Oxford University, 2012. p. 112-129.

COBELLO, L.S.; OLIVEIRA, P.C. Um produto educacional para alfabetização estatística, não ensino médio. **Revista Caminhos da Educação Matemática**, [s. l.], v. 9, n. 2, p.187-204, 2019.

COSTA, C.; MORETTI, M. T. A contribuição da teoria dos registros de representação semiótica nas pesquisas científicas brasileiras: tendências e reflexões. *In*: MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. (Org.). **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval**. Florianópolis: Editora REVEMAT/UFSC, 2020. p. 377-395.

CORREIA, G. S. **Subsídios teóricos para a construção de uma sequência didática para o ensino da função exponencial na educação básica, visando o letramento estatístico**. 2021. 182f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Ilhéus: Universidade Estadual de Santa Cruz, 2021.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, [s. l.], v. 11, n. 2, p.1-78, 2016.

FREITAS, E. M. B. **Relações entre Mobilização dos Registros de Representação Semiótica e os níveis de Letramento Estatístico com duas professoras**. 2010. 217f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

FRIEL, S. N.; CURCIO, F.R.; BRIGHT, G.W. Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

GAL, I. Adults' Statistical literacy: Meanings, Components,

Responsibilities. **International Statistical Review**, Oxford, v.70, n.1, p.1-25, 2002.

GAL, I. Towards 'probability literacy' for all citizens. *In*: JONES, G.A. (ed.). **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2005, p. 43-71.

GAL, I. Developing probability literacy: Needs and pressures stemmings from framewoks of adult competencies an mathematics curricula. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12., 2012, Seoul. **Anais [...]**. Seoul: COEX, 2012.

LOPES, C. E. *et al.* Um histórico da produção científica brasileira em Educação Estatística. *In*: GIORDANO, C. C.; KISTEMANN JUNIOR, M. A. **História da Educação Estatística Brasileira: pesquisa e pesquisadores**. São Paulo: Editora Akademy, 2023. p.13-40.

MORAES, C. A. S.; OLIVEIRA, P. C. Mobilização de significados para a linguagem probabilística por parte dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. *In*: SIMPÓSIO SOBRE INVESTIGAÇÕES E PRÁTICAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIPRAEM), 2., 2016, Sorocaba. **Anais [...]** 11p. Sorocaba: UFSCar, 2016. CD-ROM

MORAES, C. A. S. **Registros de representação semiótica: contribuições para o letramento probabilístico no 9º ano do Ensino Fundamental**. 2017. 103f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas)- Sorocaba: Universidade Federal de São Carlos, 2017.

OLIVEIRA, P. C.; MACEDO, P. C. Gráfico de setores: implicações dos registros de representação semiótica para o letramento estatístico. **Educação Matemática em Revista**, [s. l.], v. 23, p. 118-131, 2018a.

OLIVEIRA, P.C.; MACEDO, P.C. O estudo dos gráficos estatísticos nas Situações de Aprendizagem dos Cadernos do

professor e do Aluno para o ensino fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, [s. l.], v. 9, p. 283-299, 2018b.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio**. Coordenação de área: Nilson José Machado. 1ª edição atualizada. São Paulo, SEE, 2012. 72p.

SHAMOS, M. H. **The myth of scientific literacy**. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press, 1995.

SILVA, W. C. C. **Contribuições para o desenvolvimento de competências estatísticas no ensino médio por meio dos registros de representação semiótica**. 2018. 143p. Dissertação (Mestrado Profissional Projetos Educacionais de Ciências)- Universidade de São Paulo, 2018.

DESAFIOS DE ENSINAR COMBINATÓRIA: CONTRIBUIÇÕES DO GERAÇÃO- UFPE SOBRE OS CONHECIMENTOS DOCENTES

Cristiane de Arimatéa Rocha¹

Juliana Azevedo Montenegro²

Rute Elizabete de Souza Rosa Borba³

1 Introdução

Professores, como todo profissional, precisam estar constantemente em busca de novos conhecimentos, em específico, sobre como ensinar e como utilizar recursos e estratégias que possibilitem aprendizagem mais ampla por parte de seus alunos. Nesse sentido, são grandes os desafios desses profissionais: qual a melhor maneira de discutir um conteúdo em sala de aula? Como meu aluno aprende esse conteúdo? Quais as dificuldades que ele pode apresentar? Como posso diversificar recursos e estratégias de ensino? Quando meu aluno não compreende, o que devo mudar na minha prática para que ele consiga atingir os objetivos propostos?

Tais questionamentos indicam a importância de o professor

1 Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Docente do Núcleo de Formação Docente da Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: cristiane.arochoa@ufpe.br

2 Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Docente do Departamento de Ensino e Currículo no Centro de Educação da UFPE. E-mail: juliana.azevedo2@ufpe.br

3 PhD pela Oxford Brookes University, Reino Unido. Docente aposentada da Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: resrborba@gmail.com

conhecer o conteúdo que será ensinado em diferentes domínios. Esses domínios são elencados por Ball e colaboradores (2008) como *Conhecimentos Matemáticos para o Ensino* (Mathematical Knowledge for Teaching – MKT) e são desenvolvidos a partir de duas categorias principais: *Conhecimento do Conteúdo* e *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*.

Neste texto, será discutida a importância do conhecimento docente sobre o conteúdo a ser ensinado, destacando, em cada um dos domínios, os desafios e as possibilidades do trabalho com a Combinatória desde a Educação Infantil, passando pelos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, chegando ao Ensino Médio. As discussões serão apresentadas por meio de diferentes pesquisas realizadas por integrantes do Geração⁴ – Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico da Universidade Federal de Pernambuco.

Ressalta-se que as pesquisas discutidas se fundamentam em diversos referenciais teóricos que, em nossa opinião, dão subsídios para o entendimento dos diferentes domínios de conhecimentos docentes destacados por Ball e colaboradores. São, portanto, usados como referenciais: a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1986), o conceito de Comunidade de Prática (Wenger, 1998), o Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Conhecimento Matemáticos (Godino; Batanero; Font, 2007), a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003) e os pressupostos do currículo (Sacristán, 2000).

Assim, o presente estudo tem como objetivo refletir sobre os desafios e as possibilidades de ensinar Combinatória à luz dos *Conhecimentos Matemáticos para o Ensino* (MKT) (Ball *et al.*, 2008), promovendo a discussão dos seis domínios propostos pelos autores. A seguir, serão apresentados os seis domínios de conhecimentos docentes, bem como resultados de pesquisas que apontam sobre como esses domínios podem ser desenvolvidos por professores da

4 Endereço do Blog do Grupo de Estudos e Pesquisas Geração: <http://geracaoufpe.blogspot.com/>

Educação Básica.

2 Conhecimentos docentes: reflexões sobre como ensinar Combinatória

O professor da educação básica, quando exerce sua prática, pode, por vezes, utilizar o livro didático como base para suas aulas, implementar situações que aprendeu durante seu curso de formação inicial, lembrar de práticas de professores quando foi estudante desse nível de ensino, entre outras estratégias que pode realizar para ensinar um determinado conteúdo. Essas estratégias sobre a prática do profissional da educação vêm sendo amplamente discutidas, sendo denominadas, pelos principais referenciais teóricos, de Conhecimentos Docentes necessários para o ensino. Shulman (1986) discute sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo; Tardif (2002) discute sobre os saberes docentes; e, especificamente, sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* - MKT), Ball e colaboradores abordam, em duas categorias principais, seis domínios de conhecimentos.

A primeira categoria é identificada por Ball, Thames e Phelps (2008) como *Conhecimento do Conteúdo* e conta com três domínios de conhecimentos: *Conhecimento Comum do Conteúdo*, *Conhecimento Especializado do Conteúdo* e *Conhecimento de Conteúdo no Horizonte*. A segunda categoria é *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* e seus três domínios são: *Conhecimento do Conteúdo e Aluno*, *Conhecimento do Conteúdo e Ensino*, *Conhecimento do Conteúdo e Currículo*.

Holanda (2017, p. 32) destaca cada um desses conhecimentos, especificamente, abordando o conteúdo da Combinatória; assim, ele enfatiza os conhecimentos sobre Combinatória que o professor mobiliza durante seu ensino. Desse modo, o *Conhecimento Comum da Combinatória* está relacionado com aquele que é mobilizado quando o professor resolve as situações combinatórias. Esse conhecimento não é específico do professor, contudo é

necessário para o trabalho deste profissional. O *Conhecimento Especializado da Combinatória* está relacionado com a identificação e diferenciação de características das situações combinatórias, as diferentes estratégias de resolução, o reconhecimento de níveis de dificuldade, entre outros. O terceiro domínio da primeira categoria é o *Conhecimento de Combinatória no Horizonte*. Neste domínio, destaca-se que o professor deve conhecer o encadeamento dos conteúdos curriculares, entendendo o momento em que cada um deles deve ser trabalhado, como deverá ocorrer o aprofundamento da discussão das situações, como, por exemplo, ordem de grandeza das possibilidades, uso de situações com repetição ou condicionais, trabalho com diferentes representações, tais como: listagem, árvore de possibilidades, Princípio Fundamental da Contagem, fórmulas etc.

A segunda categoria de conhecimentos está mais voltada para os conhecimentos pedagógicos que são importantes para o ensino do conteúdo. Neste caso, o primeiro domínio se refere ao *Conhecimento da Combinatória e dos Alunos*. Neste domínio, o professor deve conhecer as dificuldades dos alunos em resolver as situações combinatórias, prever quais questionamentos podem surgir, quais erros podem ser realizados pelos estudantes, como os estudantes pensam ao resolver as situações e como acontece o desenvolvimento dos seus raciocínios combinatórios. O segundo domínio desta categoria é o *Conhecimento da Combinatória e do Ensino*. Este domínio está relacionado com a ação pedagógica, o planejamento, o uso de recursos didáticos e as decisões sobre as melhores estratégias de ensino. Por fim, tem-se o *Conhecimento da Combinatória e do Currículo*. Neste domínio, o professor deve conhecer o currículo do conteúdo, como ele se desenvolve nos diferentes anos/níveis de ensino, como é possível planejar o trabalho com este conteúdo. Sobre a Combinatória, espera-se que o professor identifique quais situações trabalhar, quais recursos utilizar, quais representações podem ser promovidas em cada ano/nível a partir do conhecimento de currículos prescritos (Brasil, 1997, 1998, 2018) e do currículo apresentado (livros didáticos)

entre outros, por exemplo.

Entende-se, contudo, que esses domínios estão relacionados entre si, de modo que a ação docente é permeada por esses domínios e estabelecer conexões entre eles promove um trabalho mais abrangente do conteúdo ensinado. Além disso, o professor que desenvolve esses diferentes conhecimentos planeja aulas mais atrativas e os alunos compreendem melhor o conteúdo proposto.

Diante do exposto, discutir sobre os diferentes conhecimentos docentes é importante na formação de professores, seja inicial ou continuada. Desse modo, o presente texto irá tratar sobre diferentes estudos que dão base para o entendimento dos diferentes domínios de conhecimentos docentes sobre a Combinatória, em particular das situações combinatórias tratadas com maior frequência na Educação Básica: *arranjos*, *combinações*, *permutações* e *produtos de medida*, como caracterizados em Borba (2010).

3 O que as pesquisas desenvolvidas no Geração apontam sobre conhecimentos docentes para ensinar Combinatória?

O *Conhecimento Comum de Combinatória* é exemplificado nas pesquisas realizadas por Rocha e Ferraz (2011), Cunha, Lima e Rocha (2013) e Rocha (2013), que investigaram como professores resolvem problemas combinatórios; nas análises de Azevedo, Assis, Borba e Pessoa (2013) sobre as soluções de problemas com professores em formação; e Lima, Gadelha e Borba (2017) na discussão dessas soluções de pedagogos formados e em formação.

Rocha e Ferraz (2011) investigaram as estratégias utilizadas por professores com formação em Pedagogia e em Matemática na resolução de problemas combinatórios. As autoras constataram que os professores de Matemática priorizam o uso de fórmulas em problemas de *combinação* e o uso do Princípio Fundamental da Contagem (PFC) em problemas de *arranjo* e *permutação*, enquanto os professores com formação em Pedagogia utilizaram a listagem

na resolução de problemas de *combinação* e *permutação*. Rocha e Ferraz (2011) verificaram que não existiu diferença significativa entre as médias de acertos, dos licenciados em Matemática e os pedagogos, quando os problemas combinatórios possuíam menor ordem de grandeza.

Cunha *et al.* (2013) analisaram as estratégias de resolução de problemas combinatórios apresentados por professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O instrumento de coleta aplicado foi um teste que apresentava alternativas que explicitavam variadas estratégias de resolução (PFC, fórmulas, multiplicação e adição) de oito problemas e que solicitava a justificativa para cada questão. Segundo as autoras, os professores tiveram mais dificuldades na resolução de problemas de *combinação* (46,15%), seguido pelo de *arranjo* (61,54%) com maior número de etapas. Nas justificativas, utilizaram elementos da nomenclatura dos problemas, do uso de PFC e fórmulas, assim como, em alguns casos, a presença de invariante do conceito de ordem⁵.

Rocha (2013) discutiu o desempenho de professores de Matemática do Ensino Médio na resolução de problemas combinatórios. Nessa pesquisa, foi aplicado o mesmo instrumento de coleta de Cunha *et al.* (2013), e foram observados poucos erros na resolução desses problemas. A autora observou que a maioria das justificativas era baseada em procedimentos formais, usando apenas o PFC e fórmulas, e que mais da metade dos professores indicou invariantes dos problemas combinatórios, como escolha e ordem.

A pesquisa de Azevedo *et al.* (2013) investigou o reconhecimento do PFC como um tipo de representação simbólica na resolução de problemas combinatórios por licenciandos de Pedagogia. Nessa perspectiva, elaboraram e aplicaram um teste de oito problemas combinatórios que explicitavam estratégias variadas

5 Borba, Montenegro e Santos (2021) afirmam que as três relações, denominadas por Vergnaud (1986) de invariantes, presentes nas situações combinatórias, são: escolha, ordem e esgotamento de possibilidades.

de resolução (PFC, fórmulas, multiplicação e adição), exigindo a justificativa da escolha das respostas. As autoras constataram que os licenciandos obtiveram a média de acertos de 3,5 (em 8) e que afirmaram não reconhecerem o uso do PFC como representação simbólica para os problemas combinatórios. As autoras constataram que os problemas do tipo *produto de medida* foram os que apresentaram mais acertos, enquanto problemas de *combinação* mais dificuldades.

Lima *et al.* (2017) analisaram o desempenho de diferentes grupos sobre a resolução de problemas combinatórios condicionais e não condicionais. O instrumento de coleta foi construído coletivamente, durante uma disciplina eletiva do curso de Pedagogia, e aplicado em diferentes grupos. Dentre esses grupos, foram escolhidos: a) licenciandos em Pedagogia do 1º período, b) do 6º ao 10º período e c) professores que atuam na Educação Infantil. Como resultado, as autoras evidenciaram que o desempenho médio desses grupos, de um possível total de 8, foi 2,9; 1,83 e 4,9, respectivamente. Com relação aos professores que atuam na Educação Infantil e aos licenciandos de Pedagogia do 1º período, a pesquisa constatou que, exceto nos problemas de *combinação*, os problemas combinatórios condicionais obtiveram melhores resultados que nos problemas combinatórios não condicionais. Com relação ao grupo de licenciandos de Pedagogia do 6º ao 10º período, os participantes tiveram maiores dificuldades em observar condições nos problemas combinatórios e utilizaram estratégias informais, ou apenas apresentavam o número de possibilidades equivocadamente. As autoras justificam esse resultado, pois os problemas combinatórios condicionais apresentaram menor número de possibilidades, e indicam que o uso de estratégias de resolução informais, como listagem, foi mais frequente.

Nas investigações sobre o *Conhecimento Comum de Combinatória* de professores, foi discutida a resolução de problemas combinatórios sem e com alternativas de resposta, e verificou-se que tanto licenciandos em Pedagogia, quanto professores formados que atuam na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do

Ensino Fundamental apresentam mais dificuldades nos problemas combinatórios com maior ordem de grandeza (Rocha; Ferraz, 2011; Azevedo *et al.*, 2013; Lima *et al.* 2017). Atenta-se para o fato de professores em formação não reconhecerem o PFC como representação simbólica de problemas combinatórios (Azevedo, *et al.*, 2013) e não compreenderem as condições presentes em problemas combinatórios condicionais de menor ordem de grandeza (Lima *et al.*, 2017).

Com relação aos professores de Matemática, seja os que atuam nos Anos Finais do Ensino Fundamental (Cunha *et al.*, 2013), no Ensino Médio (Rocha, 2013) ou em ambos (Rocha; Ferraz, 2011), observa-se que apresentaram alguns erros de resolução em problemas combinatórios, com menos frequência no Ensino Médio, mas são capazes, por vezes, de explicitar invariantes de ordem e escolha em algumas situações. Esses fatos reforçam a necessidade de discussão de problemas combinatórios na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

O *Conhecimento Especializado da Combinatória* é discutido a partir das pesquisas de Rocha (2011), Lima (2015) e Lima (2019). Na pesquisa de Rocha (2011), foram analisados os conhecimentos da Combinatória apresentados por professores dos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Focalizando os resultados sobre esse domínio, a autora investigou se os professores conseguem agrupar problemas a partir de seus enunciados. Como resultado, Rocha (2011) indicou que os professores dos Anos Iniciais não identificaram tipos de problemas combinatórios pelo enunciado e agruparam pelas semelhanças encontradas nos enunciados de problemas combinatórios (tais como os contextos, as quantidades envolvidas, os comandos solicitados). Atenta-se para o fato de que um desses professores conseguiu agrupar corretamente os problemas de *produto de medidas e permutação*. Com relação aos professores dos Anos Finais, um deles agrupou corretamente, o outro teve dificuldades e só conseguiu agrupar corretamente os problemas de *arranjo*. Já os professores que atuam no Ensino

Médio, além de fazerem agrupamentos pertinentes, conseguiram identificar e nomear os tipos de problemas combinatórios. Observou-se a discussão de enunciados de problemas combinatórios de professores com formação em Matemática, em particular os que trabalham com a Combinatória no Ensino Médio, apresentando invariantes de ordem e repetição de problemas combinatórios e, ainda, algumas lacunas desse domínio em professores dos Anos Iniciais, por não terem, muitas vezes, nem formação nem prática com situações combinatórias.

Lima (2015), em sua pesquisa, investigou os domínios de conhecimentos de professores sobre a resolução e o ensino de problemas combinatórios com uso do PFC, com base na discussão proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). Para isso, entrevistou três professores de Matemática, utilizando protocolos de situações resolvidas por alunos. Apesar da pesquisa discutir os diferentes domínios de conhecimento, a autora exemplifica o *Conhecimento Especializado do PFC e da Combinatória*, a partir: a) da diferenciação dos problemas combinatórios; b) do reconhecimento da utilização do PFC na resolução dos diferentes tipos de problemas combinatórios, como também das propriedades multiplicativas implícitas a eles; c) da modificação de problemas ampliando ou diminuindo o grau de dificuldades, quando necessário; entre outras. Lima (2015) observou maior frequência desse domínio nas entrevistas realizadas, apesar de compreender que os diferentes conhecimentos aparecem articulados nas ações e falas dos professores.

A investigação de Lima (2019) promoveu a discussão sobre como as ações colaborativas, de uma Comunidade de Prática (Wenger, 1998), existentes em uma escola, podem fortalecer os conhecimentos de professores de Matemática, ao mesmo tempo que verificou que esse fortalecimento proporciona o surgimento de mais ações colaborativas. Nesse sentido, a pesquisadora analisou os documentos institucionais da escola, observou as aulas de Combinatória de diferentes professores, participou de reuniões pedagógicas e de área na escola e fez entrevistas com professores para saber como ocorrem essas relações. Segundo a autora, as

reflexões sobre as aulas são influenciadas pela conversa entre pares, pela troca de experiências, pela presença de estudantes no conselho de classe, que avaliam as aulas dos professores, provocando um fortalecimento dos diferentes conhecimentos docentes por meio de diálogo e mutualidade, uma vez que o professor precisa pesquisar e estudar diferentes ferramentas para o ensino e estas influenciam seu planejamento e sua condução das aulas de Combinatória. Lima (2019) defende que a escolha de atividades para a condução das aulas apresenta o *Conhecimento Especializado de Combinatória*, uma vez que promove interações entre os estudantes, o que reflete em outros domínios de conhecimento tratados a seguir.

Rocha (2011), Lima (2015, 2019) evidenciaram diferentes aspectos do *Conhecimento Especializado de Combinatória*, como também algumas lacunas nesse domínio, o que pode dificultar demais práticas docentes, como a escolha e/ou o reconhecimento de problemas combinatórios em livros didáticos, a resolução desses problemas e a análise de erros apresentados por estudantes. Defende-se a adoção de práticas docentes que promovam a discussão de enunciados de problemas combinatórios, a elaboração desses problemas, a interação entre os alunos, como também, a análise de protocolos de resolução de estudantes e sua implementação em propostas de formação inicial e continuada de professores que ensinam Combinatória da Educação Básica. Acredita-se que ações colaborativas podem ser implementadas para promover um fortalecimento de conhecimentos docentes em relação à Combinatória.

O *Conhecimento de Combinatória no Horizonte* é discutido a partir de Vega (2014), Borba (2016) e Lima e Borba (2020). Na pesquisa de Vega (2014), esse domínio pode ser compreendido por meio da aprendizagem de estudantes de um mesmo ano em problemas combinatórios que ampliam o número de possibilidades a partir do aumento de suas etapas. Nesse sentido, a autora investigou a influência do número de etapas de escolha na resolução de problemas combinatórios por alunos do 6º ano. Os testes envolveram duas, três e quatro etapas para os problemas de *produto*

de medidas, arranjo, combinação e permutação. Como resultado, Vega (2014) constatou que há um decréscimo na média de acertos dos problemas combinatórios a partir do aumento de números de etapas. Esse resultado permite que o professor promova uma discussão de problemas combinatórios por meio de um aumento gradativo entre as etapas, a fim de proporcionar discussões sobre essa dificuldade.

As mudanças de estratégias de resolução de problemas combinatórios, ao longo da Educação Básica, podem ser observadas nas pesquisas discutidas em Borba (2016), que adotam variadas estratégias: o uso de desenho, listagem, tabela de dupla entrada, multiplicação, árvore de possibilidades, PFC, fórmulas, percepções de regularidade, além de utilizarem diferentes recursos, a fim de desenvolver o raciocínio combinatório, como o uso de *softwares*, materiais manipulativos, entre outros. Compreender como esses recursos podem auxiliar na construção de estratégias e no desenvolvimento do raciocínio combinatório, ao longo da Educação Básica, e defender a abordagem da Combinatória desde cedo é um exemplo do *Conhecimento da Combinatória no Horizonte*, uma vez que permite uma transição adequada com o passar do tempo.

Lima e Borba (2020) discutem, em sua pesquisa, as relações existentes entre os raciocínios combinatórios e probabilísticos na Educação de Jovens e Adultos. As autoras defendem processos de ensino e aprendizagem que possibilitem a articulação e a comunicação de ideias combinatórias e probabilísticas, discutindo relações entre o levantamento de possibilidades do espaço amostral e a compreensão de eventos não determinísticos. Essa relação permite refletir sobre o processo de transição entre esses conceitos matemáticos. Para ampliar esse domínio, é necessário repensar nas transições existentes no conteúdo de Combinatória em diferentes esferas: nos currículos, nos livros didáticos, nas propostas de atividades ao longo da Educação Básica, nas relações entre outros conhecimentos matemáticos, ou ainda, em outras áreas.

Na discussão do *Conhecimento de Combinatória e Alunos*, são apresentadas as pesquisas de Silva (2019) e Braz (2021). Silva

(2019) buscou verificar a influência de materiais de manipulação e de produção de desenhos no raciocínio combinatório na Educação Infantil. Verificou-se, nessa pesquisa, o uso de materiais de manipulação e de desenhos, assim como a escolha da ordem de grandeza (entre 6 e 12 possibilidades) dos diferentes problemas combinatórios adequada ao nível de ensino. A pesquisa teve três etapas, sendo elas: teste inicial, sessão de ensino e teste final. Silva (2019) leu os problemas combinatórios para os estudantes (5 anos), e nas sessões de ensino utilizou questionamentos para gerar discussão com as crianças. As respostas dos estudantes foram classificadas em respostas não combinatórias, parcialmente corretas e com esgotamento de possibilidades e constatou-se dificuldades como esgotamento de possibilidades e a compreensão do invariante de ordem. Atenta-se que, com relação ao *Conhecimento de Combinatória e Alunos*, a proposta de Silva (2019) apresentou escolhas adequadas para o trabalho com o público da Educação Infantil e compreendeu o material de manipulação e o uso de desenhos como facilitadores no processo de desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Na investigação de Braz (2021), se discutiu como auxiliar alunos cegos e videntes na aprendizagem de Combinatória por meio da utilização de materiais que exploram outros sentidos (como o tato e o olfato). Participaram do estudo duas estudantes do 5º ano (uma cega e uma vidente) que, a partir da interação entre elas e com uso dos materiais produzidos, resolveram problemas combinatórios. Braz (2021) confeccionou bolas, cones e copos de sorvete como materiais manipulativos, utilizando papel, feltro e emborrachado. Para atribuir texturas e cheiros, as bolas foram pintadas com tinta relevo e infundidas com essências aromáticas relativas aos sabores. A pesquisadora também acrescentou os nomes dos sabores em braile, adaptando, assim, o material para alunos videntes e cegos. Segundo Braz (2021), a interação entre as alunas (cega e vidente) e o uso do material contribuiu para a listagem e o esgotamento das possibilidades, mas tiveram algumas discussões. A aluna vidente possibilitou, a partir do diálogo e do toque,

a colaboração necessária para que houvesse a compreensão do esgotamento de possibilidades. Verifica-se, desse modo, a presença do *Conhecimento de Combinatória e Alunos*, pois a atividade promoveu a interação necessária entre materiais, e entre os alunos e possibilitou o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Nos recortes apresentados das pesquisas, verifica-se possibilidades para a abordagem desde cedo de problemas combinatórios, além da possibilidade da inclusão a partir da interação entre cegos e videntes por meio de materiais pensados e elaborados para os diferentes alunos, apresentando o *Conhecimento de Combinatória e Alunos*, na proposição e discussão de problemas combinatórios. Esse acompanhamento ainda proporciona a compreensão das dificuldades dos alunos e a proposição de questionamentos que orientem a discussão ao longo da aula.

Referente ao *Conhecimento de Combinatória e Ensino*, discutem-se os estudos de Rocha (2019), Montenegro (2018) e Gadelha (2020), com abordagens teóricas e metodológicas diferenciadas. Esses estudos nos apontam conhecimentos de conteúdo e ensino que professores necessitam desenvolver para o efetivo trabalho com a Combinatória, junto a seus estudantes em distintos níveis de escolaridade.

Rocha (2019) analisou diferentes movimentos intencionais priorizados por um professor do Ensino Médio no processo de ensino e aprendizagem de Combinatória. Este participante do estudo, pesquisador em Educação Matemática, evidenciou claro *Conhecimento Especializado da Combinatória* e foram analisadas seis aulas suas, utilizando ferramentas teórico-metodológicas do Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Conhecimento Matemáticos (EOS), segundo Godino, Batanero e Font (2007). Na análise das aulas, constatou-se, dentre outros achados, que o professor priorizou discutir os procedimentos de resolução combinatória dos alunos, bem como os argumentos por eles apresentados em suas soluções. Denotou-se, assim, sua preocupação com o acompanhamento dos processos combinatórios realizados pelos estudantes e, também, atenção à compreensão dos contextos

dos problemas. Na interação professor-alunos, foram observadas a participação e a responsabilidade dos estudantes na resolução de problemas combinatórios. Desse modo, o professor, a partir de bom conhecimento de conteúdo e ensino, proporcionou um rico processo de ensino e aprendizagem de Combinatória.

Montenegro (2018) analisou o papel que a identificação e as transformações de conversão e de tratamento de registros de representação têm na ampliação do conhecimento de Combinatória por parte de estudantes de Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental. Defende-se, aqui, que esses aspectos das representações simbólicas devem fazer parte do conhecimento docente, referente ao ensino, em particular de situações combinatórias. A pesquisa se amparou na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003) e na Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1986). Observou-se que a identificação de operações de resolução varia de acordo com a situação combinatória, sendo que a que mostrou maior dificuldade foi a situação de *combinação*, mais do que as de *arranjo*, *permutação* e *produto de medidas*. As identificações também são influenciadas pela conversão efetuada, sendo a conversão para expressão numérica mais difícil do que a para listagem sistematizada e a para árvore de possibilidades; esses modos de representação simbólica são muito úteis no ensino da Combinatória e podem auxiliar na ampliação do raciocínio combinatório dos estudantes. Conclui-se que, para um ensino mais efetivo, é preciso trabalhar diferentes situações combinatórias, por meio da discussão de suas propriedades e com o uso variado de representações sistemáticas, envolvendo identificações, conversões e tratamentos de registros.

Também considerando conhecimentos docentes quanto ao ensino de Combinatória, discute-se o estudo de Gadelha (2020) – o qual aponta recursos de ensino, tais como material manipulável concreto (fichas ilustrativas) e material manipulável virtual (*software* Pixton©). Foram investigadas situações combinatórias, conforme Borba (2010) classifica em organização única – *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*. Participaram da

pesquisa estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, distribuídos em três grupos que receberam instrução diferenciada: com fichas ilustrativas, com o *software* Pixton© e sem intervenção. Tanto o primeiro quanto o segundo grupo se beneficiaram do ensino vivenciado, evidenciando, após a instrução, compreensão de relações combinatórias. Constata-se, assim, que o conhecimento docente sobre o ensino pode auxiliar professores na escolha de recursos didáticos adequados ao grupo de estudantes com os quais se está trabalhando, como materiais manipuláveis para aqueles que se encontram em início de escolarização.

No que diz respeito ao *Conhecimento de Combinatória e Currículo*, toma-se como base os estudos de Martins e Borba (2022) e Lima (2022). Quanto aos pressupostos do currículo, estas pesquisas utilizaram como referencial Sacristán (2000), o qual indica seis instâncias curriculares: o *currículo prescrito* (em documentos oficiais), o *currículo apresentado* (interpretações do que é prescrito, como o que está presente em livros didáticos), o *currículo moldado* pelo professor (em seus planejamentos), o *currículo em ação* (vivenciado na prática do professor), o *currículo realizado* (consequente da prática) e o *currículo avaliado* (o que é ressaltado em instrumentos avaliativos).

Martins e Borba (2022) apresentam achados de estudo que analisou, à luz da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1986), o trabalho com a Combinatória nos currículos *moldados, em ação e realizados*, postos em prática por dois professores da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Observou-se que, inicialmente, os professores evidenciaram pouco conhecimento de Combinatória, de sua abordagem em materiais curriculares e de seus processos de ensino e aprendizagem. Na modelação e na ação, entretanto, propuseram diferentes situações combinatórias (*arranjos, combinações, permutações e produtos de medida*), seus invariantes (relações combinatórias de *escolha* e de *ordem*) e variadas representações simbólicas (desenhos, imagens, listagens e árvores de possibilidades). Quanto aos efeitos das práticas, tanto os estudantes quanto os professores evidenciaram aprendizagens

com o desenvolvimento de estratégias de sistematização dos dados contidos nos problemas. Conclui-se haver necessidade de maior aprofundamento, no que diz respeito aos conhecimentos de professores em relação aos currículos relacionados às situações combinatórias, às relações nelas implícitas e aos modos de representá-las.

Lima (2022) pesquisou currículos *prescritos e apresentados* aos Anos Finais do Ensino Fundamental, a partir da análise de documentos oficiais nacionais e do estado de Pernambuco – local de realização do estudo –, bem como da análise de coleções de livros didáticos de Matemática voltados à etapa da escolarização em questão. Mais detalhes da análise de livros didáticos podem ser observados em Lima e Borba (2022). Objetivava-se analisar como a Combinatória e a Probabilidade, e articulação entre elas, são apresentadas ao professor nesse material, assim como construir material direcionado ao professor, consistindo em orientações gerais e um conjunto de problemas articulados, visando o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico de estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental. As análises apontaram que a Combinatória tem ganhado menos espaço que a Probabilidade, tanto no currículo prescrito quanto no currículo apresentado. Foram identificadas lacunas referentes ao trabalho com problemas variados, bem como a apropriação e o uso de diferentes representações simbólicas que possibilitem a ampla compreensão dos conceitos.

Observou-se, também, que os currículos analisados possibilitam, embora de maneira não intencional, articulações a partir de representações em comum e de contextos que exploram situações combinatórias e probabilísticas. Lima (2022) propôs oito blocos de problemas trabalhando distintas situações combinatórias (*arranjos, combinações, permutações e produtos de medida*) articuladas às demandas cognitivas referentes ao amplo conhecimento de Probabilidade, apontadas por Bryant e Nunes (2012): *entendimento da aleatoriedade; elaboração/análise de espaços amostrais; quantificação e comparação de probabilidades; e compreensão*

de correlações. Nesse sentido, a autora propôs problemas inspirados em problemas retirados de livros didáticos, mas ampliando as questões para possibilitar a articulação de situações combinatórias e o aprofundamento probabilístico.

4 Considerações finais

O presente texto, com o objetivo de refletir sobre os desafios e possibilidades de ensinar Combinatória à luz dos conhecimentos matemáticos para o ensino (MKT), discutiu diferentes pesquisas realizadas no âmbito do Geração – Grupo de Estudos em Raciônios Combinatório e Probabilístico da Universidade Federal de Pernambuco.

Tais pesquisas promovem a discussão sobre os seis domínios de conhecimentos docentes, sendo que, sobre os *Conhecimentos do Conteúdo*, destaca-se que o *Conhecimento Comum da Combinatória* é mais ressaltado pelo professor de Ensino Médio. Os professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental também conseguem estabelecer bons conhecimentos sobre a Combinatória. Professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possuem maior domínio quando as situações envolvem uma grandeza numérica menor, bem como quando é possível resolver por meio de procedimentos menos formais.

Sobre o *Conhecimento Especializado da Combinatória*, destaca-se que professores da Educação Infantil e Anos Iniciais possuem menor domínio sobre a diferenciação dos invariantes das situações. Professores dos Anos Finais conseguem destacar as relações combinatórias/ os invariantes, especialmente em situações de *arranjo*, enquanto os professores de Ensino Médio apresentam maior domínio sobre os invariantes das diferentes situações. Enfatiza-se que é necessário que os docentes analisem cada situação combinatória, de modo que estabeleça conexão com cada invariante. Sobre o *Conhecimento da Combinatória no Horizonte* é importante perceber que o professor deve entender o aprofundamento de nível das situações, de modo que oportunize uma gradação conforme a

grandeza numérica, o número de etapas de escolha, a exigência de esgotamento das possibilidades e que tipo de representações pode usar em cada ano escolar, para que possa permitir uma transição adequada do conteúdo.

Sobre o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*, as pesquisas indicam, sobre o *Conhecimento da Combinatória e Alunos*, que o professor deve entender como acontece o desenvolvimento do conteúdo pelo aluno; quais possíveis erros podem ser cometidos em cada situação, porque esses erros acontecem e como cada estudante interage com o conteúdo. Dessa forma, o professor pode desempenhar seu *Conhecimento de Combinatória e Ensino*, por meio de abordagens metodológicas diferenciadas, escolhendo os melhores recursos de ensino, estratégias específicas com objetivo de superar as dificuldades de cada aluno, bem como quais representações usar e o que deve chamar atenção durante a análise das situações para que os alunos possam ampliar seus raciocínios combinatórios. Isso também se reflete no *Conhecimento do Currículo da Combinatória*, uma vez que, quando o professor percebe a importância das diferentes instâncias curriculares, ele pode indicar qual momento é possível aprofundar o trabalho com o conteúdo com base no que é prescrito em documentos oficiais, no que é apresentado em livros didáticos, no que é evidenciado em sala de aula e o que pode ser ressaltado nas avaliações.

Desse modo, o presente texto visa contribuir com o debate sobre conhecimentos docentes para o ensino de Combinatória, destacando que os seis domínios elencados por Ball *et al.* (2008) estão articulados, sendo necessário que as formações inicial e continuada dos professores estejam permeadas pela discussão sobre como os diferentes conhecimentos docentes são importantes para a prática pedagógica. Defende-se que os cursos de Pedagogia possam discutir mais sobre conhecimento do conteúdo, bem como os cursos de licenciatura em Matemática desenvolvam melhor a discussão sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. Desse modo, espera-se que os professores que ensinam Matemática tenham mais oportunidades de formação continuada, especialmente sobre a

Combinatória.

Referências

AZEVEDO, J.; ASSIS, A. M. R. B.; BORBA, R. E. S. R.; PESSOA, C. A. S. Princípio Fundamental da Contagem: estudantes do curso de graduação em Pedagogia resolvendo problemas combinatórios. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- ENEM*, 11.2013, Curitiba. **Anais [...]** Curitiba, SBEM, 2013. p.1-12.

BALL, D.; THAMES, M.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**. Michigan, v. 59, n.5, p. 389-407. Novembro, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**, 3 Matemática. Brasília: 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEE, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BORBA, R. O raciocínio combinatório na Educação Básica. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- ENEM*, 10. 2010, Salvador. **Anais [...]**. Salvador, Bahia, SBEM, 2010. p.1-12

BORBA, R. Antes cedo do que tarde: o que as pesquisas nos dizem sobre o aprendizado da Combinatória no início da escolarização. *In: ENCONTRO DE COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE DOS ANOS INICIAIS – ENCEPAI*, 1. 2016, Recife. **Anais [...]** Recife, SBEM, 2016. p.1-15.

BORBA, R. E. S. R.; MONTENEGRO, J. A.; SANTOS, J. A. F. L. **Investigações em ensino e em aprendizagem**: uma década de pesquisas do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório

e Probabilístico (Geração). Recife: Ed. UFPE, 2021. Disponível em: <https://editora.ufpe.br/books/catalog/book/740>.

BRAZ, F. M. T. **Interação cego-vidente**: a resolução de problemas combinatórios com materiais que exploram diferentes sentidos. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation. 2012

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação semiótica. Campinas, SP: Papirus. 2003.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The ontosemiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**. The International Journal on Mathematics Education, Switzerland, v. 39, n.1-2, p.127-135, 2007.

CUNHA, M. J.G.; LIMA, A. P. B.; ROCHA, C.A. Raciocínio combinatório: compreensão dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. *In*: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE - EPENN, 21. 2013, Recife. **Anais** [...] Recife, 2013. p.1-22.

GADELHA, D. S. **Resolução de problemas combinatórios nos anos iniciais**: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©). 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

HOLANDA, D. S. **Investigando uma proposta de formação inicial de professores de matemática**: conhecimentos docentes de combinatória. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

LIMA, A. P. B. **Princípio Fundamental da Contagem:** conhecimentos de professores de matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

LIMA, A. P. B. **Ações colaborativas em uma comunidade de prática e o fortalecimento de conhecimentos docentes de professores de matemática.** 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

LIMA, E. T. **Combinatória, Probabilidade e suas Articulações no Currículo dos Anos Finais do Ensino Fundamental:** o que é prescrito, o que é apresentado e o que se pode fazer? 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2022.

LIMA, E. T.; BORBA, R. Investigando Relações entre os Raciocínios Combinatório e Probabilístico na Educação de Jovens e Adultos. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 22, n. 2, p.134-149, Mar./Abr. 2020.

LIMA, E. T.; BORBA, R. Combinatória, Probabilidade e suas articulações em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 36, n. 72, p. 164-192, abr. 2022

LIMA, E.; GADELHA, D.; BORBA, R. Como diferentes grupos resolve, problemas combinatórios condicionais e não condicionais? **Educação Matemática Debate**. Montes Claros, v.1, n.2, p.109-130, 2017.

MARTINS, G. V.; BORBA, R. Os Currículos de Matemática moldados, em ação e realizados: uma análise da combinatória na educação de jovens e adultos, **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v.11, n.24, p.62-82, jan.-abr. 2022.

MONTENEGRO, J. A. **Identificação, conversão e tratamento**

de registros de Representações Semióticas auxiliando a aprendizagem de Situações Combinatórias. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios:** diversos olhares, diferentes conhecimentos. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

ROCHA, C. A. Princípio Fundamental da contagem e a compressão de problemas combinatórios: olhares de professores do Ensino Médio. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- ENEM, 11. 2013, Curitiba. **Anais [...]** Curitiba, SBEM, 2013. p.1-12.

ROCHA, C. A. **Estudo de Combinatória no Ensino Médio à Luz do Enfoque Ontossemiótico:** o que e por que priorizar no livro didático e nas aulas? 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

ROCHA, C. A.; FERRAZ, M. C. Conhecimentos de professores de Pedagogia e Matemática sobre problemas combinatórios. *In:* CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- CIAEM, 13. 2011, Recife. **Anais [...]** Recife, CIAEM-IACME, 2011. p.1-12.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo:** uma reflexão sobre a prática. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 4 – 14, feb., 1986.

SILVA, A. C. **O uso de material manipulativo e a produção de desenhos no desenvolvimento do raciocínio combinatório na Educação Infantil.** 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.**

Petrópolis, Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2002.

VEGA, D. A. **Qual mais fácil resolver com 2, 3 ou 4 etapas de escolha:** produto cartesiano, arranjo, combinação ou permutação? 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, 201

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 1, p.75-90, 1986.

WENGER, E. **Communities of Practice:** learning, meaning and identify. New York: Cambridge University Press, 1998.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PROBABILÍSTICOS POR ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM PEDAGOGIA: UMA ANÁLISE SEMIÓTICA

Reinaldo Feio Lima¹

Cassio Cristiano Giordano²

Vera Debora Maciel Vilhena³

1 Introdução

O propósito deste capítulo é suscitar ampla discussão acerca dos conteúdos necessários ao professor para ensinar Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Essa investigação foi desenvolvida em uma turma de Licenciatura em Pedagogia, no Pará, no âmbito do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), envolvendo 14 professores da rede pública de uma cidade do interior do Estado do Pará. Ponderamos que as discussões suscitadas, no decorrer da

1 Professor Adjunto II da área temática Educação Matemática, lotado na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia (FACET), do Campus Universitário de Abaetetuba. Doutor em Educação (UFBA) e Mestre em Educação em Ciências e Matemática (PUCRS). E-mail: reinaldo.lima@ufpa.br.

2 Professor Colaborador. Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF/), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGEC). Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Mestre e Doutor em Educação Matemática (PUC-SP), com Pós-Doutorado em Educação em Ciências (FURG). E-mail: ccgiordano@furg.br.

3 Discente de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Mestre e Graduada em Educação em Ciências e Matemática (UFPA). E graduada em Estatística (UFPA). E-mail: vera.vilhena@icen.ufpa.br

investigação, corroboram argumentos apresentados por diversos pesquisadores do campo de estudo e investigação da Educação Estatística, dentre eles Gal (2005) e Batanero (2013).

Tais discussões têm preconizado o desenvolvimento dos conteúdos de Probabilidade desde a Educação Infantil, uma vez que estão presentes e são utilizados no cotidiano dos estudantes, bem como a necessidade de leitura e de interpretação de representações tabulares e gráficas e, conseqüentemente, a relevância do seu papel no raciocínio probabilístico na tomada de decisões (Pietropaolo; Garcia; Campos, 2015).

No entanto, diversos autores consideram que professores que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental não têm formação adequada para ensinar Estatística e Probabilidade (Ortiz; Batanero; Contreras, 2012). Nesse sentido, justificamos a escrita desta investigação tendo em vista o desenvolvimento, por parte dos pedagogos bem como de seus estudantes, de noções probabilísticas. Assim, o ponto de partida para a exploração de noções relacionadas à Probabilidade, na formação de futuros professores que ensinarão Matemática nos Anos Iniciais, repousa na abrangência deste tema nas suas práticas pedagógicas, permitindo aos seus estudantes as articulações dessas noções com outros componentes curriculares (Pietropaolo; Garcia; Campos, 2015). Em síntese, buscamos identificar e compreender os registros semióticos mobilizados por estudantes de Pedagogia sobre resolução de problemas, envolvendo Probabilidade, manifestos nas gravações e atividades realizadas em sala de aula. Na próxima seção, detalhamos o quadro teórico.

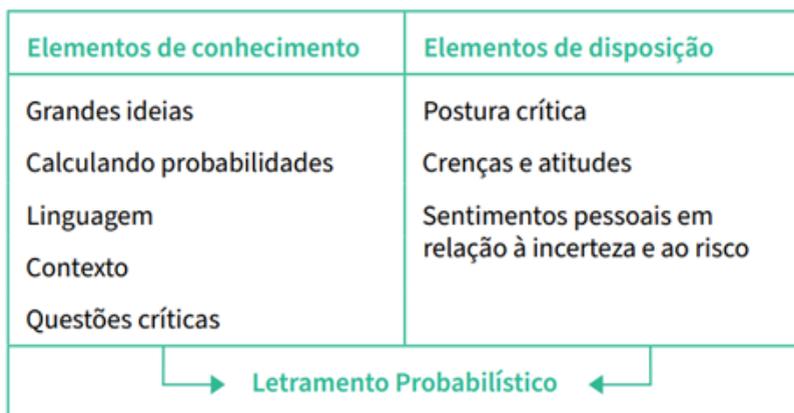
2 Pressupostos teóricos

Vamos iniciar a discussão sobre os referenciais teóricos que amparam nossas investigações apresentando uma breve síntese do documento norteador da Educação Básica brasileira: a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018).

O ensino de Probabilidade, no Brasil, tem se mostrado

ainda mais desafiador do que o da própria estatística (Giordano; Kian, 2021), o que pode se justificar: pela precária formação nessa área, como observam Giordano e Vilhena (2020); pelas falhas do Ministério da Educação, que não estabelece critérios, não delega claramente responsabilidades em níveis municipal, estadual e federal (Brasil, 2019, 2020); e por características que extrapolam os aspectos cognitivos prevalentes na formação de professores em Estocástica (campo de estudos que abarca a Estatística, a Probabilidade e a Combinatória) no Brasil. A Figura 1 traz os elementos de disposição, no modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005).

Figura 1 – Modelo de Letramento Probabilístico



Fonte: Adaptado de Gal (2005, p. 51).

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (6-10 anos de idade) devem: classificar eventos cotidianos, envolvendo o acaso (acontecerá com certeza, talvez aconteça e impossível acontecer), classificar seus resultados (pouco provável, muito provável, improvável e impossível), identificar, em eventos aleatórios, o espaço amostral, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis e calcular, utilizando a concepção clássica/laplaciana, a probabilidade em

eventos equiprováveis.

Tais tarefas já eram praticadas antes da BNCC, porém foram antecipadas e agora são responsabilidade de professores que não são necessariamente matemáticos, mas pedagogos, que, como observam Conti *et al.* (2019) e na perspectiva de Burgess (2009), geralmente, não apresentam um bom nível de saberes estatísticos e pedagógicos necessários para ensinar Estatística.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental (11-14 anos de idade), existe a maior mudança curricular nessa área pós-BNCC: a introdução da abordagem frequentista, não somente com a clara indicação para que os alunos participem de experimentos probabilísticos, mas também que planejem experimentos, criem problemas e se envolvam ativamente por meio de aprendizagem baseada em projetos e modelagem matemática.

Entretanto, pesquisas brasileiras apontam que, ainda, predomina, nas universidades, nos cursos de licenciatura em matemática, concepções tecnicistas que privilegiam aspectos operacionais em detrimento da discussão, da reflexão e do protagonismo discente, necessários para uma abordagem baseada em metodologias ativas de ensino, preconizadas pela BNCC (Brasil, 2018), como observam Costa (2007), Herzog (2019) e Costa *et al.* (2020).

Por fim, no Ensino Médio, embora a abordagem frequentista não seja diretamente mencionada na BNCC (Brasil, 2018), há orientações claras para o aluno realizar experimentos por meio de trabalho colaborativo, analisar, conjecturar, estimar, calcular e realizar simulações computacionais por meio de *softwares* e *apps*.

Desse modo, faz-se necessária e urgente a reformulação nos processos de formação continuada para pedagogos e licenciados em matemática, mas a BNC Formação Continuada (Brasil, 2020) mais se assemelha a uma carta de intenções – não diz como, quando nem por quem será oferecida tal formação.

Para identificar o nível de conhecimento, o repertório conceitual e os recursos mobilizados pelos estudantes de Pedagogia,

na resolução de problemas de natureza probabilística, nos valem da Teoria dos Registro de Representações Semióticas (TRRS). A TRRS, de Raymond Duval (2009; 2011) apresenta elementos necessários para o entendimento e a reflexão dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Duval argumenta que “a aprendizagem das matemáticas constitui, em evidência, um campo de estudos privilegiados para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e mesmo a compreensão de textos” (Duval, 2009, p. 13).

Esse autor aprofundou seus estudos sobre a coordenação e mobilização de diferentes registros de representação, utilizados para compreender determinado objeto de conhecimento matemático. Assim, dentre os registros de representação que se podem pensar na Educação Matemática, desde a Educação Básica ao Ensino Superior, quatro são predominantes. A Figura 2 traz um esquema como forma de contribuir para a reflexão sobre um objeto e suas possíveis representações, nos quatro diferentes registros.

Figura 2 - Possíveis registros de representação de um objeto matemático



Fonte: Henriques e Almouloud (2016).

Conforme esquematizado na Figura 2, um dado objeto de saber pode ser representado em diferentes registros dotados de diferentes signos. Um signo é um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico, como as regras linguísticas ou gramaticais na língua materna, as propriedades ou escritas algébricas para o registro algébrico, as figuras geométricas (pontos, segmentos/ retas/ curvas, planos e superfícies) para o registro gráfico, os números,

as operações aritméticas, para o registro numérico e, de um modo geral, as regras de conformidades.

Nesse sentido, Duval (2011) apresenta a ideia de que a compreensão dos conceitos matemáticos se dá por meio do desenvolvimento de um tipo de funcionamento cognitivo diferente das outras áreas do conhecimento. De acordo com Duval (2009, p. 24), “em Matemática, as representações semióticas⁴ não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática”.

Dessa maneira, os constructos teóricos que fundamentam este estudo estão ancorados em alguns conceitos da TRSS, de Raymond Duval (2005, 2007, 2009, 2011, 2012). Um dos conceitos centrais dessa teoria sustenta que “a mobilização de um segundo registro é necessária para poder discernir e reconhecer as unidades de sentido que são pertinentes no conteúdo das representações produzidas no primeiro registro” (Duval, 2011, p. 100). Assim, esse construto possibilita a identificação, a mobilização e a coordenação de diferentes registros semióticos para a compreensão de ideias probabilísticas de pedagogos, diante de situações problemas envolvendo o conteúdo de Probabilidade (Duval, 2007, 2012).

O segundo e terceiro conceitos dizem respeito a operações semiocognitivas que comandam a referida teoria de aprendizagem matemática: tratamento e conversão. O primeiro conceito – tratamento – diz respeito à operação intra-registro, ou seja, uma transformação interna do mesmo registro. O segundo – conversão – é operado entre registros, isto é, uma representação da transformação desta representação em um de outro tipo de registro, uma vez que “mudar de registro de representação não é só mudar o conteúdo da representação de um objeto, é mudar as operações semióticas a realizar para transformar o conteúdo da nova

4 Representação semiótica é a representação de uma ideia ou de um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótica* e, de outro, pela *referência* do objeto representado (Duval, 1993, p. 38).

representação” (Duval, 2011, p. 73). Portanto, esses dois conceitos fomentaram a base de um método cognitivo de aprendizagem do conteúdo de probabilidade e de análise da produção dos estudantes de Pedagogia (Duval, 1995, 1996, 2009, 2012).

O quadro teórico, aqui exposto, permite dialogar com os dados desta pesquisa e apresentar a nossa questão de investigação: que registros semióticos são mobilizados por estudantes de Pedagogia sobre resolução de problemas envolvendo Probabilidade, manifestos nas gravações e atividades realizadas em sala de aula? Em outras palavras, nosso objetivo é identificar e compreender os registros semióticos mobilizados por estudantes pedagogos sobre resolução de problemas envolvendo Probabilidade, registrados em gravações de atividades realizadas em sala de aula. A seguir, apresentamos detalhes da metodologia de pesquisa.

3 Pressupostos metodológicos

Os dados analisados, neste capítulo, são oriundos dos registros produzidos por 14 estudantes de uma turma do oitavo período, de um curso de Licenciatura em Pedagogia, da Universidade Federal do Sul e Sudeste Pará, ao longo de uma atividade de Probabilidade desenvolvida na disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos de Matemática.

Esta pesquisa tem delineamento metodológico típico de um estudo de caso (Yin, 2015; Gil, 2017), de natureza qualitativa e interpretativa, na perspectiva de Marconi e Lakatos (2003). Como instrumento para produção de dados, utilizamos um questionário composto por quatro questões abertas, o qual foi impresso e aplicado durante o desenvolvimento da disciplina, no mês de julho de 2021.

Assim, os dados que subsidiaram as análises consistiram em registros mobilizados pelos estudantes na forma escrita e por meio de gravações em áudio e vídeo das discussões, da observação registrada no diário de bordo do docente/investigador, de protocolos

dos estudantes e de conversas informais realizadas durante as aulas, com autorização (escrita) de todos os estudantes.

Os referidos áudios foram transcritos na íntegra. Para nos referirmos aos estudantes, utilizamos o código E1, E2, E3, E14. O professor é referenciado pela letra P. Desse modo, fundamentada na TRRS e com enfoque qualitativo (Chechuen Neto, 2012), buscamos identificar e compreender, pelo questionário e pelas gravações, como os estudantes mobilizavam diferentes registros, se conseguiam percebê-los como representação do mesmo objeto e as contribuições para a compreensão da ideia de Probabilidade. Na próxima seção, discutimos alguns dos resultados.

4 Resultados e discussões

A princípio, partimos de uma perspectiva de ensino na qual “[...] o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte; Brocado; Oliveira, 2016, p. 13). Para isso, escrevemos na lousa a seguinte pergunta: “O que você entende por Probabilidade?” O nosso intuito era convidar os estudantes a formularem indagações e procurarem argumentos para a questão; então, escolhemos a transcrição do diálogo abaixo para representar este primeiro momento.

E5: Essa disciplina foi deixada para último semestre de propósito.

E1: Com certeza (risos).

E9: Disso não tenho dúvida.

E3: Comprei um caderno novo só para a disciplina de Matemática (risos).

E10: Professor, confesso que toda a turma está temerosa nesta disciplina.

E14: Até porque durante o curso essa é a única disciplina de Matemática.

Professor: Compreendo perfeitamente vocês. Podemos voltar

para a pergunta da lousa?

E12: Sim... claro.

E4: Deve ter relação com jogo talvez (risos).

E5: Com jogo de azar? Lembrei, com lançamento de moeda?

E13: Com baralho, tirar tal carta?

Professor: ótimas indagações. Estou gostando da participação.

E8: Eu acho que tem a ver com chance de acertar ou errar, tipo o jogo da moeda.

E6: Quando se lê probabilidade na minha cabeça vem logo esse negócio de chance de ganhar ou não.

E11: Eu já ouvir essa palavra na televisão, quando o repórter fala a chance de ganhar na Mega (risos).

Professor: ótimas indagações

Logo no início deste episódio, E5, E1, E9, E3, E10 e E14 apresentam ao professor o quanto estavam temerosos com a disciplina. Inferimos, aqui, a ideia associada à Matemática como a disciplina de Cálculo e usos de algoritmos complexos, destacando a intencionalidade da ação do professor quanto ao estabelecimento de conexões experienciais e de modo “que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se possam identificar possíveis resultados deles” (Figueiredo, 2019, p. 545), buscando, assim, construir gradativamente o “primeiro” contato com objeto observado.

O professor considera a relação entre pensamento e linguagem (Vygostky, 2001) como fundamental para este processo de aprendizagem. Em resposta a essa solicitação, os estudantes E4, E5, E13, E8, E6 e E11 utilizaram-se da observação intuitiva, isto é, buscaram no pensamento dedutivo uma resposta para a sua indagação (Lopes, 2008). Aqui, ressaltamos que os estudantes mobilizaram somente registros em linguagem natural, sem os registros na folha sobre essas interpretações, bem como sem a compreensão clássica de Probabilidade.

Continuando a discussão, observamos que, apesar da ideia

intuitiva do conceito de Probabilidade gerada na sala de aula, por meio do uso da linguagem natural, essa comunicação ocorreu por meio das representações semióticas que são imprescindíveis para a mobilização de conhecimentos probabilísticos dos pedagogos (Duval, 2005), já que a representação mental é crucial no entendimento do objeto matemático justamente por considerar que objetos são abstratos e, por isso, não são diretamente acessíveis à percepção, o que ocasionou dificuldades no entendimento da apreensão de Probabilidade (Arinos; Freitas; Rachidi, 2021).

Então, por meio da mobilização deste registro semiótico, os futuros professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tiveram acesso ao objeto do conhecimento, neste caso o pensamento probabilístico, que se estabelece entre os sujeitos participantes da pesquisa. A partir dos modos como entendiam a frase escrita na lousa, foram constituindo o significado de uma representação identificável (Duval, 2012).

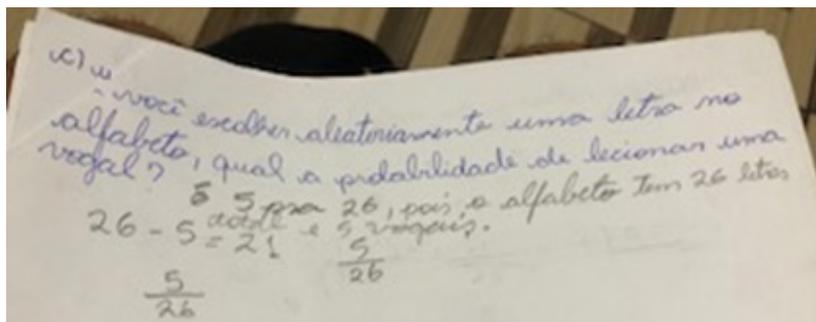
Em suma, a transcrição deste episódio evidencia que as crenças são elementos preponderantes para a compreensão do conceito probabilístico, logo, as indagações elaboradas pelos professores refletem uma compreensão intuitiva sobre o conceito de Probabilidade, pois, além de conhecer e refletir sobre a relevância do objeto e explorar os conhecimentos prévios dos estudantes, pode permitir ao docente perceber como as resoluções de problemas probabilísticos influenciam o seu ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos estudantes (Cyrino; Jesus, 2014). Esta discussão finalizou com a ideia de que a Probabilidade seria a possibilidade de alguma coisa acontecer, mas de maneira aleatória.

Na sequência, os estudantes começaram a trabalhar individualmente no desenvolvimento da tarefa de Resolução de Problemas, focada na questão: “Se você escolher aleatoriamente uma letra no alfabeto, qual a probabilidade de retirar uma vogal?” Foi solicitado que registrassem no seu caderno toda e qualquer forma de pensamento, por meio de uma *brainstorm*.

Nesse momento, o professor procurou fomentar a

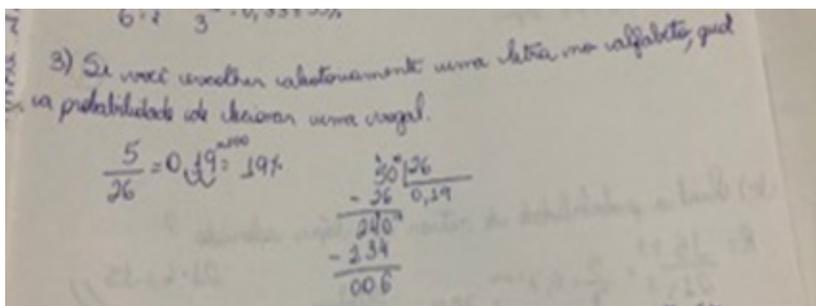
comunicação entre os estudantes de Pedagogia, fazendo a mediação das ideias emergentes e percebidas nas resoluções de cada um. O embate de ideias e a proposição de resoluções pelos estudantes ocorreu após o tempo proposto para solucionarem individualmente. Assim, selecionamos, aleatoriamente, três protocolos dos registros dos estudantes de Pedagogia para realizar nossa análise.

Figura 3 – Registro do estudante E3



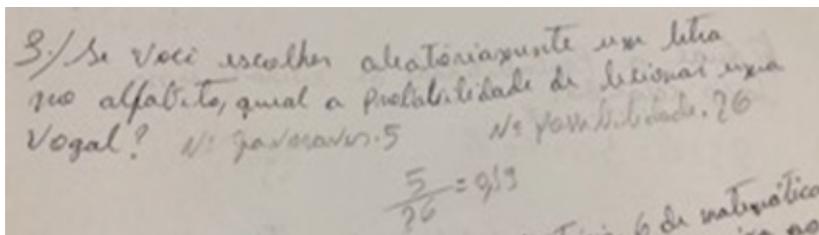
Fonte: Acervo pessoal (2021).

Figura 4 – Registro do estudante E6



Fonte: Acervo pessoal (2021).

Figura 5 – Registro do estudante E11



Fonte: Acervo pessoal (2021).

No desenvolvimento da resolução do problema probabilístico, todos os estudantes de Pedagogia mostraram compreensão em relação aos dados da atividade e não apresentaram dificuldades no registro da identificação do espaço amostral. Esses protocolos indicaram, igualmente, que os estudantes mobilizaram os registros nas linguagens materna, numérico, decimal e fracionário, com características matemáticas correlatas ao objeto em estudo (Probabilidade).

Por fim, percebemos, também, que os argumentos, as discussões e o raciocínio em torno dos registros dos 14 estudantes de Pedagogia, de representação e transformações mobilizadas, dão indícios da apreensão do conceito de Probabilidade. Esses protocolos corroboram os argumentos de que, na atividade matemática, é essencial a mobilização de diferentes registros de representação semiótica (Duval, 2012).

Notamos, ainda, que, para resolver o problema probabilístico, o estudante E6 fez a conversão do registro dado de fracionário para o registro decimal e a mobilização da conversão do registro decimal para o registro percentual. Já o estudante E11 fez a mobilização da conversão do registro fracionário para o registro decimal, contudo sua resposta evidenciou certa limitação em relação ao conteúdo e à compreensão do percentual.

Constatamos, ao fim das observações, que, além de possuir conhecimento superficial sobre o conteúdo de fração e porcentagem, os estudantes apresentaram dificuldades para discernir se o

registro deveria ser representado na forma de fração decimal ou percentual, o que gerou um recorrer frequente ao professor para que demonstrasse como deveriam resolver de forma correta. Ponte, Brocado e Oliveira (2016) argumentam que, embora o estudante possua o protagonismo na resolução de problemas, a atuação do professor é o elemento-chave para que ocorra sucesso na atividade estudantes.

Nesse sentido, enfatizamos aos pedagogos a necessidade de mobilização e coordenação de diferentes registros de representações de números fracionários, decimal, fracionária e percentual como estratégia para a compreensão integral do objeto probabilidade (Cardoso; Neres, 2021), e na perspectiva de Duval (2012).

Reafirmamos que toda forma de registro possibilita compreensão do ponto de vista cognitivo do objeto matemático, conseqüentemente, implica reconhecer os objetos matemáticos em suas múltiplas representações. Em suma, os estudantes facilmente determinaram a probabilidade de retirar uma vogal do alfabeto no registro fracionário, mas quando confrontados nas representações decimais e percentuais, manifestaram dúvidas.

Este resultado enfatiza a necessidade de promover a compreensão dos professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre a importância do tópico “probabilidade” para a formação matemática (Brasil, 2018; Campos; Petropaulo, 2013).

5 Considerações finais

Este capítulo teve por objetivo suscitar ampla discussão acerca dos conteúdos necessários para o ensino de probabilidade nos anos iniciais aos 14 alunos em formação pedagógica. Valendo-se dos registros de representação semiótica, dos pressupostos teóricos de mobilização e a coordenação de diferentes tipos de registros de representação de Raymond Duval (língua materna, registro algébrico, registro gráfico, registro numérico etc.), e o letramento

probabilístico na perspectiva de Iddo Gal (cálculo de probabilidade, linguagem, contexto, criticidade, etc.), visando potencializar o estudo do objeto matemático, neste caso, a probabilidade, partindo do princípio de que o aluno do Ensino Fundamental deve ter conhecimentos básicos, como: espaço amostral, experiência aleatória e determinística, eventos e capacidades de interpretar.

Assim, fazendo as considerações dos resultados do problema proposto, concluímos que os alunos em formação utilizaram seus conhecimentos prévios, pois as três respostas citadas no texto foram feitas sem a representação e o conhecimento do espaço amostral das letras do alfabeto, o que pode dificultar o entendimento do leitor que não conhece as letras do alfabeto da língua portuguesa. Enfim, na análise da questão em jogo no texto – que registros semióticos são mobilizados por estudantes de Pedagogia sobre resolução de problemas envolvendo Probabilidade? – pelas respostas dos alunos, chegamos à conclusão de que seus registros semióticos: o problema está em registro de língua natural, em que há uma conversão para o registro algébrico; o tratamento está em registro numérico e, no fim, para resposta há uma conversão para a língua natural. Isso demonstrou que os alunos, segundo Duval (1995), ainda não conhecem bem o objeto em questão, que é a probabilidade. O autor afirma que vários registros de representação não são suficientes para garantir a compreensão, pois, segundo ele, o indivíduo, para conhecer o objeto, deve ter a representação de um mesmo objeto em dois ou mais registros distintos, ao que chama de “coordenação”.

Isso considerando que os professores em formação, muitas vezes, não tiveram esse conhecimento do objeto, no caso a probabilidade, e que a reforma curricular brasileira, impulsionada pela publicação da BNCC (Brasil, 2018) e, por consequência, dos currículos nela embasados, ampliou as possibilidades de exploração dos objetos de conhecimento estocásticos (Giordano; Araújo; Coutinho, 2019). Contudo, tais demandas só serão atendidas quando houver maiores investimentos na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática (Giordano; Kian, 2021). Essa perspectiva se vê contemplada por meio dos dados empíricos

aqui apresentados, que ressaltam lacunas na formação inicial, bem como urgência na implantação e implementação de formação continuada para ampliar o repertório dos docentes, permitindo que eles possam diversificar a exploração dos registros de representação, enriquecendo seu repertório conceitual e viabilizando a ampliação e o aprofundamento das práticas de tratamento e conversão, à luz de Duval (2007, 2009, 2011), de modo a poder, assim, proporcionar um ensino de melhor qualidade aos seus estudantes na Educação Básica brasileira.

Referências

- ARINOS, C. R. M.; FREITAS, J. L. M.; RACHIDI, M. Uma análise semiótica e cognitiva na aprendizagem de áreas de triângulos e quadriláteros. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 420-447, 2021.
- BATANERO, C. La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? **Atas do III Encontro de probabilidades e estatística na escola**, p. 9-21, 2013.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. **Resolução do Conselho Nacional de Educação Nº 2/2019**: BNC Formação. Brasília: Ministério da Educação, 2019.
- BRASIL. **Resolução do Conselho Nacional de Educação n. 1/2020**: BNC Formação Continuada. Brasília: Ministério da Educação, 2020.
- BURGESS, T. A. Teacher knowledge and statistics: what types of knowledge are used in the primary classroom? **The Montana Mathematics Enthusiast**, [s. l.], v. 6, n. 1, p. 3-24, 2009.
- CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R. C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. *In*: BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). **Processos de ensino e aprendizagem**

em educação matemática. Recife: Ed. UFPE, 2013. pp. 55-61.

CARDOSO, G. P.; NERES, R. L. A mobilização e coordenação de registros de representação semióticos no ensino e aprendizagem de fração nos anos iniciais. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 26, n. 72, p. 9-21, jul./set. 2021.

COSTA, A. **A educação estatística na formação do professor de matemática.** 2007. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade São Francisco, Itatiba/SP, 2007.

COSTA, R. P.; SOUSA, C.; CORDEIRO, L. Z. O ensino de matemática na Base Nacional Comum Curricular nos anos finais do ensino fundamental. **Ensino em Re-Vista**, [s. l.], v. 27, n. 2, 572-594, 2020.

CHECHUEN NETO, J. A. (Org.). **Metodologia da pesquisa científica:** da graduação à pós-graduação. Curitiba: CVR, 2012.

CONTI, K. C.; NUNES, L. N.; GOULART, A.; ESTEVAM, E. J. G. (2019). Um cenário da Educação Estatística em cursos de Pedagogia. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [s. l.], v. 14, p. 1-15, 2019.

CYRINO, M. C. C. T.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação**, [s. l.], v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

DUVAL, R. Geometrical pictures: kinds of representation and specific processings. *In*: SUTHERLAND, R.; MASON, J. **Exploiting mental imagery with computers in mathematics education.** NATO ASI Series. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 1995. p. 142-157.

DUVAL, R. Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? **Recherches en Didactique des Mathématiques (Revue)**, [s. l.], v. 16, n. 3, p. 349-382, 1996.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des

raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. In: **Annales de didactique et sciences cognitives**, [s. l.], v. 10, p. 5-53, 2005.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 2007.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Tradução Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

FIGUEIREDO, A. C. Probabilidade condicional em contexto de ensino aprendizagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 544-554, 2019.

GAL, I. Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In: GRAHAM, A.J. (Ed.). **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. Netherlands: Kuwer Academic Publishers, 2005. p. 39-63.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GIORDANO, C. C., ARAÚJO, J. R. A., COUTINHO, C. Q. S. Educação Estatística e a Base Nacional Comum Curricular: o incentivo aos projetos. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [s. l.], v.14, p. 1-20, 2019.

GIORDANO, C. C.; KIAN, F. A. O ensino de probabilidade e o novo ensino médio: reflexões a partir da BNCC e do Currículo Paulista. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 59-78, 2021.

GIORDANO, C. C.; VILHENA, V. D. M. Educação estatística e a formação de professores que ensinam matemática no Brasil. **Brazilian Journal of Development**, [s. l.], v. 6, n. 12, 104137-104148, 2020.

HERZOG, R. C. B. **A percepção de licenciandos em matemática sobre a aleatoriedade**. 2019. 67f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedex**, [s. l.], v. 28, p. 57-73, 2008.

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

ORTIZ, J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, C. Conocimiento de profesores em formación sobre la idea de juego equitativo. **Revista Latino-Americana de Matemática Educativa**, [s. l.], v. 15, n. 1, p. 63-91, 2012.

PIETROPAOLO, R.; GARCIA, A.; CAMPOS, T. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. *In*: FLORES, R. (Ed.). **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, p. 1534-1542, 2015.

PONTE, J. P. DA.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. São Paulo: Autêntica, 2016.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. Porto Alegre: Bookman, 2015.

Capítulo 6

***SE ESSA RUA FOSSE MINHA:* IDONEIDADE DIDÁTICA EM TAREFAS DE PROBABILIDADE DE FUTUROS PROFESSORES**

Maria M. Nascimento¹

Assumpta Estrada²

J. Alexandre Martins³

1 Introdução

Os professores do primeiro ciclo do ensino básico português (alunos de 6 a 10 anos) devem estar preparados para ensinar Dados e Probabilidades (Canavarro *et al.*, 2021) a partir dos programas oficiais e para uma instrução adequada

-
- 1 Doutora em Matemática pela Universidade de Trás-os-Montes e Alto (UTAD). Professora do Departamento de Matemática da Escola de Ciências e Tecnologia da UTAD, Vila Real, Portugal. É membro integrado do LabDCT-UTAD/CIDTFF-U. Aveiro. Linhas de investigação em Educação: Ensino da estatística e probabilidade, uso das tecnologias, formação de professores e pensamento crítico e criativo. ORCID ID: 0000-0002-3913-4845. E-mail: mmsn@utad.pt
 - 2 Licenciada em Matemática pela U. de Saragoça e doutorado em Didática da Matemática pela U. Autónoma de Barcelona. Professora na área de Didática da Matemática no Departamento de Matemática da Universidad de Lleida. Linhas de investigação em Educação Estatística, Atitudes face à estatística e à probabilidade, Estatística e utilização da tecnologia, formação de professores. ORCID ID: 0000-0002-3595-9145. E-mail: assumpta.estrada@udl.cat
 - 3 Licenciado em Matemática (U. de Coimbra). Mestrado em Física-Matemática (U. Coimbra). Doutoramento em Didática das Ciências e das Tecnologias (D. das Ciências Matemáticas, UTAD). Lecciona Matemática e Estatística no Instituto Politécnico da Guarda (ESTH). Linhas de investigação em Educação Estatística, Atitudes face à estatística e à probabilidade, Estatística e uso da tecnologia. ORCID ID: 0000-0003-3921-6426. E-mail: jasvm@ipg.pt

dos seus alunos. Deste modo, é necessário incluir os conteúdos de estatística e probabilidade no currículo dos futuros professores, bem como o seu ensino, a fim de permitir o desenvolvimento dos estudantes como cidadãos responsáveis e comprometidos com os atuais desafios da sociedade. Godino *et al.* (1996) referiam que usar a probabilidade aplicada à realidade é similar a usar a aritmética elementar envolvendo conceitos matemáticos elementares. Os autores acrescentam que a probabilidade é uma oportunidade de aplicar a matemática para resolver problemas reais e do quotidiano. Em outros trabalhos (e.g., Estrada, 2007; Gea *et al.*, 2017; Raposo *et al.*, 2017), já foram elencadas algumas das dificuldades e erros dos estudantes. Por exemplo, considerar probabilidades conjuntas como sendo probabilidades condicionadas e vice-versa. Neste trabalho, usou-se a metodologia de trabalho de projeto. Uma vez estudados os conteúdos de probabilidades, propôs-se que os alunos usassem histórias infantis conhecidas para criarem um jogo que pudesse ser usado para ensinar probabilidades. Usar a história infantil para criar um jogo, permitiu-lhes desenvolver uma abordagem diferente face ao ensino da probabilidade, repensar as aprendizagens dos conceitos e interligá-los com a linguagem oral e escrita da língua portuguesa. Os futuros professores, do primeiro ciclo do ensino básico português (1.º CEB), devem ter a oportunidade de aprender a usar vários recursos para ensinar probabilidades na sua prática letiva futura.

Neste trabalho baseamo-nos no marco teórico do Enfoque Ontosemiótico (EOS) e, em particular, usaremos a idoneidade didática de Godino *et al.* (e.g., Godino *et al.*, 2008; Godino, 2018) para analisar os jogos propostos pelos grupos de estudantes/futuros professores no 1.º semestre do ano letivo 2020/2021, na unidade curricular de análise e tratamento de dados (ATD) do 3.º ano, de uma licenciatura em educação básica de uma universidade portuguesa.

2 Marco teórico e questão de investigação

No desenvolvimento profissional dos professores, as tarefas são “propostas, que englobam problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações, etc., que o professor leva para a sala de aula” (Gusmão, 2019, p. 1), de modo a propiciar a aprendizagem dos seus alunos, referindo-nos aqui à aprendizagem matemática, em particular nas probabilidades. Ainda de acordo com Gusmão e Font (2019, p. 669) “há uma concordância unânime de que as tarefas matemáticas têm um papel central na aprendizagem dos alunos”. De acordo com esses autores, encaramos o trabalho proposto como projeto, pois, “para a resolução dessas tarefas, não basta o uso de regras rotineiras, elas requerem busca de elementos desconhecidos, interpretação de informações e estabelecimento de conexões entre conceitos e ideias matemáticas” (Gusmão; Font, 2019, p. 673). Para Amado e Carreira (2019, p. 1)

Os projetos são tarefas complexas que envolvem os alunos em criação, resolução de problemas, tomada de decisões e atividades investigativas. Os alunos trabalham de forma autónoma por períodos longos e preparam produtos ou apresentações realistas. Outras características definidoras do trabalho de projeto incluem a autenticidade dos temas e conteúdos, bem como a avaliação dos resultados, o papel facilitador e não diretivo dos professores, a existência de objetivos educacionais claros, a aprendizagem cooperativa, a reflexão e o desenvolvimento de competências importantes no mundo real (Amado; Carreira, 2019, p. 1).

Ao propormos um trabalho de projeto como o da criação de um jogo de probabilidades baseado numa história infantil, selecionada pelo grupo de estudante,s pressupusemos uma atividade intencional (Mestre, 2011). Além disso, este trabalho leva os estudantes/futuros professores a traçarem o seu plano, a tomarem contacto com um problema real – enquanto futuros professores – e a sua abordagem de forma autónoma e responsável. Os questionamentos e as argumentações resultantes da troca de ideias, as tomadas de decisão, os caminhos a seguir e a cooperação,

quando conseguidos, permitirão que os grupos consigam atingir os objetivos do trabalho de projeto (Mestre, 2011). Tratou-se de uma proposta aberta e flexível (Abrantes, 1994) por grupo. Desse modo, pretendeu-se acompanhar e desenvolver as mesmas competências do “Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória” (Paseo, Martins *et al.*, 2017) sobretudo nas relativas a linguagens e textos; ao raciocínio e resolução de problemas; pensamento crítico e criativo; relacionamento interpessoal; desenvolvimento pessoal e autonomia.

Por que usar um jogo? De acordo com Campos *et al.* (2015):

De uma forma genérica e tendo em consideração o ensino e aprendizagem da matemática, de acordo com Moreira e Oliveira (2004) os jogos são vistos como uma forma de brincar, que proporcionam o desenvolvimento do raciocínio, de conceitos matemáticos e procedimentos básicos. Além disso, constituem, também, instrumentos de diagnóstico, na medida em que, através da execução de alguns jogos, se deletam lacunas ao nível de raciocínio, técnicas matemáticas e dificuldades em descodificar conceitos.

Por que usar uma história infantil? Na opinião de Jelinek e Ximenes (2021, p. 209):

Ao utilizar a Literatura Infantil nas suas aulas, os professores propiciam aos estudantes, além da sua formação como um sujeito leitor, que consegue interpretar diferentes contextos de leitura, um momento prazeroso onde ele sente-se livre para fantasiar.

Pround e Lee (2015) referem que as histórias tornam as coisas memoráveis, dando coerência ao que pode parecer ser um conjunto de ideias não relacionadas. Tal fato pode ser verdadeiro para conceitos abstratos, uma vez que não temos imagens mentais automáticas para memorizar (Pround; Lee, 2015). Nos anos finais do 1.º CEB e nos ciclos seguintes, esta estratégia pode ser usada no ensino dos conceitos de probabilidades.

Deste modo, conjugando estes elementos – história infantil e jogo – poderão entusiasmar-se os estudantes/futuros professores para o ensino da probabilidade com ênfase nos aspetos lúdicos

(e.g., Oliveira Júnior *et al.*, 2018; Oliveira Júnior; Barbosa, 2020) e interligando a matemática com a língua portuguesa (e.g., Da Cunha; Montoito, 2020). Por um lado, se favorece a comunicação – matemática e em língua portuguesa – e, deste modo, os diálogos entre alunos e alunos e professor. Por outro lado, se a história infantil for conhecida, uma releitura aviva os pormenores da história que interessarão para o jogo e, se a história não for conhecida, a história e o jogo serão uma descoberta para os alunos do 1.º CEB.

No EOS, a noção de idoneidade didática foi incluída como um critério para a análise de um processo de ensino da matemática. Ela é definida como o grau em que o processo (ou parte dele) reúne determinadas características que permitem qualificá-lo como ótimo ou adequado para conseguir a adaptação entre os significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e os significados institucionais pretendidos ou implementados (ensino), tendo em conta as circunstâncias e os recursos disponíveis (ambiente). Isto implica a articulação coerente e sistêmica de seis componentes: epistêmica, ecológica, cognitiva, afetiva, interacional e mediadora. Como todos os recursos, o jogo também possui condições de idoneidade didática estruturada em seis componentes (e.g., Godino *et al.*, 2008; Beltran-Pellicer *et al.*, 2018), esquematizadas na Figura 1.

Figura 1 – Componentes da idoneidade didática

Idoneidade	Descrição
Epistêmica	• representatividade do significado institucional implementado (ou pretendido) em relação ao significado de referência definido.
Cognitiva	• em que medida os significados institucionais implementados (ou pretendidos) são alcançáveis pelos alunos e a sobreposição dos significados pessoais alcançados por eles são os pretendidos pelo professor.
Interacional	• medida em que as configurações e trajetórias didáticas permitem identificar e resolver conflitos semióticos que podem ocorrer durante o processo de ensino.
Mediacional	• grau de disponibilidade e de apropriação dos recursos materiais e temporais necessários para desenvolver os processos de ensino e de aprendizagem.
Emocional	• grau de envolvimento dos alunos (interesse, motivação, ...) no processo de estudo.
Ecológica	• grau em que processo de estudos se adequa ao projeto educativo, à escola, à sociedade e aos condicionalismos desta envolvente.

Fonte: Adaptado de Godino *et al.* (2008).

Considerando estas componentes (Figura 1), é importante usar e experimentar diferentes estratégias de ensino durante a formação de futuros professores. Godino e Batanero (2011)

referem:

De esta manera se intenta integrar la formación matemática de los futuros profesores con la formación didáctica, aplicando el “principio del isomorfismo”, esto es, “la idea de que los profesores en formación deben ser enseñados de la misma manera que se espera que ellos enseñen como profesores” (Ponte y Chapman, 2008, p. 238) (Godino; Batanero, 2011, p. 11).

Desse modo, o grupo de estudantes/futuros professores deverá realizar o trabalho de projeto de modo a adequar o jogo à história que selecionou. Além disso, esse jogo deverá ser criativo e atrativo para ser jogado pelos alunos do 1.º CEB sobre os conceitos de probabilidades. Por conseguinte, a questão que aqui colocamos é a de determinar qual é a idoneidade didática apresentada pelo jogo (baseado numa história infantil) criado pelos grupos de estudantes/futuros professores.

3 Metodologia

O projeto do jogo foi realizado no 1.º semestre do ano letivo 2020/2021, da disciplina de Análise e tratamento de dados (ATD) do 3.º ano da licenciatura em Educação Básica de uma universidade portuguesa do Norte e que estava incluída no protocolo de avaliação (15% da nota final). A turma tinha 16 estudantes, 13 mulheres (cerca de 81,2%) e 3 homens (cerca de 18,8%) e trabalharam em quatro grupos de quatro estudantes (Figura 3). Cada grupo tinha que apresentar a história infantil selecionada (em texto, vídeo etc.), o jogo e as suas regras, bem como a grelha das respostas corretas propostas no jogo.

Figura 2 – Trabalhos dos estudantes: história infantil, jogo e constituição do grupo

História infantil	Jogo	N.º Grupo: elementos
Branca de Neve e os 7 anões	Glória das probabilidades	1: 4 estudantes: 2 mulheres/2 homens
Capuchinho Vermelho	Tabuleiro humano de probabilidades	2: 4 estudantes: 4 mulheres
Três porquinhos	Jogo de probabilidades	3: 4 estudantes: 4 mulheres
O pirata pata de lata	Jogo de probabilidades	4: 4 estudantes: 3 mulheres/1 homem

Fonte: Elaborado pelos autores.

Neste trabalho, usamos o modelo do “Projeto APPEMAT” (Estrada *et al.*, 2013; de Paula *et al.*, 2017) que é um guia de análise didática elaborado sob a perspectiva do Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino *et al.*, 2008; Godino, 2018). As secções do modelo adaptado são apresentadas na Figura 3 e foram adaptadas para o jogo proposto. Os autores deste modelo criaram três secções diferentes: 1.^a descreve-se o recurso e discute-se a sua possível utilização em turmas do ensino básico; 2.^a o jogo é concebido como uma ferramenta de formação de professores a gerir nas respetivas práticas letivas; 3.^a propõem-se as possíveis melhorias e extensões do jogo.

Figura 3 – Secções do modelo de análise

Secção 1. Análise e possibilidades do jogo	Secção 2. Gestão e uso na prática letiva na formação	Secção 3. Melhorias e possíveis extensões do jogo
1.1. Descrição do jogo a. O tópico de ATD abordado; b. Jogo adequado à história infantil selecionada; c. Regras do jogo; 1.2. Análise e usos no 1.º CEB a. Utilização em sala de aula; b. Conhecimentos prévios e conteúdos necessários; c. Limitações; d. Outros conteúdos que podem ser incorporados no jogo; e. Opinião/gosto do jogo	2.1. Objetivos 2.2. Competência(s) profissional(nais) desenvolvidas 2.3. Transferência(s) de aprendizagem(ns) a. Situação problemática inicial; b. Reforço de conhecimentos prévios; c. Uso do jogo; d. Opinião/gosto do jogo	3.1. Usar este jogo para outras aprendizagens 3.2. Outras possibilidades de aprendizagem 3.3. Vantagens e desvantagens do uso materiais didáticos alternativos

Fonte: Adaptado de Estrada *et al.* (2013).

No sentido de quantificar a utilização do modelo adaptado, foram atribuídas idoneidades parciais a cada uma das questões e decidiu-se que as respostas a cada questão seriam pontuadas de 0 a 1 pontos o que, para cada trabalho, no máximo totalizaria 17 pontos (Figura 4).

Figura 4 – Idoneidades parciais do modelo de análise adaptado e setas coloridas exemplificando totais de cada pontuação

Pesos	Idoneidades	Pontos
23,5%	Epistémica	4
35,3%	Cognitiva	6
11,8%	Mediacional	2
11,8%	Interacional	2
11,8%	Emocional	2
5,9%	Ecológica	1
100,0%	Pontuação total	17

Classificação por item 0-1 pontos	Idoneidade	Secção 1. Análise do jogo e das suas possibilidades
1	Epistémica	1.1. Descrição do jogo:
1	Cognitiva	a. O tópico das probabilidades abordado
1	Cognitiva	b. Jogo está adequado à história infantil selecionada
1	Cognitiva	c. Regras do jogo
1	Mediacional	1.2. Análise e usos deste jogo numa aula (ou aulas) do 1.º ciclo do ensino básico (CEB)
1	Cognitiva	a. Usos numa aula ou aulas do 1.º CEB
1	Cognitiva	b. Conhecimentos prévios e conteúdos necessários do 1.º CEB
1	Interacional	c. Limitações no jogo para ser usado no 1.º CEB
1	Interacional	d. Outros conteúdos que podem ser incorporados na(s) aula(s) através ou com este jogo no 1.º CEB
1	Emocional	e. Opinião/gosto do jogo
1	Epistémica	Secção 2. Gestão e uso na prática letiva na formação de professores
1	Epistémica	2.1. Objetivos
1	Epistémica	2.2. Competência(s) profissional(is) desenvolvidas
1	Cognitiva	2.3. Transferência(s) de aprendizagem(ns)
1	Cognitiva	a. Situação problemática inicial
1	Mediacional	b. Reforço de conhecimentos prévios
1	Mediacional	c. Uso do jogo na formação
1	Emocional	d. Opinião/gosto do jogo
1	Interacional	Secção 3. Melhorias e extensões no uso do jogo
1	Epistémica	3.1. Usar este jogo para outras aprendizagens
1	Epistémica	3.2. Outras possibilidades de aprendizagem
1	Epistémica	3.3. Vantagens e desvantagens do uso materiais didáticos alternativos
17	Pontuação total	

Fonte: elaborado pelos autores.

Para cada componente da idoneidade de cada trabalho e para os seis trabalhos, calculou-se o peso de cada idoneidade parcial (Figura 4). Por exemplo, a idoneidade mediacional (azul na Figura 4) correspondia a dois itens dos 17 avaliados em cada trabalho, isto é, peso de 11,8% da pontuação total do trabalho. Nas idoneidades restantes, os pesos são apresentados na esquerda da Figura 4 com exemplificação para a obtenção do total de exemplos de algumas delas (setas coloridas). As componentes da idoneidade didática – epistémica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica – podem estar presentes com três níveis: baixo (até 33,3%), médio (33,4%-66,7%) e alto (66,8%-100%) – e assinalados nos hexágonos (construídos para cada grupo, Figuras 7, 10, 13 e 16). Esta escala baseou-se nos trabalhos de Godino *et al.* (2008). Representaremos as percentagens de cada componente para a pontuação total de cada uma delas (Figura 4, tabela da esquerda) num hexágono, um para cada grupo (Figuras 7, 10, 13 e 16). Noutro trabalho sobre a idoneidade didática (Bogas *et al.*, 2023) esta escala – baixo, médio e alto – já tinha sido usada, pois o hexágono regular corresponde à adequação de um processo de estudo planejado ou programado, no qual se assume *a priori* um grau máximo das adequações parciais (as maiores percentagens, i.e.,

100%, as linhas azuis dos hexágonos das Figuras 7, 10, 13 e 16) (Godino et al., 2008). O hexágono irregular inscrito corresponde às idoneidades alcançadas na análise de cada jogo (linha laranja nos hexágonos das Figuras 7, 10, 13 e 16).

4 Resultados e análise

4.1 Resultados e análise do Grupo 1

O Grupo 1 apresentou jogo “Glória das Probabilidades” (Figura 5) e, em seguida, apresentou: 13 perguntas para o jogo; 6 curiosidades para o jogo – Saiba +; as regras; e a história infantil da Branca de Neve e os 7 anões. Na Figura 6, apresentam-se algumas das perguntas para o jogo (à esquerda) e a negrito os alunos assinalaram a resposta certa. Já em relação às curiosidades para o jogo, Saiba +, surgem à direita na Figura 6. No trabalho deste grupo, a principal lacuna foi a omissão da fonte do próprio jogo (e.g., Oliveira Júnior *et al.*, 2018), da fonte do texto da história infantil apresentada e das referências de onde foram retiradas as curiosidades (algumas foram do vídeo disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=IErFrw5v2QI>).

Figura 5 – Tabuleiro do jogo proposto pelo Grupo 1



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 6 – Exemplo de perguntas (esquerda) e as seis curiosidades (direita) jogo do Grupo 1

Qual é a probabilidade de o espelho mágico afirmar que a mulher mais bonita do reino é a Branca de Neve? (provável, improvável, certo, impossível)	- É mais provável tornar-se astronauta do que ganhar o Euromilhões.
Qual é a probabilidade de a Branca de Neve ir viver para a casa dos 3 porquinhos? (provável, improvável, certo, impossível)	- A probabilidade de ter filhos gémeos é 1 em 65.
Qual é a probabilidade de o caçador matar a Branca de Neve? (provável, improvável, certo, impossível)	- A probabilidade de ter um filho gémeo é de 1 em 250.
	- A probabilidade de ser atingido por um relâmpago é de 1 em cada 700.000.
	- A probabilidade de ganhar o Euromilhões é de 1 em 116 milhões.
	- Apenas 2% da população do planeta tem olhos verdes.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Analisado o relatório na sua totalidade e usada a grelha da Figura 3 para a análise, obtiveram-se os valores apresentados na Figura 6 (tabelas, esquerda e topo) e as idoneidades por componente e construiu-se o hexágono para o Grupo 1 (Figura 7, à direita e abaixo). Todas as idoneidades por componente foram altas (66,8%-100%). No caso da idoneidade mediacional (70%) talvez devido à inexperiência dos estudantes/futuros professores, isto é, ainda sem experiência relativa à disponibilidade e de apropriação dos recursos necessários para desenvolver os processos de ensino e aprendizagem das probabilidades no 1.º CEB. Quanto à idoneidade cognitiva (70,8%), os significados institucionais implementados alcançáveis pelos estudantes revelaram alguns aspectos menos conseguidos. Apesar do jogo estar adaptado à história infantil selecionada, suas regras omitiram a necessidade da releitura da história infantil. Quanto aos conhecimentos prévios e os conteúdos necessários no 1.º CEB, não há distinção das questões para o 3.º e para o 4.º ano deste ciclo de ensino.

Além disso, as curiosidades não foram adequadas aos alunos do 1.º CEB. Para a situação problemática inicial, levanta-se a dúvida do possível desconhecimento do jogo pelos alunos, podendo tornar-se difícil o arranque e, inclusive, o uso do jogo para reforço dos conhecimentos prévios sobre probabilidades. Consideramos que este jogo se adequa às Aprendizagens Essenciais da Matemática (AEMat, Canavarro *et al.*, 2021), desde que com algumas alterações, o que justifica o valor da idoneidade ecológica (80%). A idoneidade epistémica (82,5%) mostra um jogo, sobretudo se melhorado, com boa representatividade dos significados no âmbito

das probabilidades.

Figura 7 – Idoneidades parciais do jogo do Grupo 1 e respetivo hexágono



Atividade de jogo	Metodologia	Grav do decabo	Material	Regras/ Instruções
Tabuleiro Humano das Probabilidades	- Grupo	- Médio	Cartões com as perguntas/consequências	- Cada jogador lança o dado, equilibrado, à vez deslocando-se nas casas consoante o número que sair no dado.
			Casas	- Se o jogador cair numa casa azul, deve responder corretamente a uma questão, caso contrário recuar duas casas.
			Dado	- Se o jogador cair numa casa vermelha, deve recuar 3 casas.
			História do "Capuchinho Vermelho"	- Se o jogador cair numa casa verde, nada acontece. - Se o jogador cair na casa com a cara do lobo, deve voltar ao início.
			Folheto de Instruções	- Se o jogador cair na casa com a cesta, pode avançar 3 casas. - O jogador que chegar primeiro à "casa da avó" ganha.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A idoneidade interacional (82,5%) mostra que o jogo, enquanto trajetória didática, sobretudo se melhorado, talvez resolva os eventuais conflitos semióticos do processo de ensino. A idoneidade emocional foi a mais elevada (90%), pois acreditamos que os alunos gostarão do jogo, mesmo na formação, sobretudo se melhorado, pelo que envolverão os estudantes/futuros professores e os seus alunos na aprendizagem das probabilidades.

4.2 Resultados e análise do Grupo 2

O jogo “Tabuleiro Humano das Probabilidades” consiste numa atividade adaptada de forma a promover aprendizagens relacionadas com probabilidades, na qual poderão participar um número elevado de jogadores. Trata-se de um jogo semelhante a um jogo de tabuleiro onde os próprios jogadores são as peças, isto é, cada participante lança o dado, equilibrado, à vez e movimenta-se de casa em casa (devidamente organizadas no chão) de acordo com o número que sair no dado. Cada casa, dependendo da sua cor, tem uma pergunta ou consequência. Todas as perguntas desta atividade estão relacionadas com o conto infantil “O Capuchinho Vermelho” dos irmãos Grimm que deve ser lido previamente. Ganha o jogador que conseguir chegar primeiro à meta que é a “casa da avozinha” (Texto do Grupo 2).

O Grupo 2 apresentou o jogo adaptado “Tabuleiro Humano das Probabilidades” (Figura 8, esquerda) e, em seguida, apresentou uma tabela com as particularidades da atividade do jogo (Figura 8, direita). A história foi introduzida através de um *link online* (Figura 9, esquerda) e as perguntas (Figura 9, direita).

Figura 8 – “Tabuleiro Humano das Probabilidades” (esquerda) e particularidades da atividade do jogo (direita) proposto pelo Grupo 2



Atividade de jogo	Metodologia	Grav do desafio	Material	Regras/ Instruções
Tabuleiro Humano das Probabilidades	- Grupo	- Médio	Cartões com as perguntas/consequências	-Cada jogador lança o dado, equilibrado, à vez deslocando-se nas casas consoante o número que sair no dado.
			Casas	- Se o jogador cair numa casa azul, deve responder corretamente a uma questão, caso contrário recuar duas casas.
			Dado	- Se o jogador cair numa casa vermelha, deve recuar 3 casas.
			História do “Capuchinho Vermelho”	- Se o jogador cair numa casa verde, nada acontece. - Se o jogador cair na casa com a cara do lobo, deve voltar ao início.
Folheto de Instruções	- Se o jogador cair na casa com a cesta, pode avançar 3 casas. - O jogador que chegar primeiro à “casa da avó” ganha.			

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 9 – O *link* da história *online* (esquerda) e as perguntas (direita) do Grupo 2

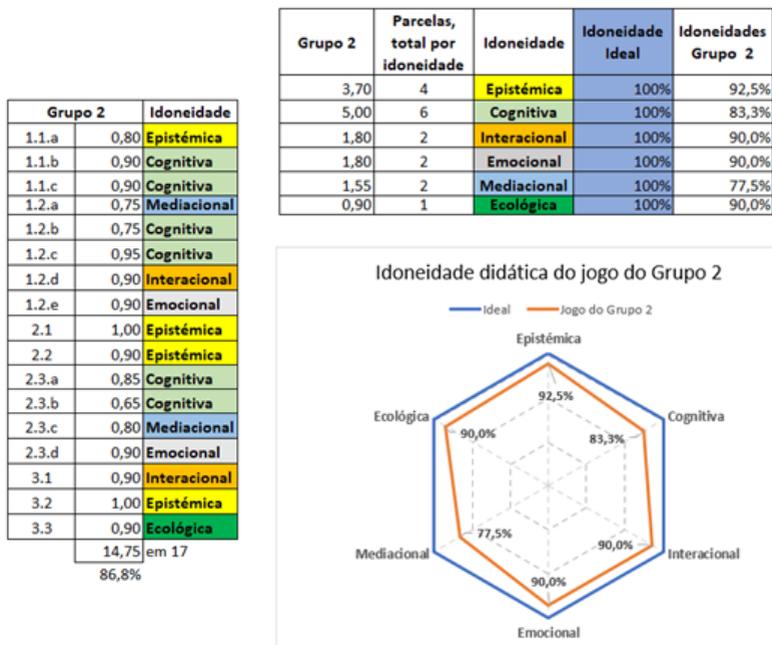
História disponível em: A história do Capuchinho Vermelho ABC do BEBÊ (abcdobebe.com)	Sabendo que na floresta por onde passou a Capuchinho Vermelho só existem eucaliptos e pinheiros, é provável, impossível ou pouco provável que ela passe por uma macieira.
	O caçador tirou a avozinha e a Capuchinho Vermelho pelo nariz do lobo. De acordo com a história isto é provável, certo ou impossível?
	Sabendo que a Capuchinho Vermelho tinha na sua cesta 5 bolos de chocolate idênticos, mas com recheios diferentes: 3 com recheio de baunilha e 2 com recheio de morango. Se lhe der a fome pelo caminho e ela retirar um bolo ao acaso da sua cesta, qual é a probabilidade de sair um bolo de chocolate com recheio de baunilha? 3/6 3/5 3/2

Fonte: Elaborado pelos autores.

Analisado o relatório na sua totalidade e usada a grelha da Figura 3 para a análise, obtiveram-se os valores da Figura 10 (tabelas, esquerda e topo) e as idoneidades parciais, isto é, por componente e construiu-se o hexágono para o Grupo 2 (Figura 9, direita e abaixo). Todas a idoneidades por componente foram altas (66,8%-100%). No caso da idoneidade mediacional (77,5%), e mais uma vez, talvez devido à inexperiência dos estudantes/futuros

professores não se apropriaram totalmente do seu jogo, visando o ensino e a aprendizagem das probabilidades. Quanto à idoneidade cognitiva (83,3%), e ao contrário do Grupo 1, o Grupo 2 refere a releitura da história infantil: “Todas as perguntas desta atividade estão relacionadas com o conto infantil ‘O Capuchinho Vermelho’ dos irmãos Grimm que deve ser lido previamente” (Texto do Grupo 2). Para os significados implementados no jogo, há aspectos menos conseguidos pelos estudantes/futuros professores. As regras do jogo exigem a presença do professor e detectou-se não haver distinção das questões para o 3.º e para o 4.º ano deste ciclo de ensino. Neste Grupo 2, a exigência do cálculo de probabilidades usando frações (Figura 8, última pergunta) sai fora do âmbito das AEMat do 1.º CEB. Este Grupo 2 adaptou um jogo que requer a presença do professor, sem o qual o início pode se tornar difícil. Embora presentes nas regras, é necessário apresentar os elementos do tabuleiro com os alunos, cores, “casa do lobo”, “casa da cesta” e “casa da avó”. Por este motivo, só após vários jogos, ele contribuirá para reforço dos conhecimentos prévios sobre probabilidades. Mesmo assim, este jogo adequa-se às AEMat, sobretudo se melhorado, o que justifica o valor da idoneidade ecológica (90%).

Figura 10 – Idoneidades parciais do jogo do Grupo 2 e respetivo hexágono



Fonte: Elaborado pelos autores.

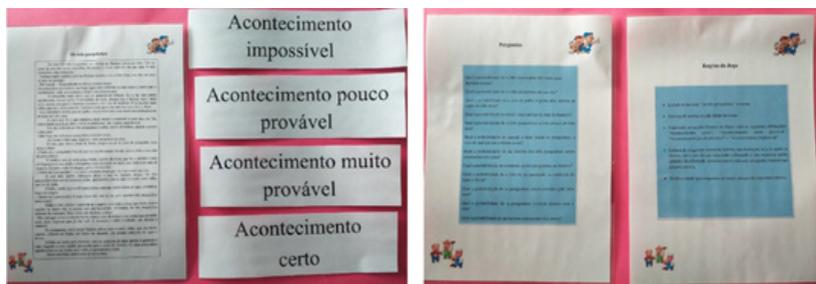
A idoneidade interacional (90%) mostra – tal como o do Grupo 1 – que o jogo, enquanto trajetória didática, e se for melhorado, talvez permita resolver alguns dos erros e das dificuldades do ensino e de aprendizagem das probabilidades. Outro aspecto a melhorar é o da apresentação de uma proposta de solução das perguntas. A idoneidade emocional foi elevada (90%). Os alunos gostarão do jogo, sobretudo se aperfeiçoado, deste modo, quer os futuros professores, quer os alunos do 1.º CEB envolver-se-ão no estudo das probabilidades. A idoneidade epistémica (92,5%) mostra um jogo, e sobretudo se melhorado, com boa representatividade dos significados no tópico das probabilidades. Além disso, este jogo poderá levar a conexões, por exemplo, com a educação física, pois este jogo “Tabuleiro Humano das Probabilidades” é “semelhante a um jogo de tabuleiro onde os próprios jogadores são as peças, isto é, cada participante lança o dado [...] à vez e movimenta-se de casa

em casa (devidamente organizadas no chão)” (Texto do Grupo 2).

4.2 Resultados e análise do Grupo 3

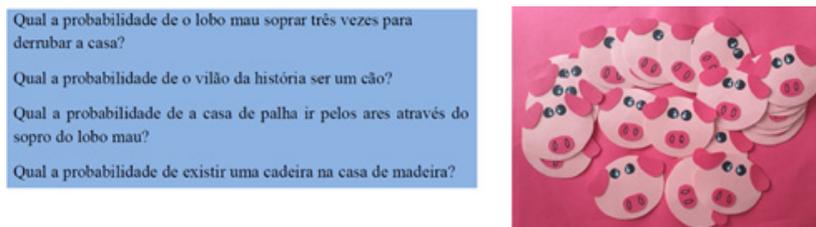
O Grupo 3 apresentou o texto da história infantil dos Três porquinhos e os cartões das respostas para selecionar (Figura 11, esquerda), as perguntas e as regras do jogo (Figura 11, direita). Na Figura 11, apresentam-se algumas dessas perguntas (Figura 12, esquerda) e a escolha das respostas usam-se os cartões do jogo (Figura 12, direita).

Figura 11 – Elementos do jogo do Grupo 2



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 12 – Exemplo de perguntas (direita) e cartões do jogo (direita) para as respostas do jogo do Grupo 3

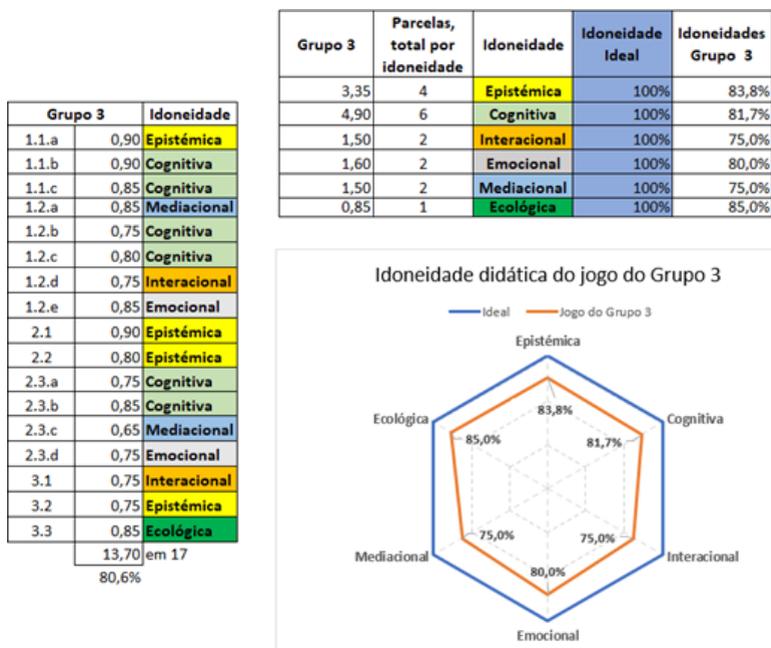


Fonte: Elaborado pelos autores.

Analisado o relatório na sua totalidade e usada a grelha da Figura 3 para a análise, obtiveram-se os valores apresentados na Figura 13 (tabelas, esquerda e topo) e as idoneidades por

componente e construiu-se o hexágono para o Grupo 3 na Figura 12 (direita e abaixo). Todas a idoneidades por componente foram altas (66,8%-100%). No caso da idoneidade mediacional (75%), e mais uma vez, talvez devido à inexperiência dos estudantes/futuros professores, quanto à apropriação do jogo para desenvolver o ensino e aprendizagem das probabilidades. Além disso, o trabalho deste Grupo 3 não apresenta as soluções das perguntas do jogo. Embora ao mesmo nível, a idoneidade interacional (75%) mostra um jogo com uma trajetória didática simplista no âmbito do processo de ensino e de aprendizagem das probabilidades. A idoneidade emocional foi elevada (80%), mesmo sendo um jogo simples, acreditamos que os alunos gostarão do jogo, mesmo como recurso de formação, sobretudo se for melhorado no sentido de o tornem um pouco mais desafiador em relação aos conteúdos das probabilidades.

Figura 13 – Idoneidades parciais do jogo do Grupo 3 e respectivo hexágono



Fonte: Elaborado pelos autores.

A componente da idoneidade cognitiva (83,3%), e tal como no Grupo 2, refere a leitura: “Leitura da história ‘Os três porquinhos’ à turma” (Texto do Grupo 3). Para os significados dos conteúdos alcançáveis pelos estudantes, há aspetos menos conseguidos, tal como nos Grupos 1 e 2, detectou-se não haver distinção das questões para o 3.º e para o 4.º ano deste ciclo de ensino e não terem abordado as diferenças entre situações aleatórias e deterministas. Neste trabalho, até para o 3.º ano as perguntas revelaram-se muito elementares. A idoneidade epistémica (83,8%) mostra um jogo, sobretudo se aperfeiçoado, com razoável representatividade dos significados dos conteúdos das probabilidades. Consideramos que este jogo se adéqua às AEMat, com aperfeiçoamentos, o que justifica o valor da idoneidade ecológica (85%). Contudo, o Grupo 3 adaptou um jogo que requer a presença do professor, pela sua presença nas suas regras:

- Entrega de cartões a cada aluna da turma; Exposição no quadro branco de frases [...]: “acontecimento certo”, “acontecimento muito provável”, “acontecimento pouco provável” e “acontecimento impossível”;
- Leitura de perguntas acerca da história anteriormente lida, às quais os alunos, um a um devem responder colocando o seu respetivo cartão debaixo da afirmação (anteriormente colocada no quadro branco) que julgam correta [...] (Texto do Grupo 3).

4.2 Resultados e análise do Grupo 4

De forma diferente o Grupo 4 apresentou a história “O pirata Pata de Lata” através do vídeo (<https://www.youtube.com/watch?v=4O7JT2tHTbQ>) e criou uma história para que os alunos se iniciarem no jogo.

- Olá tripulantes! Vamos embarcar numa aventura e ajudar o pirata Pata de Lata a encontrar o tesouro escondido? Para isso precisamos de percorrer uma longa jornada, enfrentando desafios matemáticos pelo caminho. Como qualquer bom pirata, vão precisar de um mapa. Dou-vos este [...]

- Que vos irá guiar pela Ilha das Probabilidades, até ao tesouro que se encontra assinalado com uma cruz vermelha. Boa viagem marujos! (Texto do Grupo 4).

Este grupo ainda mostrou o material do jogo (Figura 14, esquerda), as regras do jogo (Figura 14, direita). Na Figura 15 apresentam-se alguns desses desafios.

Figura 14 – Elementos do jogo do Grupo 2

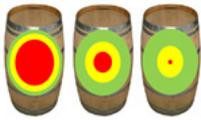


Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 15 – Alguns dos desafios do jogo do Grupo 2

1 **Desafio 1 – alvo dos piratas**

• Chegamos à ilha das Probabilidades! No primeiro posto terão de enfrentar o desafio dos alvos. Em cada barril encontra-se um alvo, o objetivo é acertar na cor vermelha de forma a pontuar. Observa bem cada um dos alvos e responde:



a) Em qual dos alvos é menos provável pontuar? Porquê?

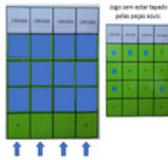
b) Se pudessem escolher um alvo para tentar pontuar qual escolheriam? Porquê?

c) No primeiro alvo pontuamos com certeza? Justifica

Confun com um ponto se acertarem todas as perguntas.

2 **Desafio 2 – caminho armadilhado**

• Acharam que ia ser fácil chegar ao tesouro? Claro que não! O caminho está coberto de armadilhas, que devem ser desviadas usando a inteligência e, talvez um pouco de sorte.



Jogo sem estar finalizado antes (peças azuis):

Comear por uma das casas indicadas pelas setas.

Retire 1 peça azul de cada vez.

Se na casa tiver o número 1, existe 1 armadilha por porta.

Se na casa tiver o número 2, existem 2 armadilhas por porta.

Tem cuidado e desvie-se das armadilhas. Se calhar alguma armadilha incomoda.

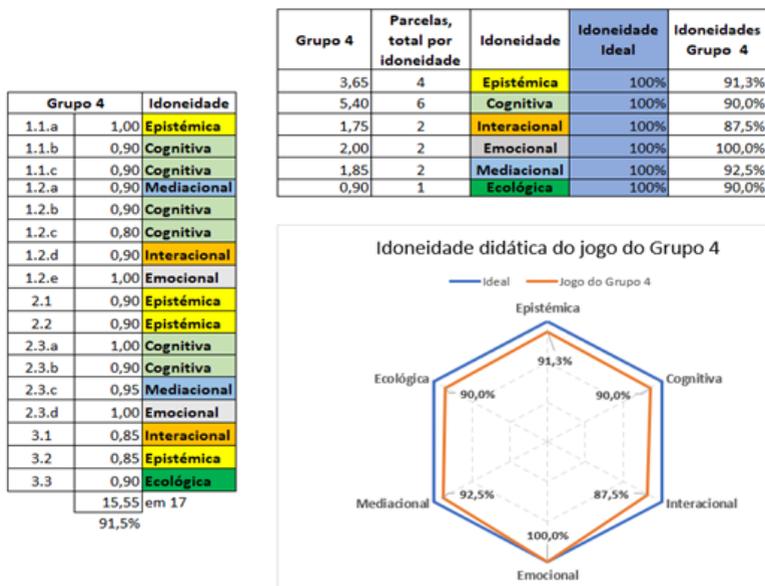
Tem 2 tentativas para conquistar o ponto.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Analisado o relatório na sua totalidade e usada a grelha da Figura 3 para a análise, os valores obtidos resumem-se na Figura 16 (tabelas, esquerda e topo) e as idoneidades por componente e construiu-se o hexágono para o Grupo 3 na Figura 12 (direita e abaixo). Todas a idoneidades por componente foram altas (66,8%-100%).

A idoneidade interacional (87,5%) mostra um jogo em que a configuração didática adequada ao ensino e à aprendizagem das probabilidades para os alunos ou na formação dos estudantes/futuros professores.

Figura 16 – Idoneidades parciais do jogo do Grupo 4 e respetivo hexágono



Fonte: Elaborado pelos autores.

Apesar de alta idoneidade cognitiva (90%), há aspetos menos conseguidos para os significados das probabilidades alcançáveis pelos estudantes/futuros professores. Tal como nos grupos anteriores, detectou-se não haver distinção das questões para o 3.º e para o 4.º ano deste ciclo de ensino e as situações aleatórias e deterministas não foram previamente distinguidas. Contudo, neste trabalho, destacou-se uma maior variedade dos desafios colocados, não se tendo limitado a perguntas (Grupos 1, 2 e 3) ou curiosidades (Grupo 1). A situação problemática inicial perspectiva um arranque desafiador, ele próprio uma história que convida à participação dos alunos. O uso do jogo adequa-se às

AEMat e permitirá o reforço dos conhecimentos prévios sobre probabilidades e será desafiador na formação dos estudantes/futuros professores. Quanto ao valor da idoneidade ecológica (90%), ele é justificado pelo conjunto de desafios propostos, revelando-se, deste modo, um material didático útil, lúdico e que se adequa às AEMat. A idoneidade epistémica (91,3%) mostra um jogo com desafios diversificados e, portanto, com boa representatividade dos significados das probabilidades para os dois últimos anos do 1.º CEB. No caso da idoneidade mediacional (92,5%), os estudantes/futuros professores apropriaram-se da história infantil, inventaram outra e criaram os desafios, os dos recursos materiais necessários para desenvolver o ensino e a aprendizagem das probabilidades, enfatizando os aspetos desafiantes e lúdicos. Por fim, o valor da idoneidade emocional atingiu o seu máximo (100%) por acreditarmos num envolvimento total dos alunos e dos estudantes/futuros professores em sua utilização, pelas razões já expostas.

5 Considerações finais

Neste trabalho de projeto, os grupos de alunos propuseram um jogo de probabilidades baseado numa história infantil, selecionada pelo grupo. A análise desses trabalhos de projeto permitiu-nos usar a noção de idoneidade didática do marco teórico do Enfoque Ontosemiótico e usar os níveis – baixo (até 33,3%), médio (33,4%-66,7%) e alto (66,8%-100%) (Godino *et al.*, 2008) – das componentes da idoneidade a partir dos indicadores (a partir do modelo adaptado do projeto “AppletMat”) para construir os hexágonos da idoneidade didática dos jogos de probabilidades propostos como projeto de ATD.

Desse modo, a resposta à questão colocada de saber qual é a idoneidade didática apresentada pelo jogo (baseado numa história infantil) criado pelos de grupos de estudantes/futuros professores, mostra que a idoneidade didática dos trabalhos de projeto dos grupos foi elevada. Desta resposta, conclui-se que os objetivos do trabalho de projeto foram atingidos (e.g., Abrantes, 1994; Gusmão;

Font, 2019; Mestre, 2011) e, além disso, os estudantes/futuros professores desenvolveram as competências do PASEO (Martins *et al.*, 2017). Mas, Godino (2018) comenta que:

A obtenção de uma elevada adequação didática implica um equilíbrio equilibrado de seis adequações parciais nas facetas epistémica, ecológica, cognitiva, afetiva, interaccional e mediadora. Dependendo do conteúdo, dos alunos, dos recursos disponíveis e de outros fatores condicionantes dos processos de ensino, a obtenção de uma elevada adequação didática pode implicar a implementação de um modelo de ensino misto onde se articulam momentos de investigação, transmissivos e dialógicos/cooperativos (Godino, 2018, p. 24).

Das componentes da idoneidade didática, na componente epistémica, os projetos dos grupos mostram jogos de probabilidades, especialmente se melhorados, com boa representatividade dos significados associados aos conteúdos de probabilidades.

Na componente cognitiva, as perguntas e os desafios colocados por todos os grupos enquadraram-se nos objetivos de aprendizagem das AEMat (Canavarro *et al.*, 2021), pois poderão levar os alunos do 3.º ano do 1.º CEB a “[e]xprimir a maior ou menor convicção sobre a ocorrência de acontecimentos que resultam de fenómenos aleatórios (que envolvam o acaso), usando as ideias de ‘impossível’, ‘possível’ e ‘certo’” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 122) que se completa no 4.º ano do 1.º CEB “[...] usando as ideias de [...] ‘improvável’, ‘igualmente provável’, ‘provável’ e ‘certo’” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 170-171). No entanto, o jogo do Grupo 3 poderia ter ido mais além, requerendo uma reelaboração das perguntas. No Grupo 1, as curiosidades, depois de melhoradas, e no 3.º ano permitirão “[u]sar a convicção sobre a ocorrência de acontecimentos que resultam de fenómenos aleatórios (que envolvam o acaso) para fazer previsões e tomar decisões informadas” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 122) que se completa no 4.º ano com o reconhecimento da “[...] utilidade e poder da Matemática na previsão de acontecimentos incertos se virem a realizar” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 171). Nenhum dos grupos se preocupou em apresentar no seu jogo a distinção entre as situações aleatórias e as deterministas, primeiro passo para iniciar o

ensino da probabilidade (Batanero, 2016).

No Grupo 2, o uso de frações terá que ser revisto pois nas AEMat para o 1.º CEB “As diferentes representações dos números racionais não negativos são introduzidas de forma faseada, iniciando-se o trabalho com frações no 2.º ano e com decimais no 4.º, altura em que é também introduzida, em articulação, a notação de percentagem” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 10). No 3.º ano do 1.º CEB pretende-se

Reconhecer a fração como representação de uma relação parte-todo e de quociente, sendo o todo uma unidade discreta, e explicar o significado do numerador e do denominador em contexto da resolução de problemas” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 106); e

Comparar e ordenar frações com o mesmo denominador em contextos diversos, recorrendo a representações múltiplas. Reconhecer a equivalência entre diferentes frações que representem a metade, a quarta parte e a terça parte” (Canavarro *et al.*, 2021, p. 107).

No 4.º ano do 1.º CEB, o texto refere os aspetos anteriores e avança para as frações decimais e para o significado de decimal (Canavarro *et al.*, 2021, p. 153-154).

Na componente interacional, os jogos dos grupos enquanto trajetória didática, se melhorados, mostram que contribuirão para resolver os erros e as dificuldades dos alunos (conflitos semióticos) durante o ensino e aprendizagem dos conteúdos das probabilidades.

A componente mediacional exibiu uma menor apropriação do jogo de probabilidades enquanto recurso material para o ensino e aprendizagem dos respetivos conteúdos no 1.º CEB. Este fato talvez seja relativo à inexperiência dos estudantes/futuros professores, pois ainda estão a licenciar-se. Esta inexperiência relaciona-se com o fato de, em Portugal, e de acordo com o Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio (corrigido pela Retificação n.º 32/2014, de 27 de junho), a qualificação profissional para a docência requer o grau de mestre.

Na componente emocional, apenas o Grupo 4 apresentou

o valor ideal, seguindo-se os Grupos 1 e 2 e, com o menor valor, o Grupo 3. Em todos os projetos o grau de empenhamento dos alunos e/ou dos estudantes/futuros professores nos jogos de probabilidades propostos prevê-se animador. Porém, o jogo proposto pelo Grupo 4 é o mais desafiador e envolvente (interesse, motivação etc.).

Na componente ecológica, todos os grupos propuseram jogos de probabilidades com potencialidades e adequação às Aprendizagens Essenciais em Matemática (Canavarro *et al.*, 2021). Todavia, se todos os jogos de probabilidades propostos forem aperfeiçoados, a adequação às AEMat melhorará e as abordagens de conteúdo (também mencionadas na componente cognitiva) se diversificarão. Destaca-se que o jogo proposto pelo Grupo 2 permitirá conexões com a educação física, visto que propõe um tabuleiro no chão “os próprios jogadores são as peças” (Texto do Grupo 2).

Esta análise não deixa de ter limitações, pois a aplicação conjunta do modelo adaptado do projeto “AppletMat” e a sua conexão com as componentes da idoneidade didática apresenta, por vezes, sobreposições e interpretações que podem ser diferentes. Assim, apesar da validação entre dois dos autores e o acordo final com ajustes, há que refinar os seus aspetos. Por outro lado, os alunos efetuaram o trabalho de projeto como produto final da ATD e não tiveram oportunidade de refletir sobre esse trabalho (por exemplo, usando este mesmo modelo adaptado), nem sobre o dos colegas. No entanto, esta reflexão também faz parte da formação dos futuros professores (Godino, 2018):

Estes [...] momentos [de investigação, transmissivos e dialógicos/cooperativos] implicam a aplicação de ações de investigação e reflexão por parte dos alunos e de ações de transmissão de conhecimentos por parte do professor, tendo por isso um carácter misto. A otimização das aprendizagens, ou seja, a concretização de processos instrucionais de elevada adequação didática nas diferentes componentes [...], especialmente a adequação interacional - mediacional e cognitiva - afetiva, tem um carácter fortemente local (Godino, 2013 *apud* Godino, 2018, p. 24).

Essa reflexão, a partir do trabalho de cada grupo e dos menores valores de cada componente (“especialmente a adequação interacional - mediacional e cognitiva – afetiva”, Godino, 2018, p. 24) poderá melhorar os jogos propostos pelos estudantes/futuros professores no ensino e aprendizagem das probabilidades. Deste modo, os jogos propostos poderão atuar como mediadores semióticos e melhorar o processo de aprendizagem em ATD dos estudantes/futuros professores (e.g., Godino, 2018).

Mesmo com as limitações dos trabalhos apresentados, a idoneidade didática da EOS permitiu uma análise detalhada dos trabalhos de projeto dos estudantes. Além disso, implementando o trabalho de projeto na ATD, conseguimos dar um contributo para levar à prática “a ideia de que os professores em formação devem ser ensinados da mesma forma que se espera que ensinem enquanto professores” (Godino; Batanero, 2011, p. 11).

Referências

ABRANTES, P. **O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática** – A experiência do Projecto Mat 789. 1994. Tese (Doutoramento)- Universidade de Lisboa. APM, 1994.

AMADO, N.; CARREIRA, S. **Trabalho de projeto**. Governo dos Açores. Secretaria Regional da Educação e Cultura, 2019.

BATANERO, C. Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. **Actas del 6º Congreso Uruguayo de Educación Matemática** - CUREM6, p. 24-31, 2016.

BELTRAN-PELLICER, P.; GODINO, J. D.; GIACOMONE, B. Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 526-548, 2018.

BOGAS, H.; MORAIS, E.; NASCIMENTO, M. M. Ensino Profissional: à descoberta do erro nos gráficos estatísticos. **Indagatio Didactica**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 101-116, 2023.

CAMPOS, H.; CARVALHO, A.; MOREIRA, R. O Jogo no Ensino e Aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Revista Eletrónica de Educação e Psicologia**, [s. l.], v. 6, p. 30-51, 2015.

CANAVARRO, A. P.; MESTRE, C.; GOMES, D.; SANTOS, E.; SANTOS, L.; BRUNHEIRA, L.; VICENTE, M.; GOUVEIA, M. J.; CORREIA, P.; MARQUES, P.; ESPADEIRO, G. **Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal, 2021.

DA CUNHA, A. V.; MONTTOITO, R. Uma revisão sobre pesquisas brasileiras que investigam as inter-relações entre Literatura Infantil e Matemática. **Research, Society and development**, [s. l.], v. 9, n. 9, p. e462997496-e462997496, 2020.

DE PAULA, M. C.; ESTRADA, A.; NASCIMENTO, M. M.; MARTINS, J. A. Pela internet: Uso de applets estatísticos com futuros professores do ensino básico. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7. 2017, Curitiba. Anais [...]. 14 p., Curitiba, outubro de 2017.

ESTRADA, A. Evaluación del conocimiento estadístico en la formación inicial del profesorado. **Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, [s. l.], v. 45, p.78-97, 2007.

ESTRADA, A.; NASCIMENTO, M. M.; MARTINS, J. A. Using Applets for Training Statistics with Future Primary Teachers. **Proceedings of the 8th CERME**, Manavgat-Side, Antalya, Turquia, 2013. p. 787-797.

GEA, M. M.; ARTEAGA, P. A.; DE LA FUENTE, G. Interpretación de gráficos estadísticos por futuros profesores de Educación Secundaria. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, [s. l.], n.12, p. 19-37, 2017.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad**. Síntese, 1996.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, [s. l.], v. 39, p. 127-135, 2007.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 07-37, 2008.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. **Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica**, [s. l.], p. 9-33, 2011.

GODINO, J. D. Bases epistemológicas e instruccionales del Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. (Versión ampliada y revisada de la segunda parte del trabajo titulado, Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático), 2018. Disponível em: 12/06/2023 de: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/trabajossintesis.html> Acesso em: 12 jun. 2023.

GUSMÃO, T. C. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. *In*: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18. 2019, Ilhéus, Bahia. Anais [...]. Ilhéus, Bahia, Brasil, 2019.

GUSMÃO, T. C.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 666-697, 2020.

JELINEK, K. R.; XIMENES, M. V. A experimentação matemática e a literatura infantil: estudo de um possível entrelaçamento. **ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**, [s. l.], v. 3, n. 1, p. 205-220, 2021.

MARTINS, G. D. O. et al. **Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória**. Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/>

Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf. Acesso em: 12 jun. 2023.

MESTRE, A. P. E. **Histórias com matemática:** trabalho de projecto no 2.º ciclo do ensino básico. 2011. Dissertação (Mestrado)- Universidade do Algarve, 2011.

NASCIMENTO, M.; RICART, M.; ESTRADA, A.; MARTINS, J. A. Idoneidad didáctica de una tarea con applets estadísticos en la formación de maestros. **Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, [s. l.], v. 106, p. 129-138, 2021.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; BARBOSA, N. D. O jogo pedagógico “brincando com a probabilidade” para os anos iniciais do ensino fundamental: o espaço amostral. **Zetetiké. Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 28, p. 1-21, 2020.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; CIABOTTI, V.; COSTA, R.; SILVA, J. S.; DA SILVA, G. R.; BARBOSA, N. D. **O jogo “Brincando com a Estatística e a Probabilidade” e a metodologia da resolução de problemas no Ensino Fundamental.** Curitiba: CRV, 2018.

POUND, L.; LEE, T. **Teaching mathematics creatively.** (2nd Ed.). Routledge, 2015.

RAPOSO, S.; NASCIMENTO, M. M.; COSTA, C.; GEA, M. Matemática aplicada às ciências sociais: tarefas de probabilidades com tecnologia. *In*: CONTRERAS, J. M.; ARTEAGA, P.; CAÑADAS, G. R.; GEA, M. M.; GIACOMONE, B.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M. (Eds.), **Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos**, 2017.

O DESENVOLVIMENTO DA UNIDADE TEMÁTICA PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DA PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DA PARAÍBA

Francisco Guimarães de Assis¹

Claudia Lisete Oliveira Groenwald²

1 Introdução

Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), as redes de ensino sentiram a necessidade de ajustar suas propostas curriculares a fim de seguir as normativas desse documento, o qual enfatiza a importância de desenvolver competências e habilidades com os estudantes da Educação Básica. No caso da proposta paraibana, foi constituída uma comissão representada por professores das diversas redes de ensino, como também por segmentos da sociedade civil organizada que, em conjunto, elaboraram a Proposta Curricular do Estado da Paraíba. Para a formulação dessa proposta, fizeram parte da comissão três professores universitários, dos quais um ficou responsável pela Educação Infantil e dois pelo Ensino Fundamental (EF), além de outros vinte e dois professores (Paraíba, 2020).

1 Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: franciscoguimaraespb@gmail.com.

2 Doutora em Ciências da Educação. Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: claudiag@ulbra.onmicrosoft.com.

A proposta foi elaborada em seis etapas distintas. Primeiramente, foi publicada a Portaria nº 248 de 21/02/2018, estabelecendo uma comissão para implementar a BNCC no currículo estadual. Em seguida, foram estudadas as teorias que abordam as concepções de currículo. Na terceira etapa, foi elaborada a primeira versão da proposta. Posteriormente, a primeira versão do documento foi avaliada na quarta etapa. Na quinta etapa, foi realizada uma consulta pública para permitir a contribuição de educadores e interessados na versão preliminar. Por fim, na sexta etapa, ocorreram seminários estaduais em todas as regiões do estado, com a participação de diversos professores dos municípios paraibanos. A partir desses momentos, surgiu a Segunda Versão, que foi entregue ao Conselho Estadual de Educação e à União Nacional dos Conselhos Municipais de Educação para apreciação e aprovação.

Dentre as áreas, destaca-se a área da Matemática, a qual enfatiza sua importância no processo de ensino e aprendizagem, especialmente a necessidade de desenvolver competências e habilidades matemáticas nos estudantes, principalmente as que enfatizam as capacidades de elaborar e resolver problemas em diversos contextos. Acredita-se que, ao adotar uma prática e consolidar uma aprendizagem na perspectiva da Resolução de Problemas, o professor contribuirá para a constituição e efetivação do Letramento Matemático dos seus alunos, o qual é entendido como a capacidade do estudante raciocinar, representar, comunicar e argumentar durante esse processo (Brasil, 2018). De acordo com a Matriz de Referência do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) (2012), a consolidação dessas competências auxilia na compreensão, no uso e no envolvimento dos estudantes com relação aos conceitos e procedimentos matemáticos aplicados em uma variedade de contextos. Vale ressaltar que não se trata apenas do conhecimento desses conceitos, mas também da capacidade de aplicá-los de forma efetiva para resolver problemas do mundo real. Assim, é preciso que o trabalho pedagógico, na perspectiva referida, desenvolva nos estudantes a capacidade de formular e empregar

estratégias para resolver problemas, interpretar e comunicar resultados matemáticos, identificar padrões e relações, além de usar representações matemáticas de forma adequada.

Além de promover o aprimoramento das capacidades mencionadas, a Proposta Curricular do Estado da Paraíba estabelece as unidades temáticas que fazem parte do componente curricular de Matemática, juntamente com as competências e habilidades a serem desenvolvidas em cada ano do EF. Isso inclui, especificamente, as competências relacionadas à abordagem da unidade de Probabilidade e Estatística com base nos princípios estabelecidos pela BNCC.

A seleção dessa unidade temática para o presente artigo é motivada pela relevância desses conhecimentos para os cidadãos e pela importância que eles têm no desenvolvimento do Pensamento Probabilístico e Estatístico dos alunos nessa fase escolar. Com base nesse enfoque, enfatiza-se a necessidade de capacitar os estudantes, desde cedo, com habilidades probabilísticas e estatísticas, as quais são fundamentais para a compreensão e interpretação de informações do mundo real, auxiliam na tomada de decisões e proporcionam uma formação para a cidadania. Nessa direção a proposta paraibana ressalta que:

Todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (Paraíba, 2020, p. 232).

Compreende-se que é crucial ter familiaridade com a Proposta Curricular do Estado da Paraíba, sobretudo suas diretrizes pedagógicas para a exploração da unidade temática de Probabilidade e Estatística durante os primeiros anos do EF, bem como a maneira pela qual os educadores abordam esse assunto em sala de aula. Assim, neste artigo, são exploradas essas ideias, com base nos dados coletados por meio de um questionário aplicado

aos professores que lecionam em um município do estado da Paraíba. O objetivo do questionário foi identificar o perfil desses profissionais e responder à seguinte questão norteadora: como os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental desenvolvem a unidade temática de Probabilidade e Estatística? Por meio dessa abordagem, busca-se compreender as práticas e estratégias utilizadas pelos professores para focar essa temática específica em suas aulas, proporcionando *insights* sobre a realidade do ensino desses conteúdos nesse contexto educacional.

Foi adotada a pesquisa qualitativa, utilizando um estudo de caso, para examinar as respostas dos profissionais. O estudo engloba as diretrizes curriculares e as perspectivas para o ensino de Probabilidade e Estatística, com base na BNCC, na Proposta Curricular do Estado da Paraíba e em autores que tratam desse tema. O objetivo principal é investigar os relatos dos professores sobre a forma como abordam esse assunto em suas aulas.

2 O ensino da Probabilidade e da Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da Proposta Curricular do Estado da Paraíba

A Proposta Curricular do Estado da Paraíba enfatiza a importância de promover uma formação pessoal, social, cultural e política, envolvendo a construção de subjetividades e identidades, bem como a necessidade de as escolas planejarem ações pautadas nas relações sociais e na construção da cidadania estudantil. Assim, destaca-se, nessa proposta, a importância de as escolas adotarem um ensino que esteja alinhado ao seu Projeto Político Pedagógico (PPP) e às suas matrizes curriculares, constituindo-se a partir de “valores e práticas que proporcionam a produção e a socialização de significados no espaço social e que contribuem, intensamente, para a construção de identidades sociais e culturais dos estudantes” (Brasil, 2013, p. 27).

A proposta paraibana apresenta como primeiro ponto

a importância de abordar o currículo e as práticas educativas, além de destacar outros dois aspectos relevantes: a necessidade de reconhecer e compreender os estudantes como sujeitos de direitos, a fim de promover a dignidade humana como princípio fundamental e universal no ambiente escolar, e a importância de implementar uma avaliação centrada na aprendizagem. Destaca, também, que o ensino da Matemática deve estar pautado em garantir os seguintes direitos de aprendizagem:

I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção, [...]; II. Favorecer a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico, norteados pelo reconhecimento de regularidades e o estabelecimento das relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da matemática [...] e de outras áreas do conhecimento; III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação, [...]; IV. Utilizar diferentes registros e linguagem [...] para discussão sobre situações problemas em múltiplos contextos, [...]; V. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução; VI. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas, [...]; VII. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação e demais mídias disponíveis, a fim de modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, [...]; VIII. Desenvolver autonomia, responsabilidade e flexibilidade para agir individual ou cooperativamente, no desenvolvimento de projetos, sobretudo os que abordem urgências sociais, [...]; IX. Sentir-se seguro da própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções e/ou resoluções para situações problemas vivenciados diariamente (Paraíba, 2020, p. 232).

Acredita-se que esses direitos desempenham um papel fundamental na consolidação do conhecimento matemático, especialmente devido à sua importância no fortalecimento do

exercício da cidadania. Eles auxiliam na compreensão e na tomada de decisões diante de questões políticas e sociais que, frequentemente, exigem a leitura e interpretação de informações estatísticas, bem como a compreensão de fenômenos relacionados a situações de incerteza.

Quanto à implementação de um processo de avaliação com foco na aprendizagem, destaca-se, na Proposta Curricular do Estado da Paraíba, a importância de que ele oriente a prática pedagógica, não apenas em sua dimensão diagnóstica, mas também considerando sua dimensão institucional. Essa dimensão não pode ser dissociada da escola e do contexto social em que está inserida. Esse tipo de avaliação busca permitir a participação ativa do estudante em seu próprio processo de avaliação, capacitando-o a julgar suas estratégias e conclusões. Destaca-se, ainda, que o processo avaliativo deve ser encarado como uma produção de conhecimento, o que se revela essencial nas aulas de Matemática, especialmente no desenvolvimento dos conteúdos relacionados à Probabilidade e Estatística. De acordo com Carvalho (2011), as condições que permitem ao estudante avaliar seus procedimentos podem ser alcançadas por meio de diferentes abordagens. Isso pode ocorrer por meio da utilização de materiais didáticos, de jogos ou até mesmo de atividades com lápis e papel. Além disso, critérios podem ser estabelecidos para verificar a precisão das propostas feitas e das conclusões estabelecidas. Por fim, destaca-se a importância da interação social, que também desempenha um papel fundamental no processo avaliativo.

Defende-se que o ensino e a aprendizagem de Probabilidade e Estatística devem ser construídos com o objetivo de valorizar a pluralidade sociocultural e criar condições para que o estudante transcenda um modo de vida restrito a um único contexto social, tornando-se um agente ativo capaz de transformar o ambiente em que vive. Nesse sentido, destaca-se que a prática pedagógica deve motivar o aluno a valorizar as diversas culturas presentes no território brasileiro, ao mesmo tempo em que lhe proporciona compreender seu próprio valor. Esse enfoque já se encontrava nos Parâmetros

Curriculares Nacionais (PCN): “Isso contribui para promover sua autoestima como um ser humano pleno de dignidade, ajudando a formar defesas contra expectativas indevidas que possam ser prejudiciais (Brasil, 1997, p. 51).

Adotar uma prática pedagógica nessa direção possibilita que o estudante exerça uma postura crítica e reflexiva frente à tomada de decisões que possam impactar a vida em sociedade, pois entende-se que é por meio de problematizações que esse tipo de postura é constituído. Além disso, essa prática atende a uma outra demanda da sociedade que é a necessidade de torná-lo, no exercício da cidadania, capaz de coletar, analisar e organizar dados, compreender as informações que são veiculadas pelas mídias e entender a natureza dos fenômenos aleatórios. A partir desses enfoques, acredita-se que o desenvolvimento dessas competências mostra que a Probabilidade e Estatística são importantes aliados na transformação de informações brutas em dados que permitem ler e compreender a realidade, por meio dos seus métodos e, com isso, defende-se, assim como se encontra nos documentos oficiais e pesquisadores referidos, a inserção dos conteúdos dessa natureza nos currículos escolares.

Compreende-se a importância de fomentar a Educação Estatística dos alunos desde os primeiros anos escolares, especialmente visando o desenvolvimento do Pensamento Probabilístico e Estatístico, tanto no contexto da Matemática quanto em outras áreas, uma vez que o objetivo principal é formar estudantes críticos e reflexivos. No entanto, é importante ressaltar que a abordagem desses temas, nos primeiros anos do EF, não deve ser apenas por meio de fórmulas e cálculos, mas, sim, com o objetivo de sensibilizar os alunos por meio da exploração de dados incertos e variáveis.

Embora a Proposta Curricular do Estado da Paraíba adote como pressupostos a BNCC, sobretudo suas orientações para o ensino da unidade temática *Probabilidade e Estatística* nos anos iniciais do EF, observa-se que há uma denominação diferente dos temas a serem estudados. Enquanto o primeiro documento utiliza

a identificação de conteúdos, o segundo os trata como objetos de conhecimento. Por sua vez, os objetivos de aprendizagem da proposta paraibana são apresentados como habilidades na BNCC. A proposta também destaca comentários e sugestões metodológicas, dentre as quais algumas estão sendo tratadas neste capítulo.

No que se refere ao que deve ser ensinado, a Proposta Curricular do Estado da Paraíba destaca para o 1º ano do EF: as noções de acaso; a leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples; e a coleta e organização de informações. É importante frisar que o primeiro conteúdo está relacionado às ideias de Probabilidade e sua abordagem favorece a capacidade de compreender noções de aleatoriedade, bem como a existência de entendimento sobre eventos certos, prováveis, improváveis e impossíveis de acontecer.

Para o 2º ano, a proposta é que os professores abordem: a análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano; e a coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas. A sugestão é que o professor proponha atividades em que os estudantes sejam motivados a comparar informações de pesquisas, utilizando gráficos de barras simples, inclusive horizontais. Quanto ao tratamento das tabelas, estas devem ser as que relacionam duas variáveis:

De uma mesma população, ou a análise de uma mesma variável em duas populações diferentes (por exemplo, a relação entre as variáveis idade e número de irmãos em mulheres ou a variável preferência por times de futebol analisada entre homens e mulheres) (Paraíba, 2020, p. 248).

Outra sugestão para desenvolver esse conteúdo é fazer questionamentos cujas respostas possibilitem a coleta e representação dos seus dados, para que, posteriormente, esses sejam classificados e organizados. Um exemplo de atividade é saber quem são os alunos que residem na zona urbana e os que residem na zona rural. Pode-se, também, pesquisar quantos alunos de cada turma vieram à escola, dentre outros, principalmente que estejam relacionados à curiosidade das crianças.

Para o 3º ano do EF, é indicado que sejam ensinados: análise

da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral; leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras; e coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos. Para isso, a proposta propõe que as atividades com foco na Probabilidade auxiliem o estudante a identificar, em eventos aleatórios, resultados possíveis, bem como analisar e registrar os prováveis acontecimentos. Um exemplo de abordagem é um jogo com dois dados, de modo que o estudante anote os pontos das faces, considerando a diferença de pontos (do maior para o menor), os resultados possíveis. No trabalho com gráficos, é primordial que as atividades lhe possibilitem interpretá-los em diferentes níveis de compreensão, de modo que elas contribuam para o desenvolvimento do Letramento Matemático e do Pensamento Estatístico, capacite-o para fazer questionamentos, levamento de hipóteses, fazer estimativas, previsões, como também encontrar relações entre as informações de uma pesquisa.

No entanto, ressalta-se que essas habilidades por si só não desenvolvem os Pensamento Probabilístico e Estatístico de um estudante que esteja nesse ano escolar. Na perspectiva adotada aqui, é necessário um trabalho que foque também a consolidação de outras capacidades, como, por exemplo, as citadas pelo Programa de Formação Continuada Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC, as quais evidenciam os seguintes objetivos:

Ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos e códigos em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais; Formular questões que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos; Coletar, organizar e construir representações próprias para comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos); Ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos; elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias; Produzir textos a

partir de interpretação de gráficos e tabelas; Problematizar e resolver situações a partir de informações contidas em tabelas e gráficos; Reconhecer e diferenciar situações determinísticas e probabilísticas; Identificar a maior ou menor chance de um evento ocorrer (Brasil, 2014, p. 5-6).

Para o 4º ano do EF, a proposta é que sejam ensinados conteúdos relacionados à: análise de chances de eventos aleatórios; leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos; diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas e; coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada.

Nessa etapa escolar, os estudantes precisam entender que há eventos possíveis, outros mais prováveis e ainda os menos prováveis de acontecer em relação a outros. Em Estatística, eles devem compreender que a organização de uma tabela ocorre por meio de linhas e colunas, as quais apresentam intersecções e os dados se encontram. Além disso, é importante que eles entendam os significados de algumas figuras nos gráficos de colunas, sejam capazes de produzir informações estatísticas e realizar pesquisas. Também deve ser explorada, nessa turma, a produção de textos, nos quais os estudantes expressem suas conclusões, acerca de determinadas tabelas e gráficos, o que favorece o desenvolvimento do Letramento Estatístico. Porém, é preciso entender que não basta os estudantes saberem calcular e construir gráficos, é preciso que eles interpretem as informações que estão contidas nessas representações. Isso mostra que é preciso capacitar os estudantes para aplicar esses conhecimentos em situações da vida cotidiana, a fim de que eles compreendam seus desdobramentos e resultados.

Já para o 5º ano do EF, a Proposta Curricular do Estado da Paraíba propõe o estudo dos seguintes conteúdos: espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios; cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis; leitura, coleta, classificação, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráficos de linhas; e leitura,

coleta, classificação, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráficos de linhas.

Como sugestão metodológica para abordagem dos conteúdos relacionados à Probabilidade, evidencia-se ser importante trabalhar com atividades em que o estudante possa compreender e indicar o espaço amostral na resolução de um problema, bem como analisar as possibilidades de ocorrência de um evento em relação a todas as possibilidades, verificando sempre se elas são ou não iguais. Um exemplo dessa atividade é solicitar que ele defina os números possíveis de saírem no lançamento de um dado comum e se esses números têm chances iguais ou diferentes. Em Estatística, é sugerido que sejam analisados diversos gráficos, principalmente os veiculados pelas mídias, de modo que não sejam feitos questionamentos que provoquem respostas imediatas, sem que os estudantes levantem hipóteses e reflitam. É interessante que eles apliquem, pesquisem e expressem seus resultados em taxas percentuais. Para isso, é indicado que essas pesquisas sejam realizadas em grupos com cem pessoas, o que vai favorecer essa representação.

O fortalecimento da abordagem desses conteúdos ocorre desde a criação dos PCN e, hoje, com a implementação da BNCC, o seu tratamento na escola, de modo especial nos primeiros anos, é considerado como indispensável para o processo de ensino e aprendizagem, haja vista as potencialidades mencionadas. Com isso, evidencia-se que desenvolvê-los, desde essa etapa escolar, favorece a constituição de um estudante capaz de estabelecer relações, produzir justificativas, levantar hipóteses, testar soluções, ser investigador, descrever e interpretar informações, compreender, analisar, interpretar e construir tabelas e gráficos, por meio de representações e produção de textos, como também estabelecer relações entre os demais componentes curriculares. Assim, cabe as unidades escolares e suas representações reorganizarem suas propostas e inserirem, nos seus respectivos planos de trabalho, ações que foquem no desenvolvimento dessas habilidades, haja vista que é um direito de todos assegurado pelos princípios da equidade,

os quais são defendidos pela BNCC e destacado na Proposta Curricular do Estado da Paraíba.

3 O percurso metodológico e o perfil dos professores

Com a finalidade investigar se os professores desenvolvem uma prática pedagógica que atenda à Proposta Curricular do Estado da Paraíba e levando em consideração o contexto em que os dados foram obtidos e analisados, na análise, adotou-se uma abordagem qualitativa. Para isso, seguiu-se as orientações de Chizzotti (2006), haja vista que procurou-se encontrar e interpretar as respostas que os vinte e sete professores participantes deram ao questionário aplicado, o qual estava dividido em duas partes. A primeira parte do questionário era composta por dezoito perguntas, com questões abertas e fechadas, cujo objetivo foi identificar o perfil desses profissionais, levando em consideração a formação acadêmica e experiência profissional, bem como analisar a participação deles em programas de formação continuada. Já na segunda parte, havia nove questões, as quais tratavam da prática pedagógica implementada por eles, especialmente no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, com foco na Probabilidade e Estatística.

Conhecer os sujeitos de uma pesquisa científica, detalhar seu perfil, dentre outros aspectos que possam descrevê-los, é uma etapa importante, especialmente em um trabalho dessa natureza, sobretudo para que seja possível compreender as respostas que foram dadas pelos participantes. De acordo com Assis (2018), essa etapa possibilita o pesquisador conhecer cada um dos professores, bem como entendê-los, principalmente se os dados sobre eles forem apresentados de forma fidedigna e articulada. No entanto, para este trabalho, decidiu-se apresentar as variáveis que estavam vinculadas ao objetivo proposto. No Quadro 1, apresentam-se os dados coletados na primeira parte do questionário.

Quadro 1- Perfil dos professores que atuam nos anos iniciais do EF

Variáveis		Frequência Absoluta - FA	Frequência Relativa – FR (%)
Sexo	Masculino	2	8,3
	Feminino	22	91,7
Nível de Escolaridade	Ensino Médio	1	4,2
	Graduação	6	25
	Pós – Graduação (Especialização)	17	70,8
Participou de formação continuada nos últimos cinco anos	Sim	21	87,5
	Não	3	12,5

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Sobre a variável sexo, identifica-se a predominância das mulheres no magistério, principalmente nos primeiros anos escolares. Sobre isso, Andrade *et al.* (2013) afirmam que a presença feminina, nessa etapa escolar, é superior ao número de homens. Conforme essas autoras, uma explicação para esse fenômeno são os resultados das lutas das mulheres, embora essa conquista não tenha alcançado um nível financeiro adequado para essa categoria.

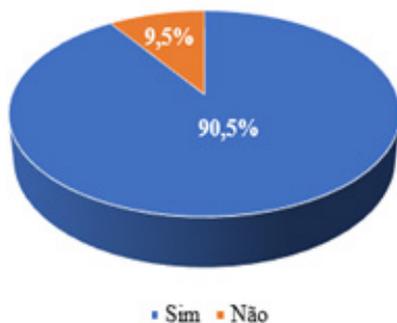
A pesquisa revelou que, em relação ao nível de escolaridade, os resultados mostraram que 70,8% dos professores possuem Pós-Graduação, o que significa que são especialistas em alguma área da Educação. Além disso, 25% dos professores têm apenas graduação, o que indica que mais de 95% desses profissionais já cursaram uma universidade, atendendo às exigências da legislação educacional em vigor. Por outro lado, 4,2% dos professores possuem apenas Ensino Médio.

Quanto à formação e aos cursos estudados pelos professores, constatou-se que 54,2% deles possuem o Curso Normal,

anteriormente conhecido como Magistério em nível médio. Em relação aos professores que possuem títulos de especialistas, foram identificados os seguintes cursos: Ensino Aprendizagem, Diversidade na escola, Orientação e Supervisão, Educação Especial, Psicologia da Infância e da Adolescência, e Psicopedagogia.

Em se tratando da formação continuada dos professores, a pesquisa implementada apontou que 87,5% deles participaram de momentos formativos nos últimos cinco anos, enquanto 12,5% não participaram de nenhuma formação. Com relação aos professores que responderam ter participado, perguntou-se se algumas dessas formações foram na área de Matemática (Gráfico 1).

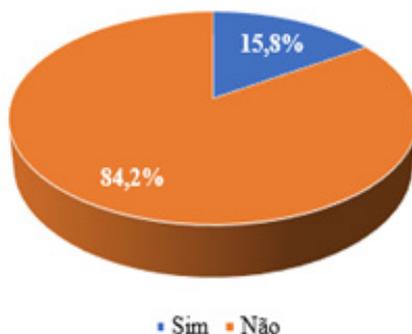
Gráfico 1- Participou de alguma formação na área de Matemática?



Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Com base nos professores que participaram de programas de formação contínua na área de Matemática, foi feito um questionamento para determinar se algum deles abordou os temas de Probabilidade e Estatística. Os resultados dessa investigação estão apresentados no Gráfico 2.

Gráfico 2- Participou de formação continuada em que se discutiu Probabilidade e Estatística?

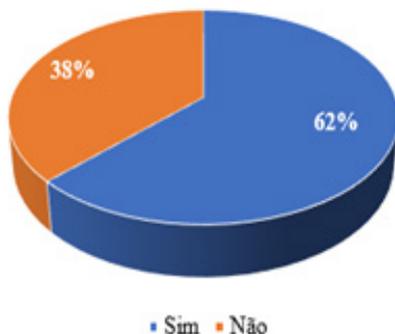


Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Apesar da importância dos conhecimentos relativos à Probabilidade e Estatística, especialmente na relevância deles para o desenvolvimento e compreensão dos fatos que ocorrem na sociedade, bem como sua utilização para transmissão de informações por parte da imprensa e nas mais variadas áreas, as quais se apropriam e necessitam de tabelas e gráficos para organização de dados, percebe-se uma carência nos cursos de formação continuada no que tange a essas discussões, além da necessidade de proporcionar aos professores o aprofundamento desses conhecimentos. Ressalta-se a necessidade da inserção desses temas nos cursos de formação de professores para que esses profissionais se sintam seguros ao desenvolvê-los com seus alunos e reconheçam a importância desses conhecimentos como sendo indispensáveis para o exercício da cidadania.

Na segunda parte do questionário, composta por perguntas estruturadas e semiestruturadas, solicitou-se que os participantes justificassem suas respostas. Apresentam-se as respostas obtidas para as questões 3, 4 e 5. Assim, no Gráfico 3 é possível observar as respostas dos professores ao serem questionados se eles ensinam os conteúdos de Estatística aos seus alunos.

Gráfico 3 - Você ensina conteúdos de Estatística aos seus alunos?

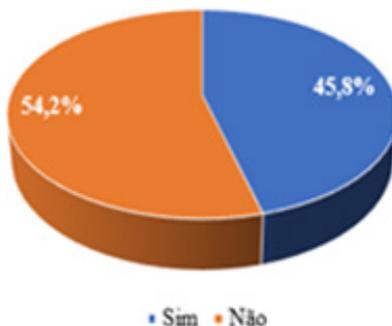


Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Conforme tem sido discutido, a inserção da Estatística no currículo escolar desde os primeiros anos do EF é uma exigência da BNCC (Brasil, 2018). Apesar disso e diante dos dados apresentados, percebe-se que nem todos os professores que atuam nesses anos escolares desenvolvem esse tema em sala de aula. Outro ponto que precisa ser refletido é o fato da Proposta Curricular do Estado da Paraíba ainda não estar sendo cumprida pelas redes de ensino que a adotaram. Além disso, acredita-se que há, ainda, o fato de os conhecimentos necessários para a consolidação do Pensamento Estatístico não ser um dos objetivos dos educadores que atuam nessa etapa escolar ou a falta de conhecimento deles sobre esse tema. De acordo com Vieira e Oliveira Júnior (2016), essa hipótese deve ser considerada, pois falha na formação, a pouca familiaridade com estratégias didáticas e o pouco conhecimento estatístico que os professores possuem são justificativas para a ausência desses assuntos no contexto da sala de aula.

Quanto a abordagem de conteúdos ligados à Probabilidade, os dados obtidos estão expostos no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Você trabalha temas ligados a Probabilidade com seus alunos?

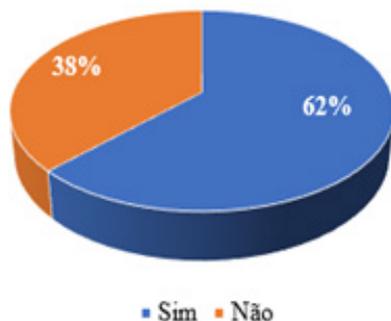


Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

A partir dos dados apresentados no Gráfico 4, percebe-se que menos da metade dos professores que atuam nos anos iniciais trabalham com assuntos relacionados aos conhecimentos probabilísticos em sala de aula, o que desfavorece o desenvolvimento do Pensamento Probabilístico dos estudantes. Assim como na abordagem com a Estatística, o ensino de Probabilidade, nos primeiros anos escolares, é visto como algo indispensável para a formação de um aluno crítico e reflexivo, o qual atende a uma das demandas da sociedade contemporânea e segue as exigências dos documentos que norteiam a educação brasileira, de modo especial cumpre as normativas da proposta paraibana. Uma explicação para a ausência dessa abordagem é apresentada por Lopes, Teodoro e Rezende (2010), os quais afirmam que os professores se sentem inseguros para ensiná-los, causando, assim, desconforto aos próprios educadores e, conseqüentemente, aos estudantes.

Sobre a afirmativa desses autores, o Gráfico 5 mostra o resultado de quando perguntado se os professores sentem dificuldades em abordar conteúdos da unidade Probabilidade e Estatística.

Gráfico 5 - Você tem dificuldades em abordar conteúdos de Probabilidade e Estatística em sala de aula?



Fonte: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Os dados apresentados no Gráfico 5 revelam, de modo geral, que os professores que atuam nos anos iniciais sentem dificuldades em abordar os conteúdos relacionados a unidade temática Probabilidade e Estatística, pois afirmam não possuírem conhecimentos suficientes para abordá-los em sala de aula. Essa constatação é identificada nas justificativas dos professores, dentre as quais destacam-se os argumentos dos docentes P4 e P15, respectivamente: “Pois não obtive uma formação para passar esse assunto aos alunos”. “Não tenho familiaridade”.

Inferre-se que as dificuldades que os professores possuem em desenvolver a unidade temática Probabilidade e Estatística são oriundas da formação inicial, durante a graduação, pois, conforme explicam Assis (2018), Nacarato, Mengali e Passos (2009); Saviani (2009) e Lopes (2008), os cursos de graduação para professores dos anos iniciais apresentam lacunas em suas propostas pedagógicas, embora tenham sugestões metodológicas bastante interessantes. Como tais propostas estão centradas em questões procedimentais, os fundamentos matemáticos e o aprofundamento do conhecimento, na maioria das vezes, são impossibilitados. Assim, defende-se e comunga-se com as ideias de Cruz e Martiniak (2015), as quais destacam que essas deficiências precisam ser supridas, principalmente com a formação continuada dos educadores que atuam nos anos

iniciais do EF, em que os conhecimentos matemáticos, de modo especial os relacionados a Probabilidade e Estatística, sejam o foco desse processo.

4 Considerações finais

A abordagem da unidade temática de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do EF está em conformidade com as diretrizes estabelecidas pela BNCC e segue as orientações da Proposta Curricular do Estado da Paraíba. Embora essa abordagem tenha ganhado destaque desde a implementação dos PCN e seja respaldada por pesquisas que discutem esse tema, ainda é necessário dedicar uma atenção especial ao seu tratamento na sala de aula por parte dos professores que atuam nessa etapa escolar.

Por outro lado, a ausência do ensino desses assuntos é resultado do conhecimento limitado que alguns profissionais possuem, o que impacta na sua confiança em desenvolvê-los adequadamente em sala de aula. Isso ressalta a necessidade de fornecer suporte e recursos adicionais para capacitar os professores nessa área específica, a fim de melhorar a qualidade do ensino de Probabilidade e Estatística nos anos iniciais do EF.

Assim, é necessário enfatizar a importância dos cursos de formação de professores, sejam na dimensão inicial ou continuada, priorizar e oportunizar aos docentes o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos, especialmente os probabilísticos e estatísticos, dada a relevância destes para a constituição de um estudante capaz de desenvolver as competências e habilidades para que possa exercer sua cidadania. Por outro lado, é considerado que essa formação não deve se limitar a aulas expositivas e explicativas, nas quais os professores assumem o papel de meros transmissores de conhecimento, ocupando os assentos dos alunos. Pelo contrário, é importante envolvê-los ativamente nesse processo, incentivando o protagonismo que desempenham na missão de ensinar. Na concepção adotada neste artigo, isso deveria promover o desenvolvimento de competências e habilidades, especialmente a

consolidação do Pensamento Probabilístico e Estatístico.

Dessa forma, a formação dos professores nessa área deve ser conduzida de maneira mais participativa e engajadora, proporcionando oportunidades para discussões, reflexões e atividades práticas. Isso permitiria que os professores adquirissem uma compreensão mais profunda dos conceitos probabilísticos e estatísticos, além de desenvolverem estratégias pedagógicas que incentivem os alunos a se envolverem ativamente nesse processo de aprendizado, promovendo uma verdadeira construção do conhecimento.

Referências

ANDRADE, E. B. *et al.* **A predominância da mulher na docência nos anos iniciais do ensino fundamental** (e. e. e. f. de aplicação – cepes/cg ii em campina grande-pb). Anais V FIPED. Campina Grande: Realize Editora, 2013. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/3612>. Acesso em: 18 jun. 2023.

ASSIS, F. G. de. **Formação continuada de professores na área de matemática: uma análise crítica do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC)**. 2018. Dissertação (mestrado)- Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). 2018. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3622>. Acesso em: 15 mai. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Pluralidade cultural, orientação sexual**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília: MEC/ SEB, DICEI, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização da Idade Certa: Educação Estatística**. Brasília:

MEC, SEB, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. 2018. Disponível em: <http://http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 05 jun. 2023.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do ensino de matemática**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

CRUZ, M. M. P. da; MARTINIAK, V. L. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. In: MARTINIAK, V. L. (organizadora). **Formação de professores alfabetizadores**: políticas e práticas. Ponta Grossa: Estúdio Texto, 2015.

LOPES, J. M.; TEODORO, J. V.; REZENDE, J. de C. O ensino de Probabilidade por meio de um jogo e da Resolução de Problemas. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. de Q. e S.; ALMOULOU, S. A. (organizadores). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

LOPES, C. E. **O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a formação dos professores**. 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfkW9py5dMccvmbqyPP8bk>. Acesso em: 11 jun. 2023.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

PARAÍBA. **Proposta Curricular do Estado da Paraíba**. 2020. Disponível em: <https://sites.google.com/see.pb.gov.br/probnccpb/proposta-curricular-ei-e-ef>. Acesso em: 20 mai. 2023.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**. Universidade Estadual de Campinas, n. 40, jan/abr. 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/45rkkPg>. Acesso em: 18 jun. 2023.

VIEIRA, M. L.; OLIVEIRA JUNIOR, A. P. **Ensino de**

Estatística: atitudes e concepções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Curitiba: Appris, 2016.

raciocínio combinatório, desde o início da escolarização, impacta positivamente na aprendizagem dos estudantes. Para Vergnaud (1986), esse desenvolvimento abrange desde os anos iniciais da educação básica até o ensino médio e envolve três elementos interdependentes: situações significativas (S), relações invariantes (I) e representações simbólicas (R), que atuam a fim de enriquecer e conferir significado ao processo de aprendizagem.

Visto isso, infere-se que o ensino da Combinatória na Matemática, especialmente nos anos iniciais, possui grande relevância, uma vez que essa aprendizagem pode influenciar, de modo positivo, a compreensão de outros conceitos matemáticos e áreas do conhecimento devido à ampla diversidade de situações e soluções que a Combinatória oferece (Borba, 2016).

Sendo assim, Assis (2014) discute a influência da abordagem do professor no desenvolvimento do raciocínio combinatório dos estudantes, ressaltando a importância de refletir sobre suas práticas pedagógicas e compreender o processo de construção do conhecimento. Diante disso, o processo formativo distinto dos professores responsáveis pelo ensino da Matemática é mais uma temática que colabora para essa discussão.

Nos primeiros anos do ensino fundamental, os professores possuem uma formação inicial em Pedagogia, enquanto, nos últimos anos do ensino fundamental e no ensino médio, normalmente, eles possuem uma formação inicial em Licenciatura em Matemática. Esse fator pode resultar em diferentes perspectivas, desafios e expectativas em relação ao ensino de Combinatória em cada nível de escolaridade (Assis, 2014; Rocha, 2011).

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia, esse curso oferece uma formação ampla, abrangendo diversas áreas de atuação (Brasil, 2006), mas a carga horária é considerada curta, o que pode resultar em deficiências na formação dos pedagogos, especialmente no ensino da Combinatória. Visto isso, pesquisadores têm destacado a necessidade de uma preparação inicial adequada para os professores

desenvolverem o processo de ensino e aprendizagem em todos os níveis de escolaridade (Abrucio, 2016; Borges; Aquino; Puentes, 2011; Carvalho; Gil-Pérez, 2011).

No caso específico da Combinatória, Moreira (2021) e Rocha (2011) ressaltam que a formação inicial, muitas vezes, é insuficiente. Desse modo, torna-se necessário desenvolver processos formativos para os professores, a fim de melhorar o ensino e superar as dificuldades na identificação e abordagem dos problemas combinatórios, bem como auxiliar na análise das estratégias de resolução dos estudantes.

Com base no exposto, este estudo investiga o Conhecimento Especializado do Conteúdo de professoras de Matemática dos anos iniciais em situações combinatórias. Assim, apresentamos resultados parciais de uma pesquisa em andamento realizada no âmbito de um Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Pernambuco (Edumatec/UFPE).

Foram conduzidas entrevistas individuais e um processo formativo de três encontros, com seis professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, no município de Carpina - PE. Este texto aborda os resultados e descobertas do primeiro encontro formativo e está dividido em cinco seções: a presente introdução, pressupostos teóricos, delineamento metodológico, resultados e discussão e considerações finais.

2 Pressupostos teóricos das estruturas multiplicativas

De acordo com Vergnaud (1986), o campo conceitual das estruturas multiplicativas pode ser definido como o conjunto de situações que envolvem operações de multiplicação, divisão ou sua combinação. Com isso, a Combinatória está incluída nesse campo conceitual, uma vez que as soluções para problemas combinatórios são fundamentadas em multiplicação e/ou divisão.

As estruturas multiplicativas são introduzidas desde os anos iniciais do ensino fundamental, incluindo a educação infantil. No

entanto, é comum ensinar a multiplicação como uma extensão da adição, enfocando a soma de parcelas repetidas (Castro; Castro Filho; Barreto, 2017). Embora essa abordagem possa resolver alguns problemas multiplicativos, é necessário reconhecer que a adição e a multiplicação envolvem raciocínios diferentes, o que pode dificultar a aprendizagem da multiplicação quando a separação entre as duas operações for exigida (Pessoa, 2009). Assim, limita-se a compreensão do campo multiplicativo, inclusive em relação à Combinatória. Nunes e Bryant (1997) afirmam que os estudantes precisam aprender e compreender um conjunto completamente novo de conceitos numéricos e de propriedades que estão relacionados à multiplicação e à divisão, separadamente da adição e da subtração.

Vergnaud (1986) defende que ampliar a perspectiva conceitual de um estudante inclui desenvolver a competência para a realização do cálculo relacional, capacitando-o a escolher a operação adequada para resolver um problema e executar o cálculo numérico correspondente. Isso significa que o estudante precisa dominar, tanto o cálculo numérico, que envolve as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão, quanto o cálculo relacional, voltado ao pensamento lógico envolvido nas situações-problema.

Por esse viés, os conhecimentos docentes são essenciais para guiar as atividades em sala de aula. Os professores têm a responsabilidade de criar um ambiente favorável ao desenvolvimento das habilidades dos estudantes em resolver problemas combinatórios. Para promover o progresso dos estudantes nesse aspecto, é crucial que esses educadores possuam um conhecimento sólido do conteúdo e das estratégias pedagógicas apropriadas.

3 Pressupostos teóricos dos conhecimentos docentes

Os conhecimentos docentes desempenham um papel fundamental na prática educativa, sendo considerados como um dos principais pilares no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, englobam uma ampla gama de aspectos, que vão desde o domínio dos conteúdos específicos da disciplina até a compreensão das estratégias pedagógicas e das características individuais dos estudantes.

Carvalho e Gil-Pérez (2011), Shulman (1987) e Tardif (2002) têm se debruçado sobre os conhecimentos docentes e afirmam que esses são formados em espaços historicamente sociais: a escola e a instituição de ensino superior. Para Shulman (1987), a análise dos conhecimentos docentes é feita a partir da relação entre o conhecimento e os dispositivos didáticos. Essa base é composta pelas seguintes categorias:

- conhecimento do conteúdo; - conhecimento pedagógico geral, com referência especial para princípios amplos e estratégias de gestão e organização da sala de aula que transcendem o assunto;
- conhecimento do currículo, com particular compreensão dos materiais e programas que servem como “ferramenta de ofício” para o professor;
- conhecimento pedagógico do conteúdo, amálgama especial de conteúdo e pedagogia, sua forma especial de compreensão profissional é próprio do professor;
- conhecimento de alunos e suas características;
- conhecimento do contexto educacional, variando entre o funcionamento do grupo ou classes, a gestão ou financiamento de distritos escolares, ao caráter de comunidades e culturas;
- e - conhecimento das finalidades educacionais, propósitos, e valores e seus fundamentos filosóficos e históricos (Shulman, 1987, p. 8, tradução nossa).

Shulman (1987) ainda destaca os conhecimentos do conteúdo e pedagógico como uma das categorias mais importantes para os professores. Isso ocorre porque os educadores precisam conhecer o conteúdo que será ensinado em sala de aula, bem como perceber como ele pode ser abordado de maneira significativa, de modo que os alunos possam compreendê-lo em diferentes contextos.

Em seu estudo, Ball, Thames e Phelps (2008), com base no conhecimento do conteúdo e no conhecimento pedagógico do conteúdo, de Shulman (1987), examinaram a prática do professor de matemática em sala de aula e identificaram seis domínios diferentes

relevantes para a atuação do professor. Eles foram organizados da seguinte forma:

a) Conhecimento do Conteúdo: (1) Conhecimento Comum do Conteúdo³- habilidade Matemática usada em uma ampla variedade de configurações e que não é exclusivo para o ensino; (2) Conhecimento Especializado do Conteúdo⁴- habilidade matemática usada exclusivamente para o ensino; (3) Conhecimento Horizontal do Conteúdo⁵- conhecimento de como os temas matemáticos estão relacionados e a previsão de aprofundamento destes conteúdos com o avançar da escolaridade;

b) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo: (4) Conhecimento do Conteúdo e Estudantes⁶- combinação entre conhecimento da Matemática e conhecimento sobre o estudante; (5) Conhecimento do Conteúdo e Ensino⁷- conhecimento do conteúdo matemático com a compreensão pedagógica para o ensino deste conteúdo; e (6) Conhecimento do Conteúdo e Currículo⁸- conhecimento sobre os materiais e programas curriculares que orientam o ensino⁹.

Com base nas informações apresentadas e no nosso foco de pesquisa, entendemos que o Conhecimento Especializado do Conteúdo envolve identificar e compreender as características dos diferentes tipos de problemas combinatórios, aplicar o princípio multiplicativo, encontrar semelhanças e diferenças entre problemas e soluções, perceber propriedades multiplicativas implícitas e

3 Do inglês: Common Content Knowledge (CCK).

4 Do inglês: Specialized Content Knowledge (SCK).

5 Do inglês: Horizon Content Knowledge (HCK).

6 Do inglês: Knowledge of Content and Students (KCS).

7 Do inglês: Knowledge of Content and Teaching (KCT).

8 Do inglês: Knowledge of Content and Curriculum (KCC).

9 Ball, Thames e Phelps (2008) incluíram esta categoria adicional ao estudo de Shulman (1986). Ela reconhece a importância de compreender como o conteúdo se relaciona ao currículo estabelecido, proporcionando orientação para a prática pedagógica eficaz.

reorganizar informações para resolver os problemas de forma adequada, entre outras.

4 O Ensino de Combinatória: favorecendo a variedade de situações

É importante compreender as singularidades de cada tipo de problema combinatório e considerar os invariantes que os diferenciam. Os invariantes são características fundamentais que ajudam a compreender as lógicas implícitas em cada significado (Pessoa; Borba, 2010). Assim, os diferentes tipos de problemas requerem abordagens específicas e o professor precisa auxiliar o estudante a reconhecer a estrutura dos problemas, desenvolver diferentes formas de raciocínio e encontrar os procedimentos adequados para resolvê-los.

No Quadro 1, explicamos, detalhadamente, cada um dos tipos das situações combinatórias. Tais problemas fizeram parte do estudo de Pessoa (2009) e são acompanhados de exemplos e invariantes do conceito que os caracterizam.

Quadro 1 – Características e situações (tipos de problemas) combinatórias

SITUAÇÃO	EXEMPLOS	INVARIANTES COMBINATÓRIOS		
		CONJUNTOS	ESCOLHA	ORDEM
Arranjo	O quadrangular final da Copa do Mundo será disputado pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?	Único conjunto	Alguns elementos	Gera novas possibilidades

Combinação	Três estudantes (Mário, Raul e Júnior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas iguais. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso	Único conjunto	Alguns elementos	Não gera novas possibilidades
Permutação	Calcule o número de anagramas da palavra AMOR.	Único conjunto	Todos os elementos	Gera novas possibilidades
Produto de medidas	Para a festa de São João da escola, há 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luíza, Clara e Beatriz). Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?	Dois ou mais conjuntos distintos	Um elemento de cada conjunto	Não gera novas possibilidades

Fonte: Elaborado pela autora baseado em Pessoa (2009) e Vergnaud (1986).

No processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Combinatória, é importante adotar uma abordagem problematizadora, investigativa e discursiva. Isso significa que o ensino pode ser construído a partir das estimativas e ideias levantadas pelos estudantes, por meio de situações e questionamentos propostos ou mediados pelo professor (Lima, 2015). É preciso que, nas situações de ensino, o professor surgira estratégias nas quais conceitos combinatórios, presentes no imaginário dos estudantes, sejam relacionados aos conceitos escolares.

5 Delineamento metodológico

Esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa, na qual ocorre um processo completo de constituição, pois a investigação não se limita apenas aos dados, mas também ao percurso. A pesquisa qualitativa é descrita como “interpretativa, dialógica e interativa” (Lazzarin, 2017, p. 34), enfatizando a relação entre o pesquisador, o grupo e os indivíduos pesquisados. O estudo ainda é caracterizado como pesquisa-ação, que, no contexto educacional, é uma estratégia utilizada por professores e pesquisadores, permitindo-lhes usar suas pesquisas para aprimorar o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem dos estudantes (Tripp, 2005).

Inicialmente, para investigar o ensino de Combinatória no ensino fundamental, foram conduzidas entrevistas individuais semiestruturadas (Minayo, 2016). Essa escolha metodológica se justifica pelo caráter implícito que o objeto de pesquisa possui, o qual exige uma investigação aprofundada e flexível que permita explorar diferentes perspectivas e compreender as nuances presentes no ensino desse tema.

Essa etapa possibilitou a caracterização do perfil das participantes da pesquisa, em que se obteve informações sobre sua formação e experiências relacionadas à Matemática, focando na Combinatória. Em seguida, foi conduzido um processo formativo, baseado na abordagem proposta por Vergnaud (1986), em três encontros: o primeiro, objeto central desse artigo, investigou o Conhecimento Especializado do Conteúdo das professoras, em situações combinatórias; o segundo explorou representações simbólicas e procedimentos de resolução; e o terceiro discutiu a abordagem da Combinatória em sala de aula e possíveis (re) significações nos conhecimentos das participantes.

Diante disso, considerando os dados e a análise do primeiro encontro do processo formativo, cabe destacar que foi entregue a cada participante os materiais manipuláveis (fichas) e o protocolo dos problemas a serem utilizados. Também ressaltamos que, tanto as entrevistas quanto os encontros do processo formativo, foram

conduzidos por meio da plataforma Google Meet, de forma síncrona, em formato de videoconferência gravada. A escolha desses instrumentos está diretamente relacionada à natureza da pesquisa, pois, como apontam Marconi e Lakatos (2003), os métodos e técnicas devem se adequar ao problema em estudo, às hipóteses levantadas e ao tipo de informantes envolvidos.

Durante o primeiro encontro, as participantes resolveram problemas combinatórios, adaptados da pesquisa de Gadelha (2020), abrangendo arranjo, combinação, permutação e produto de medidas. Elas utilizaram fichas com figuras que representavam os diferentes elementos dos problemas a serem resolvidos. Após a resolução, compartilharam as imagens contendo suas soluções na tela do Google Meet e discutiram junto com a pesquisadora.

No final, preencheram um protocolo relacionado aos problemas que abordavam aspectos sobre a escolha dos elementos, à utilização de todos os elementos do conjunto e à geração de novas possibilidades pela ordem dos elementos. Esse protocolo teve como objetivo sistematizar o que foi trabalhado ao longo do encontro formativo.

6 O que as professoras sabem e podem aprender sobre combinatória?

Como mencionado anteriormente, o estudo contou com a participação de seis professoras¹⁰ que ensinam Matemática nos 4º e/ou 5º anos do ensino fundamental. Para a realização das atividades do processo formativo, as participantes foram organizadas em duplas, nomeadas como G1, G2 e G3.

Vale destacar que, para esse encontro, foram abordadas quatro situações combinatórias – arranjo, combinação, permutação e produto de medidas – e seus invariantes – escolha, ordenação e esgotamento de possibilidades – com cada uma das três duplas, G1 (P1 e P6), G2 (P3 e P5) e G3 (P2 e P4). Durante a resolução

10 Nomeadas no estudo de P1, P2, P3, P4, P5 e P6.

das situações, a pesquisadora não interferiu e as duplas utilizaram materiais manipuláveis (fichas).

O problema de arranjo apresentado foi o seguinte: Há quatro alunos (César, Maria, Bete e Luan) concorrendo ao cargo de representante e vice-representante. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos um representante e um vice-representante?

Esse problema envolve dois invariantes: o primeiro é a escolha de elementos de um conjunto maior de quatro alunos para formar subconjuntos de dois (representante e vice-representante); e o segundo é a ordenação dos elementos, pois a posição dos alunos nos subconjuntos gera diferentes possibilidades. As respostas das duplas foram organizadas no Quadro 2:

Quadro 2 - Resposta dada pelas duplas G1, G2 e G3 para a situação de arranjo

G1 (P1 + P6)	G2 (P3 + P5)	G3 (P2 +P4)
Bete + Maria		
Maria + Bete		
César + Luan		César + Maria
Luan + César	Maria + Bete	César + Bete
Bete + Luan	César + Maria	Luan + Bete
Luan + Bete	Bete + Luan	Luan + Maria
César + Bete	Luan + Bete	Bete + Maria
Bete + César	Maria + César	Maria +Bete
Maria + Luan	Bete + Maria	César + Luan
Luan + Maria		Luan + César
César + Maria		
Maria + César		

Fonte: Elaborado pela autora.

As duplas adotaram abordagens diferentes na resolução dos problemas. G1 reconheceu que todos os elementos do conjunto maior (alunos) devem ser utilizados para formar subconjuntos de dois, considerando a ordem desses elementos; então, explorou todas as possibilidades disponíveis, esgotando as combinações. Por outro lado, as duplas G2 e G3 fizeram escolhas apropriadas dos

elementos, mas não exploraram todas as combinações possíveis. A partir disso, percebe-se que todas as duplas demonstraram compreender a importância dos invariantes de escolha e ordem, inclusive G2 e G3 que não exploraram todas as possibilidades. Durante as discussões, surgiram alguns questionamentos:

Não é assim, você está escolhendo os quatro alunos para formar uma possibilidade, mas não... a questão está pedindo só dois deles para formar as possibilidades, entendeu? (informação verbal)¹¹.

Se escolher César e Maria é a mesma coisa de Maria e César? (informação verbal)¹².

Acho que tem mais possibilidades, não acha? (informação verbal)¹³.

P2: Maria e Bete e... Bete e Maria são combinações diferentes sim. Você concorda comigo? (informação verbal)¹⁴.

Tais questionamentos favoreceram reflexões sobre os invariantes de escolha e ordem e, também, o esgotamento de possibilidades. Dessa forma, o exposto apresenta indícios do entendimento do Conhecimento Especializado do Conteúdo.

Com isso, após a resolução do problema, a pesquisadora questionou as duplas G2 e G3 quanto aos invariantes de ordem e ao esgotamento de possibilidades: “De quantas maneiras diferentes pode ser escolhido um representante e um vice-representante? Por quê?”, “Todos os elementos do conjunto alunos serão utilizados?”, “A ordem da colocação dos cargos gera novas possibilidades? Por quê?”, “Escolher os alunos César e Bete é a mesma coisa que escolher os alunos Bete e César? Isso gera novas possibilidades?” - Tais questionamentos possibilitaram reflexões que as fizeram

11 Fala da participante P5, no primeiro encontro do processo formativo, dia 4 de outubro de 2022.

12 Fala da participante P3, no primeiro encontro do processo formativo, dia 4 de outubro de 2022.

13 Fala da participante P6, no primeiro encontro do processo formativo, dia 3 de outubro de 2022.

14 Fala da participante P2, no primeiro encontro do processo formativo, dia 6 de outubro de 2022.

perceber os invariantes do problema de arranjo.

Após a situação de arranjo, foi apresentado o problema de combinação: Na barraca Espaço Drinks, há cinco frutas (acerola, caju, laranja, graviola e maracujá) e os sucos são preparados misturando-se duas das frutas disponíveis. De quantas maneiras diferentes os sucos podem ser preparados com duas frutas?

Nessa situação, o primeiro invariante é a escolha de elementos de um conjunto maior de cinco frutas, para formar subconjuntos de duas frutas. O segundo é a irrelevância da ordem das frutas nos subconjuntos, pois não gera novas possibilidades. As respostas das participantes estão expostas no Quadro 3:

Quadro 3 - Resposta dada pela dupla G1, G2, G3 para a situação de combinação

G1 (P1 + P6)	G2 (P3 + P5)	G3 (P2 +P4)
Maracujá + Graviola	Laranja + Caju	Laranja + Acerola
Maracujá + Laranja	Caju + Laranja	Graviola + Acerola
Maracujá + Acerola	Acerola + Caju	Caju + Acerola
Maracujá + Caju	Caju + Acerola	Maracujá + Acerola
Acerola + Graviola	Graviola + Acerola	Laranja + Maracujá
Acerola + Laranja	Acerola + Graviola	Graviola + Maracujá
Acerola + Maracujá	Maracujá +Acerola	Caju + Maracujá
Acerola + Caju	Acerola + Maracujá	Acerola + Maracujá
Graviola + Maracujá	Laranja + Acerola	Laranja + Caju
Graviola + Laranja	Acerola + Laranja	Graviola + caju
Graviola + Acerola	Graviola + Maracujá	Acerola + Caju
Graviola + Caju	Maracujá + Acerola	Maracujá + Caju
Caju + Graviola	Maracujá + Laranja	Acerola + Laranja
Caju+ Laranja	Laranja + Maracujá	Graviola + Laranja
Caju+ Maracujá	Caju + Graviola	Caju + Laranja
Caju + Caju	Graviola + Caju	Maracujá + Laranja
Laranja + Graviola	Caju + Laranja	Laranja + Graviola
Laranja + Maracujá	Laranja + Caju	Acerola + Graviola
Laranja + Acerola	Graviola + Laranja	Caju + Graviola
Laranja + Caju	Laranja + Graviola	Maracujá + Graviola

Fonte: Elaborado pela autora.

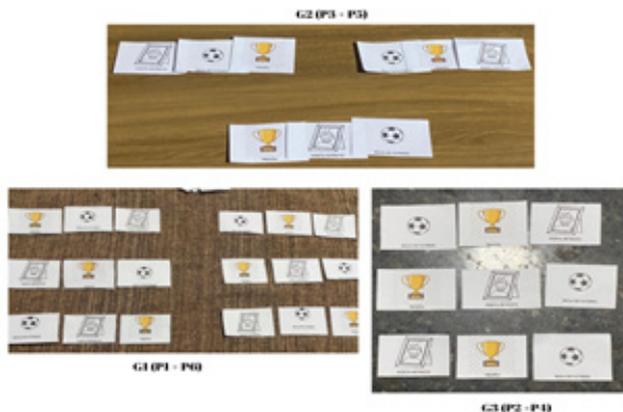
Os dados indicam que todas as duplas entenderam a seleção de elementos apresentados no problema, mas tiveram dificuldades com a ordem, resultando em muitas combinações. No entanto, ao agruparem os elementos e permitirem repetições, as duplas foram possivelmente influenciadas pela resolução anterior da situação de arranjo, levando-as a acreditar, erroneamente, que era necessário escolher novamente as mesmas duas frutas.

Durante a discussão das respostas, visando à reflexão sobre os invariantes do problema ordem e esgotamento, a pesquisadora fez alguns questionamentos, como: “a ordem dos sabores das frutas da barraca poderá escolher gera novas possibilidades? Por quê?”, “Escolher acerola e laranja é a mesma coisa que escolher laranja e acerola?”. As perguntas proporcionaram reflexões, de modo que as duplas puderam perceber os invariantes do problema de combinação.

O terceiro problema apresentado foi o de permutação: Na prateleira da casa de Edson, estão três objetos (uma bola de futebol, um troféu e um porta-retratos). De quantas maneiras diferentes ele pode colocar os três objetos lado a lado na prateleira?

Nessa situação, o primeiro invariante é a escolha de elementos de um conjunto maior (bola de futebol, troféu e porta-retratos) para formar subconjuntos, todos os elementos do conjunto são utilizados. O segundo invariante é a ordenação dos elementos, visto que a mudança da ordem gera novas possibilidades. As respostas dos grupos estão presentes na Figura 1:

Figura 1 - Resposta dada pelas duplas para a situação de permutação



Fonte: Elaborado pela autora a partir das fotografias tiradas pelas participantes (2023).

Ao resolver o problema de permutação, as duplas demonstraram compreensão quanto à necessidade de uso de todos os elementos do conjunto maior para formar subconjuntos e a importância da escolha e da ordem dos elementos. No entanto, G2 e G3 apresentaram dúvidas para determinar todas as possibilidades. Durante as discussões em grupo, houve interação entre as duplas:

Será que a ordem aqui muda? Porque vê, se a gente escolhe porta-retratos, troféu e bola se mudarmos a ordem, mudas posições, né? Aí já é outra possibilidade eu acho (informação verbal)¹⁵.

Eu estava juntando de dois em dois, como bola e troféu, porta-retratos e bola..., mas vi que você está juntando os três objetos para fazer uma possibilidade, né? faz sentido, porque o problema pede que formem as possibilidades utilizando os três (informação verbal)¹⁶.

Aqui, nesse problema, eu uso todos os objetos para formar uma das possibilidades, né? como, por exemplo, bola de futebol,

15 Fala da participante P1, no primeiro encontro do processo formativo, dia 3 de outubro de 2022.

16 Fala da participante P2, no primeiro encontro do processo formativo, dia 6 de outubro de 2022.

troféu e porta-retrato (informação verbal)¹⁷.

E se a gente mudar as posições será que teremos mais possibilidades diferentes? (informação verbal)¹⁸.

As indagações as levaram a refletir sobre os invariantes de escolha e ordem do problema. Em seguida, com o objetivo de estimular a reflexão de G2 e G3 sobre os invariantes – escolha, ordem e esgotamento –, a pesquisadora perguntou: “quantos conjuntos existem neste problema? Qual (is)?”, “Todos os elementos do conjunto alunos serão utilizados?”, “A ordem da colocação dos objetivos gera novas possibilidades? Por quê?”, “Escolher, nesta ordem – bola, troféu e porta-retratos – é a mesma coisa que escolher porta-retratos, troféu e bola?”. Desse modo, tais questionamentos causaram reflexões sobre os invariantes do problema de permutação.

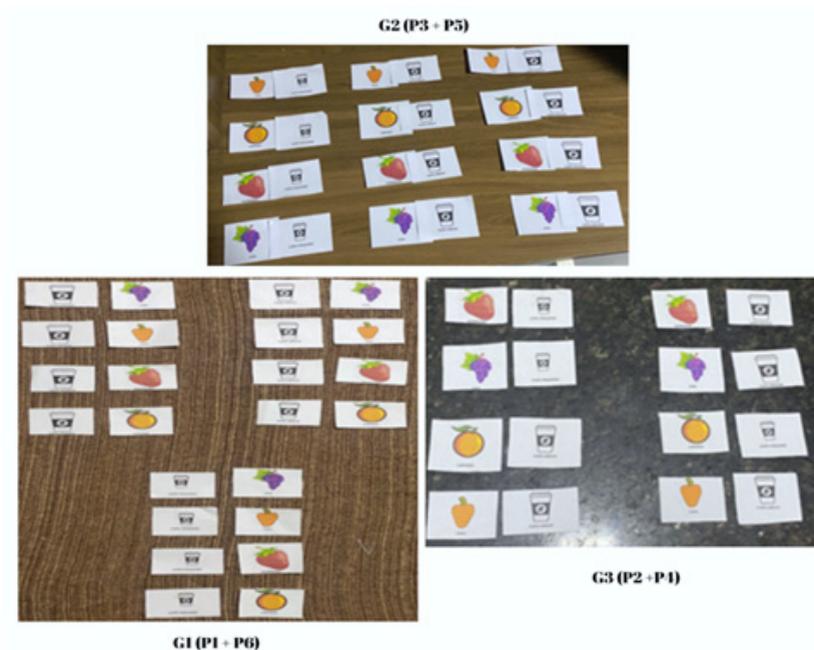
O quarto e último problema apresentado foi voltado ao produto de medidas: Na lanchonete Oba-oba, há quatro sabores de suco (caju, laranja, morango e uva), os quais podem ser servidos em copos de três tamanhos (pequeno, médio e grande). De quantas maneiras diferentes pode-se tomar um suco de cada sabor em um tamanho diferente de copo?

Nessa situação de produto de medidas, o primeiro invariante é a escolha de um elemento de cada conjunto diferente, sabores de sucos e tamanhos dos copos. O segundo invariante é a ordem dos elementos, que não gera novas possibilidades. As respectivas respostas estão na Figura 2:

17 Fala da participante P4, no primeiro encontro do processo formativo, dia 6 de outubro de 2022.

18 Fala da participante P5, no primeiro encontro do processo formativo, dia 4 de outubro de 2022.

Figura 2 - Resposta dada pela dupla G1, G2, G3 para a situação de produto de medidas



Fonte: Elaborado pela autora a partir das fotografias tiradas pelas participantes.

Durante a resolução do problema, as duplas demonstraram compreensão quanto à necessidade de escolha. No que se refere à ordem dos elementos, G1 e G2 demonstraram perceber a irrelevância da ordem, esgotando, assim, todas as possibilidades. Porém, G3 repetiu as possibilidades, como as duas últimas (caju e copo grande) e não esgotou todas elas.

De maneira geral, as duplas evidenciaram que entenderam os invariantes de escolha e ordem, gerando diferentes combinações sem repetição. Após a resolução, foram feitos alguns questionamentos à G3: “os conjuntos de sabores de sucos e de tamanhos de copos, ao serem combinados, podem construir um novo conjunto? Quais seriam as possibilidades?”, “A ordem dos sabores dos sucos e de tamanhos dos copos gera novas possibilidades de combinação? Por quê?”. Desse modo, os membros do grupo refletiram sobre a

escolha, a ordem e a determinação de todas as possibilidades.

7 Os invariantes das situações combinatórias

Ao final do primeiro encontro do processo formativo, as duplas preencheram um protocolo com as particularidades de cada situação combinatória que responderam, incluindo os invariantes existentes. O Quadro 4 é o que foi apresentado às duplas, com suas respectivas respostas indicadas em vermelho.

Quadro 4 - Protocolo das situações preenchido pelas duplas G1, G2 e G3

Problema 1 Escolha dos Elementos <input type="checkbox"/> de um conjunto único; G1, G2 e G3 <input type="checkbox"/> De dois ou mais conjuntos distintos	Problema 2 Escola dos Elementos <input type="checkbox"/> de um conjunto único; G1, G2 e G3 <input type="checkbox"/> De dois ou mais conjuntos distintos	Problema 3 Escola dos Elementos <input type="checkbox"/> de um conjunto único; G1; G2 e G3 <input type="checkbox"/> De dois ou mais conjuntos distintos	Problema 4 Escola dos Elementos <input type="checkbox"/> de um conjunto único <input type="checkbox"/> De dois ou mais conjuntos distintos; G1; G2 e G3
Os elementos dos conjuntos: <input type="checkbox"/> todos são utilizados; <input type="checkbox"/> alguns são utilizados; G1, G2 e G3	Os elementos dos conjuntos: <input type="checkbox"/> todos são utilizados; <input type="checkbox"/> alguns são utilizados; G1; G2 e G3	Os elementos dos conjuntos: <input type="checkbox"/> todos são utilizados; G1; G2 e G3 <input type="checkbox"/> alguns são utilizados;	Os elementos dos conjuntos: <input type="checkbox"/> todos são utilizados; <input type="checkbox"/> alguns são utilizados; G1; G2 e G3
A ordem dos elementos: <input type="checkbox"/> Gera novas possibilidades; G1 <input type="checkbox"/> Não gera novas possibilidades; G2; G3	A ordem dos elementos: <input type="checkbox"/> Gera novas possibilidades; G2 e G3 <input type="checkbox"/> Não gera novas possibilidades; G1	A ordem dos elementos: <input type="checkbox"/> Gera novas possibilidades; G1; G2 e G3 <input type="checkbox"/> Não gera novas possibilidades.	A ordem dos elementos: <input type="checkbox"/> Gera novas possibilidades <input type="checkbox"/> Não gera novas possibilidades; G1; G2 e G3

Fonte: Elaborado pela autora.

No protocolo, a dupla G1 demonstrou compreensão dos invariantes de escolha e ordem, no que se trata dos problemas propostos. As duplas G2 e G3 também compreenderam o invariante de escolha nas situações de arranjo, combinação, permutação e produto de medidas, no entanto, em relação à ordem, elas apresentaram equívocos nas situações de arranjo e combinação – problemas 1 e 2.

De modo geral, os questionamentos feitos, durante a discussão de cada problema combinatório, contribuíram para que as duplas mobilizassem o Conhecimento Especializado do Conteúdo e refletissem sobre as características dos problemas combinatórios. Sendo assim, apesar de as duplas G2 e G3 terem trocado os invariantes de ordem nas situações de arranjo e combinação, elas puderam aprimorar sua compreensão. Portanto, entende-se que a abordagem reflete a importância de se trabalhar com diferentes situações e suas propriedades para aprimorar a compreensão conceitual, conforme defendido por Vergnaud (1986).

8 Considerações finais

A pesquisa revelou que, no primeiro encontro do processo formativo, as professoras tiveram a oportunidade de refletir e apresentar indícios de desenvolvimento do Conhecimento Especializado do Conteúdo de situações combinatórias, compreender suas características e, conseqüentemente, explorar as possibilidades.

O invariante da escolha foi mais bem compreendido pelas participantes, porém houve dificuldades em compreender o invariante da ordenação, principalmente por parte das duplas G2 e G3 nos problemas de arranjo e combinação. No entanto, os questionamentos realizados, durante a resolução das situações combinatórias, proporcionaram às duplas reflexões sobre os invariantes dos problemas. Diante disso, a utilização das fichas foi uma estratégia que as auxiliou a compreender os invariantes existentes em cada tipo de situação combinatória. Com isso,

promoveu-se uma compreensão evidente e visual das características das diferentes situações.

Por fim, vale destacar que os resultados indicam a importância de processos formativos em Combinatória, uma vez que possibilitam o desenvolvimento do Conhecimento Especializado do Conteúdo dos professores para que isso se reflita no trabalho em sala de aula (Pessoa; Borba, 2010). Portanto, espera-se que esse estudo possa estimular reflexões mais amplas sobre o ensino da Combinatória, incentivando práticas pedagógicas que promovam o ensino de forma significativa e a aprendizagem com compreensão.

Referências

ABRUCIO, F. L. **Formação de professores no Brasil:** diagnóstico, agenda de políticas e estratégias para a mudança. São Paulo: Moderna, 2016.

ASSIS, A. M. R. B. **Conhecimentos de Combinatória e seu ensino em um processo de formação continuada:** reflexões e prática de uma professora. 2014. 173 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. **Journal of Teacher Education**, [s. l.], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BORBA, R. E. de S. R. Antes cedo do que tarde: o aprendizado da Combinatória no início da escolarização. *In*: ENCONTRO DE COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE DOS ANOS INICIAIS, 7., 2016, Recife. **Anais [...]**. Recife: Encepai, 2016.

BORGES, M. C; AQUINO, O. F; PUENTES, R. V. Formação de professores no Brasil: história, política e perspectivas. **Revista on-line de História, Sociedade e Educação do Brasil**, Campinas, n. 42, p. 94-112, jun. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. Resolução CNE/CP nº 1, de 15 de maio de 2006. Institui diretrizes curriculares nacionais para o curso de graduação em Pedagogia, licenciatura. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, 16 maio 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

CARVALHO, A. M. P. de; GIL-PÉREZ, D. **Formação de Professores de Ciências**: Tendências e Inovações. São Paulo: Cortez, 2011.

CASTRO, J. B. de; CASTRO FILHO, J. A. de; BARRETO, M. C. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: CASTRO FILHO, J. A. de; SANTANA, E. R. dos S.; LAUTERT, S. L. (org.). **Ensinando multiplicação e divisão do 6º ao 9º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017.

GADELHA, G. L. M. **Combinatória**: conhecimentos e práticas docentes no contexto da formação continuada. 2020. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

LIMA, A. P. B. de. **Princípio Fundamental da Contagem**: conhecimentos de professores de Matemática sobre seu uso na resolução de situações Combinatórias. 2015. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

MOREIRA, F. M. B. **Os conhecimentos acerca dos conceitos de análise combinatória de professores que ensinam matemática**: um estudo diagnóstico. 2021. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2021.

PESSOA, C. A. dos. **Quem dança com quem**: o desenvolvimento

do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. 2009. 267 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

PESSOA, C. A. dos; BORBA, R. E. de S. R. O Raciocínio Combinatório do início do Ensino Fundamental ao término do Ensino Médio. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais [...]**. Salvador: UFRB, 2010.

ROCHA, C. de A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios**: diversos olhares, diferentes conhecimentos. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, [s. l.], v. 57, n. 1. feb. 1987.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, [s. l.], n. 1, p. 75-90, 1986.

O LUGAR DO BANCO DE DADOS NO ESTUDO DOS CONCEITOS ESTATÍSTICOS

Adriana Costa Santos da Silva¹

Maria Elizabete Souza Couto²

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana³

1 Introdução

Pensar nos estudos dos conceitos estatísticos envolve diversos saberes que, nem sempre, estão explícitos no final de trabalho e de uma pesquisa, mas que contribuem nas várias formas de organização de dados, indicando enfoques novos, conceitos relevantes sobre um tema e, ainda, suscitam e desenvolvem análises, reflexões, contradições e aprendizagens. Assim, é a construção de um banco de dados que se constitui em um quadro ou planilha, onde são organizadas as informações que o

1 Graduada em Pedagogia, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Professora dos anos iniciais na Rede Municipal de Educação - Ilhéus-Ba. Participante do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC). Email – cssdykka@gmail.com.

2 Graduada em Pedagogia, Mestrado e doutorado em Educação. Professora na Universidade Estadual de Santa Cruz, tem experiência na área de Educação, com ênfase em formação de professores, aprendizagem da docência e alfabetização. Participante do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC). Email – melizabetesc@gmail.com

3 Graduada em Ciências com habilitação em Matemática (FESP), Mestrado em Matemática Pura (UFBA), Doutorado em Educação Matemática (PUC/SP) e Pós-doutorado em Didática da Matemática (UL/Lisboa). Professora Plena do DCEX/PPGECM da UESC e Professora Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG ECFP) da UESB. Líder do GPEMEC. E-mail: eurivalda@uesc.br

investigador planejou no instrumento de pesquisa, podendo ser o nome, sexo, idade e questionamentos que respondam o problema de investigação.

Contudo, o banco de dados, ainda, é pouco discutido nos estudos estatísticos, porém, é uma maneira de armazenar informações necessárias para chegar ao resultado de uma pesquisa. Pode-se até arriscar a dizer que o banco de dados é uma das etapas mais importantes, pois uma coleta mal planejada e mal organizada poderá comprometer dias, meses e até mesmo anos de trabalho de um pesquisador.

Várias áreas do conhecimento, recorrem à organização de um banco de dados para a sistematização de seus dados. Assim, um banco de dados pode ser elaborado em arquivo de computador, como, por exemplo, no Excel, mas também com o papel e lápis. Esta é a forma mais convencional de organizar dados e os transformar em informações sobre determinado objeto de estudo ou tema, em uma pesquisa, mas também os dados de compra, venda e estoque de uma empresa, loja, indústria etc. Na escola, um banco de dados pode auxiliar na organização das notas dos estudantes por ano escolar, componente curricular, idade, sexo etc.

Assim, durante o desenvolvimento de uma pesquisa que tinha como objeto de estudo os conceitos estatísticos, com a seleção dos conceitos que seriam estudados, em sala de aula, e com a realização de uma pesquisa com os alunos, foram movidas algumas inquietações: o que será feito com esses dados? Como estudar gráficos e tabelas com os alunos com esses dados? “Como” organizá-los? “Por que” e “para que” organizá-los? Como será feita a leitura desses dados para responder à questão de investigação? Nesse momento, emergiu a necessidade de realizar um estudo, com os professores, sobre a elaboração de um banco de dados como planilha que apresentam esses dados.

Nesse sentido, este capítulo tem como objetivo analisar o lugar do banco de dados na organização de dados para o estudo de conceitos estatísticos. Ele está organizado em quatro seções: na

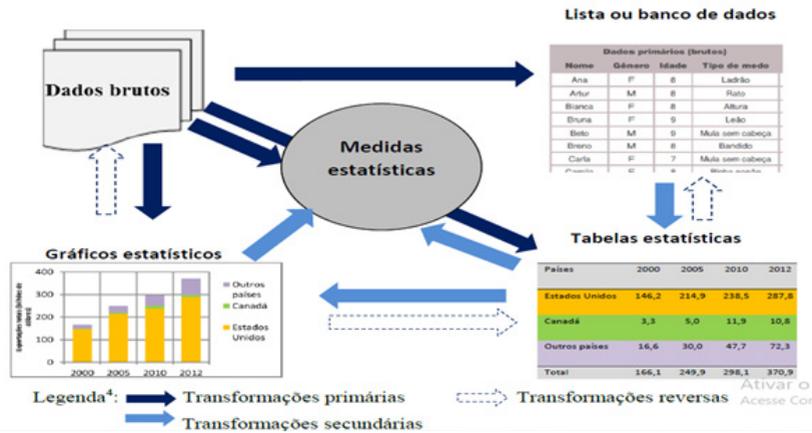
primeira, uma discussão sobre banco dados e sua importância na organização e sistematização de dados; na segunda, a metodologia; na terceira, o processo formativo; e a quarta traz a análise e discussão da construção de um banco de dados em sala de aula para estudo de conceitos estatísticos. Por fim, as considerações enfatizam que o banco de dados é caracterizado como um espaço de informação que é transformado em contextos estatísticos amplos e detalhados que possibilitem reflexões críticas para a formação cidadã e apresenta novas possibilidades de comunicação e socialização sobre os dados de uma pesquisa ou tema em estudo.

2 O banco de dados e a organização de dados

De acordo com Elmasri e Navathe (2005, p. 2) “os bancos de dados se tornaram componentes essenciais no cotidiano da sociedade”, nos momentos que utilizamos o serviço de um banco, farmácia, supermercado, lojas, compras *online* e que nossos dados ficam armazenados. Por isso, às vezes, recebemos aqueles anúncios e ficamos a pensar: - como essa empresa descobriu os meus dados? Situação que nos deixa, muitas vezes, intrigados.

A Figura 1 ilustra como em uma pesquisa os dados brutos são armazenados e transformados em informações, com as respostas que podem ser geradas a partir de questionários, observações e entrevistas e apresenta três tipos de transformações: primária, secundária e reversa. A transformação primária acontece com os dados brutos para uma lista, tabelas, um gráfico e medidas estatísticas (moda, média e mediana). A transformação secundária com o traslado da tabela para gráfico, da tabela para medidas e do gráfico para medidas. A transformação reversa com a construção de uma tabela a partir dos dados presentes no gráfico e da tabela para os dados brutos. Esta nem sempre é possível, visto que no processo de resumir os dados em poucos valores é possível perder os dados originais (Silva Junior, 2018; Santana; Cazorla, 2020; Cazorla; Henriques; Santana, 2021).

Figura 1 – Transformações de representação de dados estatísticos



Fonte: Elaborado por Silva Júnior (2018, p. 27).

Assim, o banco de dados não apresenta apenas um conjunto de informações estáticas para consultas, é possível movimentar o dado, sem necessariamente precisar de uma ordem rígida: banco de dados, tabela e depois gráficos. Com isso, Silva Junior (2018, p. 28) considera que “se quisermos que os estudantes compreendam a utilidade da Estatística, precisamos que eles compreendam o processo de geração de dados, a problemática que geraram, numa postura investigativa”.

Dessa forma, um estudo desenvolvido com um processo investigativo oportuniza ao leitor e ao estudante a participação ativa na construção do seu conhecimento, percebendo o sentido do dado coletado, sabendo que “a organização dos dados em uma lista, planilha ou em um banco de dados facilita o processo de análise, pois todos os dados ficam disponíveis, permitindo ter uma visão geral dos dados, sem a necessidade de consultar instrumentos” (Silva Junior, 2018, p.48).

No processo investigativo, é oportunizada ao estudante a participação ativa na construção do seu conhecimento, percebendo o sentido do dado coletado, sabendo que “a organização dos dados em uma lista, planilha ou em um banco de dados facilita o processo

de análise, pois todos os dados ficam disponíveis, permitindo ter uma visão geral dos dados, sem a necessidade de consultar instrumentos” (Silva Junior, 2018, p. 48).

Com o avanço e o suporte de programas computacionais, desde a década de 1990, já temos várias possibilidades para organizar os dados, além do convencional papel e lápis. Com as Tecnologias da Informação e Comunicação,

[...] utiliza-se de um Sistema Gerenciador de Banco de Dados (SGBD), que é um tipo de *software* necessário para gerenciar e usar o banco de dados. Como exemplo desse tipo de SGBD, cita-se o SQL Server e Oracle, que são produtos de *Relational Database Management Systems* (RDMS), que suportam um banco de dados relacional. [...]. Além disso, muitos *softwares* estatísticos, tais como o SPSS (*Statistical Package for the Social Science*), utilizam-se dessa plataforma para o desenvolvimento de suas rotinas (procedimentos) (Rohrs, 2016, p. 46).

Assim, os diversos programas e *softwares* indicam uma outra formação de produção de conhecimento que suscita nova forma de organização do trabalho, do estudo, da pesquisa, sendo necessário:

- a imprescindível especialização dos saberes, dando lugar à figura do especialista;
- a colaboração transdisciplinar e interdisciplinar;
- o fácil acesso à informação (arquivos, banco de dados, etc.);
- considerar o conhecimento como um valor precioso, quantificável em termos de obtenção, de custo, de utilidade, de produtividade e de transação na vida econômica, etc. (Ligouri, 1997, p. 83, grifo nosso).

Com esse acesso à informação e organização, os dados, em geral, são considerados brutos, precisam passar por um processo de análise para gerar informações, passando por diversas etapas até a socialização de resultados, explicação dos novos conhecimentos etc. Essas etapas fazem parte da leitura, releitura, limpeza, reorganização e interpretação dos dados e, se preciso, uma retomada aos dados brutos para rever a junção dos dados em um único banco de dados (Pinto, 2006).

Em alguns casos, é possível que cada pesquisador construa, ou já construiu, com o mesmo material o seu banco de dados, incorporando as informações que acredita serem necessárias para responder às suas perguntas. Nesse momento, a subjetividade do tema e do pesquisador entram em cena para representação dos dados. No caso da nossa pesquisa, inicialmente, cada professor organizou o banco de dados a partir dos seus conhecimentos e ideias.

Várias áreas do conhecimento recorrem à organização de um banco de dados para a sistematização dos dados. Assim, esse banco pode ser elaborado em um arquivo de computador, como o exemplo do Excel, mas também com o papel e lápis. Esta é a forma mais convencional de organizar dados e os transformar em informações sobre determinado objeto de estudo ou tema em uma pesquisa, mas também os dados de compra, venda e estoque de uma empresa, loja, indústria. Na escola, pode auxiliar na organização das notas dos estudantes por ano escolar, componente curricular, idade, sexo etc. Essas várias possibilidades sugerem um modelo para armazenar dados, quer seja das notas e demais informações sobre os alunos, quer seja de compra, venda, investimento e faturamento de uma empresa, quer seja com os dados de uma pesquisa, como forma de registro dos dados necessários para o estudo, pesquisa ou comércio, dentre outros.

Assim, um “banco de dados é um conjunto de dados registrados em uma planilha, em forma de matriz, com “n” linhas, correspondentes aos casos em estudo e “p” colunas, correspondentes às variáveis em estudo ou itens de um questionário” (Mundstock *et al.*, 2006, p. 4). O banco de dados permite, caso seja necessário, retomar os dados para releitura e reinterpretação. Para compreender sua dimensão e a sua importância, Rohrs (2016) recorre aos trabalhos de Date (2003), que o considera como um:

[...] equivalente eletrônico de um armário de arquivamento, ou seja, um recipiente para uma coleção de arquivos de dados computadorizados de armazenamento de registros. Os registros de um arquivo desse tipo são chamados linhas,

e as colunas podem ser vistas como os campos desses registros (Rohrs, 2016, p. 45).

O registro desses dados em um arquivo, eles precisam passar por um processo de análise para gerar informações, passando por diversas etapas até estarem prontos para serem utilizados na socialização de resultados, explicação dos novos conhecimentos etc. Fazem parte dessas etapas a leitura, releitura, limpeza, reorganização e interpretação dos dados e, se preciso for, uma retomada aos dados brutos para rever a junção dos dados em um único banco (Pinto, 2006).

3 Metodologia

Este trabalho é parte de pesquisa mais ampla, intitulada “Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática e o Ensino de Estatística no Ensino Fundamental⁴”, financiada da Fundação Lemann e *Teachers College*, Universidade de Columbia, em Nova York, Estados Unidos (EUA) e visa compreender como uma intervenção formativa colabora com o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática do Ensino Fundamental (seus conhecimentos e ensino de Estatística) e o conhecimento de seus estudantes sobre conceitos estatísticos.

Esta é uma pesquisa de abordagem qualitativa, tendo a escola como ambiente natural para sua realização e o pesquisador tem contato direto com esse ambiente e com a situação que está sendo investigada (Lüdke; André, 1986). Foi realizada no momento de pandemia do novo Coronavírus (Covid-19), em uma Escola Municipal de Ilhéus-Ba, situada no bairro da periferia da cidade, atendendo a 426 estudantes do 1º ao 5º dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os participantes foram seis professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A realização da coleta de dados aconteceu durante

4 O projeto de pesquisa foi aprovado pelo Conselho de Ética em Pesquisa (CEP/UDESC) com o número do parecer 3.813.638.

a intervenção formativa desenvolvida pela Rede Educação Matemática – Nordeste (REM-NE), de forma não presencial, durante o período letivo de 2021, em três momentos distintos, os quais foram intitulados: i) Grande Grupo (GG) - todas as escolas parceiras da REM-NE participaram do encontro formativo; ii) Pequeno Grupo 1 (PG) - participação da direção, coordenação, orientação e professores da e na escola; e iii) Pequeno Grupo 2 (PG) com a participação dos professores do 3º ano. O material empírico utilizado foi constituído pelos bancos de dados elaborados pelos professores.

4 O processo formativo

O processo formativo tinha como objetivo estudar os conceitos estatísticos, considerando as indicações da BNCC (2018). Contudo, para a realização do estudo com os professores, a intervenção formativa fundamentou-se no modelo da Espiral RePaRe (Reflexão - Planejamento - Ação – Reflexão) (Magina *et al.*, 2018), durante o planejamento e o desenvolvimento de sequências de ensino fundamentada no ciclo investigativo do PPDAC (Wild; Pfannkuch, 1999).

A espiral RePaRe tem como base quatro ações que se fazem presentes na pesquisa e na docência: a Reflexão é o momento de pensar o que os estudantes sabem sobre o conteúdo estudado e em que precisam avançar. Na Ação, há o desenvolvimento de uma atividade diagnóstica, visando conhecer o que os estudantes sabem sobre os conceitos a serem abordados durante as ações em sala de aula. Nesse sentido, Moll (2002), baseando-se nas ideias de Vygotski, infere que os estudantes, quando chegam à escola, já trazem saberes que fazem parte do seu nível de desenvolvimento real. Esse é o conhecimento que eles têm quando um novo conteúdo é apresentado. A seguir, com a mobilização de saberes e a articulação, e quando eles passam a agregar as novas aprendizagens às anteriores, alcançam o nível de desenvolvimento potencial.

Com essa reflexão e a análise da atividade diagnóstica,

chega o momento do Planejamento para a elaboração da sequência de ensino como uma atividade para estudo dos conceitos selecionados. E, por fim, retorna à Reflexão como momento em que o professor vai compartilhar com os formadores e colegas como foi o desenvolvimento da sequência. Como os estudantes resolveram as atividades? Quais foram os esquemas construídos para resolver as atividades? Como demonstraram o que sabem? Etc. É um momento em que o professor também reflete a sua prática. Como foi a mediação? Quais as ações realizadas para o estudante compreender a atividade ou estudo proposto? Depois da reflexão, é o momento para replanejar outras atividades e o professor, mais uma vez, acompanha os esquemas e as aprendizagens construídas pelos alunos, tendo como base as reflexões obtidas no grupo com os outros professores e formadores (Magina *et al.*, 2018).

O PPDAC é uma metodologia investigativa que deve ser cuidadosamente planejada e realizada com a finalidade de garantir o êxito na construção e, conseqüentemente, no ensino, considerando as quatro dimensões: investigativa, desenvolvimento do pensamento, interrogativa e disposições. Assim, o PPDAC pode ser pensado como um ciclo investigativo que:

[...] é estabelecido para atingir cada objetivo de aprendizagem. O conhecimento adquirido e as necessidades identificadas dentro de um ciclo podem dar origem a outros ciclos de investigação. As conclusões das investigações alimentam uma base de conhecimento de contexto expandida que pode então informar quaisquer ações (Wild; Pfannkuch, 1999, p. 225, tradução nossa).

A primeira fase é o Problema (P), quando ocorre a escolha da problemática, a definição do tema, o estudo do contexto e a elaboração do problema de investigação. A partir da escolha do tema, são necessários momentos de estudo para compreendê-lo no contexto daquela comunidade para, em seguida, escrever o problema de investigação (Wild; Pfannkuch, 1999; Santana; Cazorla, 2020; Couto *et al.*, 2021).

Na segunda fase - Planejamento (P) –, o professor realiza o

planejamento com os estudantes, pensa, reflete e escolhe as estratégias para a realização da investigação, assim como discute com os alunos sobre: a escolha e elaboração do instrumento de coleta de dados da pesquisa que poderá ser: formulário para observação, questionário ou entrevista; onde será realizada a pesquisa (local); com quem será feita a pesquisa, isto é, quem irá responder ao questionário ou à entrevista; quantas pessoas responderão ao questionário ou à entrevista; quanto tempo levarão para realizar a investigação.

Com o instrumento de coleta elaborado, começa a terceira fase, que é chamada de Dados (D) e consiste em ir a campo para coletar os dados necessários para compreender e responder ao problema de pesquisa. Os estudantes mobilizam-se para coletar os dados.

A quarta fase - Análise (A) - é destinada à organização dos dados, ao estudo dos conceitos estatísticos selecionados, a organização dos dados em um banco de dados para construção das tabelas e gráficos (caso eles sejam os conceitos a serem estudados) com os dados e a reflexão sobre o problema. A partir daí, o professor começa a explicar o objeto de conhecimento (estatístico) que já foi planejado desde o início das atividades, na primeira fase. A riqueza do PPDAC está nessa fase. Um encontro entre o tema selecionado, o estudo do objeto de conhecimento (estatístico) com explicações, discussões, realização de tarefas e questionamentos.

A quinta fase é a Conclusão (C), momento da análise dos dados, dos conceitos estatísticos estudados, considerando o contexto pesquisado para responder à questão de investigação. Nesse momento, acontece a sistematização do tema estudado com os conceitos estatísticos e as reflexões sobre o contexto. Assim, termina esse ciclo, mas podem surgir indagações para começar outros ciclos. Os estudantes respondem à pergunta de investigação a partir do estudo com os dados coletados na investigação e do estudo realizado sobre o conceito estatístico. É também nesse momento que eles olham, refletem e questionam os dados apresentados; questionam qual o significado daquele número (resultado) para ele; refletem como aquele aprendizado poderá contribuir com um

novo olhar para aquela comunidade; quais foram as aprendizagens do conceito estatístico estudado o que, algumas vezes, pode gerar outros problemas para investigação.

Nessa fase, o professor retoma a ação da reflexão para acompanhar e avaliar as aprendizagens dos alunos, verificando como avançaram e replanejar atividades para aqueles que, ainda, não tenham construído os conceitos estudados. É sempre um movimento de ir e vir para favorecer a aprendizagem dos alunos. Portanto, o ciclo investigativo abre um leque de possibilidades para a realização de um trabalho na perspectiva de uma aprendizagem a partir da pesquisa, oferecendo aos estudantes o direito de fala, escuta, crítica, reflexão e escolha.

E, na sala de aula, para que esse trabalho acontecesse, foi escolhido o planejamento de sequência de ensino, considerando-a como “um conjunto de situações elaboradas e dispostas de maneira que sejam abordados conceitos previamente selecionados para serem trabalhados” (Santana, 2010, p. 113). O conjunto de situações é o que dá sentido ao conceito (Santana, 2010), e se refere às “tarefas ou atividades que orientam ou motivam o desenvolvimento de ações pelo indivíduo ao ser confrontado com elas” (Correia *et al.*, 2021, p. 86).

Assim, Cazorla e Utsumi (2010) destacam o seu potencial para desenvolver o espírito científico, ou seja, a capacidade de investigar, analisar, formular questionamentos críticos e tomar decisões. Sendo assim, as sequências de ensino devem ser elaboradas e norteadas por princípios que favoreçam e promovam o desenvolvimento do pensamento estatístico, a participação ativa do estudante, permitindo o reconhecimento da natureza das variáveis e seu tratamento estatístico (Cazorla; Utsumi, 2010).

A sequência de ensino foi planejada pelos professores em duas partes⁵. Na primeira, foi enviado aos estudantes um bloco

5 Considerando as orientações da rede municipal de ensino, a sequência de ensino fazia parte do bloco de atividades que era encaminhado aos alunos e estes tinham o prazo de quinze dias para estudar, responder as atividades e devolver na escola para análise, acompanhamento e avaliação dos professores.

com atividades para trabalhar a contextualização do tema que estava sendo estudado e um questionário para ser respondido e devolvido à escola na data agendada. Com as respostas dos questionários em mãos, foi marcado um encontro formativo para estudo da elaboração do banco de dados. Após a discussão, os professores foram convidados a elaborar os seus próprios bancos de dados, os quais iriam compor a construção das atividades para estudar conceitos estatísticos - Tabelas e Gráficos. Estas atividades foram enviadas aos alunos como a segunda parte da sequência de ensino.

Com essa organização, foram planejadas duas sequências de ensino com a duração de um mês para ser planejada, encaminhada aos alunos para estudo e resolução das atividades e, em seguida, devolvida à escola para avaliação dos professores. E, assim, o processo formativo foi encaminhado, seguindo, também, a dinâmica e organização da escola.

5 Análise e discussão dos dados

A coleta de dados e a organização do banco de dados marca a finalização da 1ª parte da sequência de ensino. O banco de dados foi uma forma de organizar os dados coletados, tornando a visualização das informações mais precisa (Scudeller; Martins, 2003). Foram elaborados seis bancos de dados. Apresentaremos o banco de dados construído por Ine, uma professora do 3º ano (Figura 2).

Figura 2 – Banco de dados elaborado pela professora do 3º ano

MEIO AMBIENTE E SAÚDE

3. QUERIDOS ALUNOS NA ATIVIDADE ANTERIOR VOCÊS RESPONDERAM UM QUESTIONÁRIO FALANDO SOBRE O CUIDADO QUE DEVEMOS TER COM O MEIO AMBIENTE E COM A SAÚDE EM TEMPO DE PANDEMIA. COM AS RESPOSTAS DE VOCÊS, MONTAMOS ESTE BANCO DE DADOS.

1 NOME	2. PARA PROTEGER O MEIO AMBIENTE, NÃO DEVEMOS	3. PARA PRESERVAR O MEIO AMBIENTE, EU PRECISO	4. CUIDADOS COM A SAÚDE EM TEMPOS DE PANDEMIA			
			Lavando as mãos várias vezes	Usando máscara na rua	Mantendo distanciamento social	Evitando aglomeração
Aluno 1						
Aluno 2						
Aluno 3						
Aluno 4	Desmatar a natureza	Economizar energia	X	X	X	X
Aluno 5	Jogar lixo no rio	---	X	X	X	X
Aluno 6	Jogar lixo no chão	Cuidar da natureza	--	X	---	----
Aluno 7						
Aluno 8						
Aluno 9	Maltratar o planeta	Cuidar da terra	X	X	X	X
Aluno 10	Destruir a natureza	Proteger a natureza	X	X	X	X
Aluno 11						
Aluno 12	--	--	X	X	X	X
Aluno 13	Poluir as águas e nem as ruas	Não jogar lixo no chão	X	X	X	X
Aluno 14						
Aluno 15						

Fonte: dados da pesquisa, 2021.

O estudo para organização do banco de dados aconteceu no processo formativo para que os professores organizassem os dados coletados pelos alunos, considerando o conceito estatístico que estava sendo estudado e a questão de pesquisa. Em seguida, os professores, reunidos no PG 2 com o formador, começaram a planejar a sequência de ensino com as atividades que seriam estudadas e resolvidas pelos estudantes, em casa.

Esse planejamento fez parte das atividades da segunda parte da sequência de ensino contemplando a 4ª fase do PPDAC (A – Análise). Esse momento destinado à organização dos dados para

o estudo dos conceitos estatísticos – tabelas e gráficos de colunas/barras. Assim, foi elaborado um banco de dados com base nas respostas dos estudantes sobre o modo como estavam cuidando da própria saúde e do meio ambiente no período de pandemia. Na sua construção, os estudantes foram identificados como Aluno 1, Aluno 2 etc., mantendo o anonimato para preservar a identidade (Cazorla *et al.*; 2017; Santana; Cazorla, 2020).

Após a discussão, os professores foram socializando como organizaram os dados e fomos ajustando conforme o exemplo de banco de dados, com as questões do questionário em colunas com as respostas individuais de cada estudante, em linhas, para identificar as variáveis qualitativas das questões como indicadoras para o planejamento das atividades no estudo do conceito estatístico. Após a construção e organização do material empírico no banco de dados, é possível o estudo e a construção de tabelas e gráficos. Em uma tabela, pode-se armazenar o maior número de informação que tenha coletado sobre aquele objeto de estudo ou tema. Com todo esse material já disponível na tabela, há possibilidade de selecionar tipos de informação e construir vários gráficos. Tal condição não aconteceu com os bancos de dados organizados pelas professoras, no processo formativo.

O banco de dados foi construído com o apoio dos formadores, pois os professores apresentaram dúvidas na organização do material. Foi feito em um quadro no Word, contendo linhas (n) e colunas (p). Nas colunas, estavam as variáveis, aquilo que se desejava saber – como estavam cuidando da saúde em tempos de pandemia –; nas linhas, a identificação dos estudantes e as respostas. Foi possível realizar as transformações primárias dos dados brutos para organização do banco de dados, para tabelas e gráficos. E a transformação secundária, com os dados apresentados na tabela construindo o gráfico de barras/colunas. Esse era o conceito estatístico que estava sendo estudado naquele momento. Nesse exemplo, não foi realizada a transformação reserva, porque a ideia era trabalhar a organização dos dados, bem como considerar o ano escolar (3º ano) e a complexidade desse movimento (Silva Junior,

2018; Santana; Cazorla, 2020; Cazorla; Henriques; Santana, 2021).

Nesse caso, com o ensino remoto, o banco de dados foi organizado por Ine e apresentado aos alunos, na sequência de ensino, com atividades para estudo do tema e conceito estatístico - tabelas e gráficos de barras/colunas. Entretanto, uma outra possibilidade é que o banco de dados, também, seja construído em sala de aula com a participação dos alunos, com a mediação e os questionamentos do professor para que os estudantes comecem a refletir sobre o tema em estudo a partir daqueles dados. Tal ação contribui para que comecem a pensar na condição de transformação dos dados e suas representações, isto é, deixa de ser dado bruto (transformações primárias) para ser identificado em um banco de dados e, em seguida, fazer parte de um estudo – tabelas, gráficos de barras/colunas (transformações secundárias) etc. - com análise e reflexões. Essas transformações aconteceram de duas formas: o banco de dados feito no Word pela professora e a construção de tabelas e gráfico utilizando lápis e papel, pelos alunos (Silva Junior, 2018; Santana; Cazorla, 2020; Cazorla; Henriques; Santana, 2021).

6 Considerações finais

Por fim, percebemos que um banco de dados é uma mostra de saberes que envolvem conceitos matemáticos e estatísticos, sendo um saber imprescindível nas diversas áreas do conhecimento. Nas aulas embasadas no ciclo investigativo do PPDAC, o banco de dados é uma condição para a compreensão das informações sobre um tema, para estudo e análises. Mesmo sendo um valioso recurso didático, nas aulas, às vezes, em sala de aula não são usadas todas as possibilidades que um banco de dados oferece, como a transformação reversa, isto é, após a construção da tabela e do gráfico selecionado para estudo, nem sempre, há o retorno ao banco de dados para ampliar as reflexões sobre o tema e, assim, responder ao problema e socializar os seus resultados. Todavia, é caracterizado como um espaço de informação que é transformado em contextos estatísticos amplos e detalhados, de modo que possibilitem reflexões

críticas para a formação cidadã.

De uma maneira geral, um banco de dados apresenta novas possibilidades de comunicação e socialização de informações sobre o tema em estudo. Assim, o banco de dados configura-se em “um processo de montagem de andaimes na construção do conhecimento” (Mercer; Estepa, 2001, p. 24), isto é, quando as tabelas, gráficos, medidas etc., estão construídas, nem sempre retornamos ao banco de dados para verificar a fonte e veracidade daqueles dados. O banco de dados é uma planilha rica e com informações seguras que, na maioria das vezes, no final do estudo, não aparecem. Todavia, quando o estudo está pronto para a apresentação, o banco de dados como espaço de organização de todos os dados da pesquisa não é divulgado. Por isso, pode ser comparado com os “andaimes” de uma construção civil na construção de novos conhecimentos.

Referências

CAZORLA, I. M.; HENRIQUES, A.; SANTANA, C. V. O papel dos ostensivos na representação de variáveis estatísticas qualitativas. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 34, p. 1243-1263, 2020.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de estatística na educação básica. *In*: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. dos S. (Org.). **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico**. Itabuna: Via Litterarum, 2010. p. 9-18.

CORREIA, D. S.; ALMEIDA, L. C.; DE PAULA, M. C.; COSTA, M. C.S. SILVA, C. S. A.; FILHO-SILVA, D. L. Sequência de ensino a partir do ciclo investigativo. *In*: SANTANA, E. S. R; COUTO, M. E. S.; CORREIA, D.; DE PAULA, M. C. (Org.) **MATEMÁTICA#COMVIDA**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2021. p. 85 - 95.

COUTO, M. E. S.; LIMA, D. C.; NASCIMENTO, S. P. A.; FREITAS, A. C.; RIBEIRO, L. S. C.; ALVES, H. C. Metodologia investigativa e o ciclo investigativo – PPDAC. *In*: SANTANA,

E. S. R; COUTO, M. E. S.; CORREIA, D.; DE PAULA. M. C. (Org.) **MATEMÁTICA#COMVIDA**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2021. p. 25-61.

ELMASRI, R; NAVATHE, S. B. **Sistemas de banco de dados**. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.

LIGOURI, L. M. As novas Tecnologias da Informação e da Comunicação no campo dos velhos problemas e desafios educacionais. In: LITWIN, E. (Org.) **Tecnologia Educacional: política, histórias e propostas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S. M. P. *et al.* Espiral RePARE: um modelo metodológico de formação de professor centrado na sala de aula. In: **REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 238-258, 2018.

MERCER, N.; ESTEPA, F. G. A Educação a Distância, o conhecimento compartilhado e a criação de uma comunidade de discurso internacional. In: LITWIN, Edith. **Educação a Distância: temas para o debate de uma nova agenda educativa**, Porto Alegre: ArTmed, 2001.

MOLL, L. C. **Vygostky e a educação** – Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica. Porto Alegre: ArTmed, 2002.

MUNDSTOCK, E. *et al.* **Introdução à análise estatística utilizando o SPSS 13.0**, UFRS, Material didático, 2006.

PINTO, L. F. da S. **Estratégias de integração e utilização de bancos de dados nacionais para avaliação de políticas de saúde no Brasil**. 2006, 207f. Tese (Doutorado em Informação e Informática em Saúde)- Escola Nacional de Saúde Pública. Rio de Janeiro, 2006.

ROHRS, F. R. **Integração de dados e uso de informações estatísticas: ferramentas para o incremento das operações da rede brasileira de metrologia legal e qualidade**. Instituto Nacional de

Metrologia, Qualidade e Tecnologia – Inmetro. Duque de Caxias, RJ, 2016.

SANTANA, E. R.; CAZORLA, I. M. O Ciclo Investigativo no ensino de conceitos estatísticos. **Revemop**, [s. l.], v. 2, p. e202018-e202018, 2020.

SANTANA, E. R. S. **Estruturas aditivas**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? 2010. 338f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2010.

SCUDELLER, V. V.; MARTINS F. O. R. **Fitogeo - Um Banco de Dados Aplicado à Fitogeografia**. Aza Imam, p. 9-21, 2003.

SILVA JÚNIOR, A. V. da. **Efeitos do Ciclo Investigativo PPDAC e das Transformações de Representações Semióticas no Desenvolvimento de Conceitos Estatísticos no Ensino Fundamental**. 2018. 208f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 2018.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, [s. l.], v. 67, n. 3, p. 223-248, dec. 1999.

CONCEITOS ESTATÍSTICOS REVELADOS EM UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM PRISIONAL: UM ESTUDO DE CASO DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Bruno Monteiro Riva¹

Priscila Bernardo Martins²

1 Aspectos introdutórios

Este artigo apresenta uma análise de como se dá o ensino de conceitos estatísticos no ambiente de aprendizagem prisional. Para isso, foi realizada uma entrevista com o professor de Matemática que atua na unidade prisional e a análise das atividades envolvendo conceitos estatísticos do livro didático do Ensino Médio adotado pelo professor, denominado “Viver, Aprender - Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio- ciências, transformação e cotidiano - Educação de Jovens e Adultos”.

Para análise da entrevista e do livro didático adotado pelo professor de Matemática, nos pautamos nas teorizações apresentadas por Skovsmose (2000), ao discorrer sobre a tendência Educação Matemática Crítica, nas contribuições de Lopes (2008),

-
- 1 Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Coordenador Pedagógico de uma unidade prisional no Município de Mogi Mirim. e-mail: bruno_monteiro_riva@hotmail.com
 - 2 Pós-doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Doutora e Mestra em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Matemática e Pedagogia. Docente do Programa de Mestrado Acadêmico e Profissional em Ensino de Ciências e Matemática e do curso de Pedagogia e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Formadora de professores no âmbito do programa Redes Municipais da Parceiros da Educação.

ao discorrer sobre o Ensino de Estatística e de Guimarães (2021) quando apresenta o Ciclo Investigativo.

2 A Educação Matemática Crítica (EMC) e os Ambientes de Aprendizagem

Segundo Skovsmose (2000), a Educação Matemática Crítica (EMC) deriva-se de uma abordagem da matemática relacionada ao cenário atual, com o objetivo de discutir questões sociais, culturais, políticas e éticas na matemática e em seu ensino, visando ao desenvolvimento quanto à capacidade de entender as funções e aplicações, perante novas ferramentas e costumes.

O entendimento e as preocupações da Educação Matemática Crítica são explicitados e embasados a partir da análise e interpretação das obras de Skovsmose, que trazem o enfrentamento da ideologia da certeza, neste cenário de enfrentamento da educação à ideologia.

Skovsmose (2000) conceitua a Educação Matemática Crítica como aquela em que os professores e os estudantes se envolvem ativamente e conjuntamente no processo educacional e, por meio do diálogo, atingem seu resultado com a busca do conhecimento, de forma a desenvolver a democratização do saber. Mas, para isso, é imprescindível que os conteúdos de um currículo não sejam selecionados e desenvolvidos como ocorre, mas eles precisam discutidos criticamente pelos estudantes e todos os envolvidos, de acordo com a relevância social do problema, sua aplicabilidade, os interesses e as necessidades reais dos estudantes.

As práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação divergem daquelas baseadas no ensino tradicional (meramente exercícios). Skovsmose (2000) defende um ambiente de ensino favorável à investigação. Segundo o pesquisador, os cenários para investigação são ambientes de aprendizagem e ensino, nos quais os estudantes são o foco e a atuação do professor é como mediador e orientador desta prática na sala de aula. Desta forma, explicações e explorações da própria matemática devem se

relacionar com o conhecimento do contexto destes estudantes.

Skovsmose (2000) cita três tipos de conhecimentos que devem ser desenvolvidos na Educação Matemática Crítica (EMC). O primeiro deles é o conhecimento matemático, seu domínio e a compreensão dos conceitos, a simbologia, as regras, os resultados e algoritmos matemáticos. Em segundo lugar, há o conhecimento tecnológico quanto a sua habilidade de aplicação na matemática e na construção modelos e projetos, estratégias de resolução de problemas ou algoritmos. Por fim, o conhecimento reflexivo que tem a incumbência de reflexão e avaliação crítica, perante determinada aplicação na situação-problema. Para o autor, somente com o conhecimento reflexivo podemos ter a dimensão crítica da alfabetização matemática.

Assim, por meio da combinação entre os dois paradigmas de prática de sala de aula (exercício e investigação) e os tipos de referências que as atividades podem abordar, Skovsmose (2000) define alguns tipos de ambientes de aprendizagem, conforme expresso no Quadro 1:

Quadro 1- Tipos de Ambientes de Aprendizagem

Tipos de Ambientes de Aprendizagem	Exercícios (Exemplos)	Cenários para Investigação (Exemplos)
Referências à matemática pura	<p>(1) Faz menção aos cálculos contrapondo a ações investigativas. Apenas com a aplicação de fórmulas e regras os estudantes conseguem obter a resposta correta. Exemplo:</p> $(27a - 14b) + (23a + 5b) - 11a =$	<p>(2) Faz menção a atividades que os estudantes são convidados a refletir acerca das relações existentes entre os conceitos matemáticos abordados. O professor cria outras possibilidades de encaminhamentos sobre a temática proposta no exercício. Movidos por questões: Perguntas investigativas: E se...? O que você acha? Por que acontece isso?</p>

Referências à semirealidade	(2) faz referência a situações fictícias, imaginada pelo autor do problema. Exemplo: Um feirante A vende maçãs à \$0,85 o kg. Por sua vez, o feirante B vende 1,2 kg por \$1,00. (a) Qual feirante vende mais barato? (b) Qual é a diferença entre os preços cobrados pelos dois feirantes por 15 kg de maçãs?	(4) É um convite para que os estudantes façam explorações e explicações a partir da situação problema.
Referências à realidade	(5) Faz menção à realidade. Exemplo: apresentar gráficos representando o desemprego como parte do exercício, e, com base, podem ser elaboradas questões sobre períodos (tempo), países diferentes, entre outras.	(6) É um convite aos estudantes para analisar e apresentar soluções e críticas para um problema real.

Fonte: Adaptado pelos autores a partir de Skovsmose (2000) e a partir da tradução de Barbosa (2000).

Na referência à matemática pura, as atividades trazem a simbologia própria da matemática. Já a referência à semirealidade está relacionada com a realidade construída, mas não há garantias de que, de fato, a situação tenha ocorrido. Por fim, na referência à realidade, as atividades são baseadas na realidade, portanto, os dados são reais.

Segundo Skovsmose (2000), boa parte da Educação Matemática está revezando entre os ambientes (1) e (3). Desse modo, o paradigma do exercício está fundamentado na “tradição” da Educação Matemática, sem reconhecer que há outras possibilidades de ambientes de aprendizagem.

Concordamos com Skovsmose (2000) que educadores matemáticos devem se mover entre os ambientes de aprendizagem e não se trata de excluir o paradigma do exercício, mas, sim, após o

seu uso, estipular um tempo para “consolidar” o que os estudantes trabalharam por meio de exercícios relacionados às possibilidades de investigação. Skovsmose (2000) destaca, ainda, que não é suficiente construir uma educação matemática baseada apenas em referências à vida real. A expectativa é que a busca de um percurso entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa viabilizar novos recursos para levar os estudantes a agirem, refletirem e, dessa maneira, promoverem uma educação matemática de natureza crítica.

Skovsmose (2000) pontua que qualquer cenário para investigação põe desafios para o professor. Contudo, o autor defende que a saída não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser capaz de atuar no novo ambiente. O desafio que se coloca e que está próximo do contexto prisional com o qual estamos lidando é tornar possível que o professor seja capaz de intervir e propiciar cenários colaborativos dentro da zona de risco, de modo a propiciar uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora. “Isso significa, a aceitação de questões do tipo ‘o que acontece se...’, que possam levar a investigação para um território desconhecido” (SKOVSMOSE, 2000, p.19).

3 O ensino de estatística e o letramento estatístico

A discussão acerca do Ensino de Estatística torna-se indispensável neste estudo, tendo em vista o compromisso do professor de matemática que atua no sistema prisional. Para Lopes (2008), essa temática é essencial na educação para a cidadania porque viabiliza o desenvolvimento de uma análise crítica sob diversos enfoques científicos, tecnológicos e/ou sociais.

Lopes (2008) discute a relevância para se ensinar e aprender estatística na Educação Básica. Segundo a pesquisadora, é primordial pensar em propostas de ensino que desenvolvam a capacidade de crítica e a autonomia dos estudantes para que exerçam plenamente sua cidadania, alavancando as suas possibilidades de êxito na vida pessoal e profissional. Ao nosso ver, esse é o caminho mais assertivo

para a ressocialização do indivíduo privado à liberdade. Lopes (2008, p. 60) alerta para o fato que:

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego. É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Para Lopes (2008), é papel da escola educar para a cidadania. Isso implica em oportunizar aos estudantes a formação de conceitos que os apoiem no exercício de sua cidadania, que, para a autora, é entendida como a capacidade de atuação ponderada e crítica de um indivíduo em seu grupo social. Para a formação de tais conceitos, é imprescindível que os estudantes sejam confrontados com situações do mundo real e que tenham a liberdade de escolha de suas próprias estratégias de resolução. Para isso, Lopes (2008) pontua que cabe aos professores o compromisso de incentivar os estudantes a socializarem os seus procedimentos para que aprendam a ouvir críticas e a valorizar o seu e os procedimentos dos colegas.

Lopes (2008) defende uma educação estatística crítica e pontua que o professor deve respeitar os saberes que os estudantes trazem à escola, sua bagagem de vida, discutindo com eles temas da atualidade que estão em destaques nas mídias. Para a pesquisadora (2008, p. 60), “trabalhando a análise dessas questões que estão sempre envolvidas em índices, tabelas, gráficos etc., podemos estar viabilizando a formação de cidadãos críticos, éticos e reflexivos”.

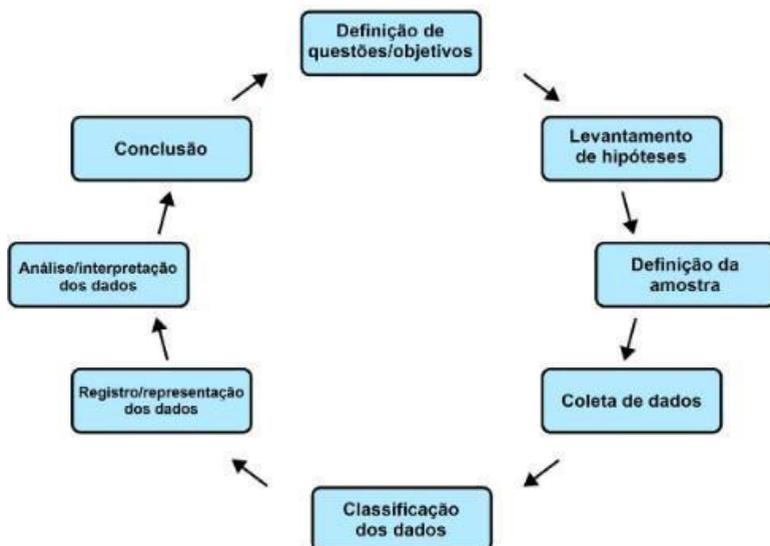
Lopes (2008) destaca a relevância dos estudantes compreenderem a natureza dos processos que estão implicados em uma investigação estatística, incluindo formular uma pergunta, planejar um estudo, coletar, organizar, analisar dados, discutir conclusões. Os estudantes precisam aprimorar as habilidades usadas no processo de investigações estatísticas: organizar dados, computar índices necessários (mediana, média, intervalo de confiança),

ou construir e representar tabelas, gráficos e diagramas, feitos à mão ou com apoio de tecnologias digitais. Para a pesquisadora, é necessário oferecer uma compreensão intuitiva e formal das ideias matemáticas que estão subentendidas em representações estatísticas, procedimentos ou conceitos.

Outra pesquisadora que discute o Ensino de Estatística, pensando em uma perspectiva de investigação em contextos reais, é Guimarães (2016). Ela retrata que o ciclo investigativo é compreendido como um processo em que os estudantes trabalham com situações-problemas reais, participando ativamente de todas as fases do processo. Guimarães (2016) pontua que essa experiência não basta por si só, pois é preciso pensar as relações conceituais e representações utilizadas, visando a compreensão de tais conceitos e representações.

Guimarães (2016) defende o Ciclo Investigativo proposto por Guimarães e Gitirana (2013). O ciclo é constituído de 8 fases, conforme ilustração abaixo:

Figura 1- Ciclo Investigativo proposto por Guimarães e Gitirana (2013)



Fonte: Guimarães (2021, apud Guimarães; Gitirana, 2013, p. 97).

Ao explicitar o Ciclo Investigativo, Guimarães (2016) indica a necessidade de trabalhar cada uma das fases articuladamente, mas aprofundadas de modo isolado, visando o aprendizado dos estudantes na pesquisa. Assim, apresentamos as fases e a descrição de cada uma delas:

- Definição de questões/objetivos: a partir de uma problemática, os estudantes formulam a pergunta de pesquisa e o tema. É importante levar em conta a temática de interesse dos discentes.
- Levantamento de hipóteses: prevista a identificação de hipóteses dos estudantes, etapa fundamental para refletir sobre a amostra/população.
- Definição da amostra: etapa para decidir se será utilizada uma população ou uma amostra representativa.
- Coleta de dados: tal etapa consiste na definição do procedimento de coletas de dados, isto é, como será feita a coleta e que tipo de instrumento será utilizado. Após essas decisões iniciais, é realizada a coleta dos dados.
- Classificação dos dados: categorias são criadas a partir dos dados coletados, a fim de verificar tendências de pesquisa.
- Registro/representação dos dados: os dados, após serem categorizados, serão organizados em forma de tabelas, gráficos ou outros tipos de representações.
- Análise/interpretação dos dados: após tratamento de dados, são apresentadas as inferências, com foco na questão de pesquisa.
- Conclusão: apresenta as considerações finais da pesquisa realizada, na qual são tecidas as análises para se chegar às conclusões da pesquisa.

Assim como Guimarães (2016), defendemos o ensino de Estatística na perspectiva da investigação como eixo condutor para o desenvolvimento das atividades, visto que os estudantes podem

aprender mediante contextos reais de ensino e desenvolver o senso crítico que, no nosso caso, é primordial, tendo em vista que o professor, que atua em um ambiente carcerário, possui limitações e desafios, dado as condições restritivas e o propósito maior de formar um cidadão crítico para exercer a sua cidadania consciente.

Guimarães e Grymuza (2021) analisaram as atividades de Estatística propostas nos livros didáticos de Matemática dos 1º e 5º anos das coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), edição de 2019. Tal análise envolveu categorias baseadas no ciclo investigativo. Dentre os resultados, as autoras destacaram que há uma grande concentração em atividades com interpretação de dados em gráficos ou tabelas e apontaram a escassez de atividades que favoreçam a realização de pesquisas pelos estudantes, mesmo com a inserção das competências e habilidades, em conteúdos de Estatística, propostas na BNCC (Brasil, 2017)

Para as autoras, para além do que está sendo prescrito em documentos oficiais, é primordial uma abordagem mais abrangente no ensino de estatística, propondo atividades que possam contemplar todo o ciclo investigativo, com o objetivo de que a abordagem com a pesquisa faça sentido em sala de aula. Pontuam, ainda, que “a utilização de dados reais e articulados a outros conhecimentos e contextos podem não só formar alunos críticos-reflexivos, mas também letrados estatisticamente” (Guimarães; Grymuza, 2021, p.73).

Tal análise das autoras também nos dá subsídios para a análise do Livro Didático adotado pelo sistema carcerário. Ademais, tanto Lopes (2008) quanto Guimarães (2021) nos alertam para o fato de que não basta ler informações contidas nos gráficos, é preciso analisar criticamente e tirar conclusões a respeito, mas, para isso, os indivíduos precisam ser letrados estatisticamente (Gal, 2004).

Batanero, Arteaga e Contreras (2011) evidenciam que o termo Letramento Estatístico surgiu instintivamente, nos últimos anos, entre educadores estatísticos, pois estes consideram o fato de que a Estatística é reconhecida como parte do patrimônio cultural

essencial para o cidadão educado.

Autores, como Gal (2002), definem o letramento estatístico como dois aspectos correlatos: (1) a capacidade de os indivíduos de interpretar e analisar criticamente os dados estatísticos, referentes aos argumentos ou fenômenos que são possíveis de identificar em diferentes contextos; (2) a capacidade de discutir ou comunicar as informações estatísticas, ou seja, a compreensão do significado da informação, suas convicções sobre os encadeamentos dessas informações e os cuidados com relação à aceitabilidade de considerações fornecidas.

O autor propõe um modelo dinâmico de Letramento Estatístico que envolve os dois aspectos citados: conhecimentos cognitivo e afetivo, conforme destacado na Figura 2

Figura 2 - Modelo Proposto por Gal (2002) sobre Letramento Estatístico

Aspecto Cognitivo	Aspecto Afetivo
Habilidades em literacia	Crenças e atitudes
Conhecimentos Estatísticos	Postura Crítica
Conhecimentos Matemáticos	
Conhecimentos Contextuais	
Questionamentos Críticos	

Fonte: Gal (2002, p. 4).

Para Gal (2002), as habilidades em Literacia (Letramento) dizem respeito à situação dos indivíduos desenvolverem competências para compreender informações denotadas em formato de pequenos textos, contendo dados estatísticos. Essa habilidade requer que os indivíduos saibam dar sentido às informações em variados níveis de complexidade. Já os conhecimentos estatísticos referem-se à compreensão dos significados concedidos aos números no contexto; no entendimento das variáveis e sua natureza; na

interpretação de tabelas e gráficos; na compreensão e realização das etapas da pesquisa, incorporando procedimento de coleta e análise de dados.

Quanto aos conhecimentos matemáticos, para Gal (2002), há uma relação entre a Matemática e a Estatística na abordagem de alguns conteúdos: médias, frações, números decimais, entre outros. No que tange ao conhecimento do contexto, o propósito é que os indivíduos desenvolvam competências estatísticas no emprego das informações no contexto que estão inseridos, envolvendo indivíduo e mundo real. Os questionamentos críticos, segundo o autor, condizem com a análise crítica da informação para validar a natureza da informação recebida.

No segundo aspecto, Gal (2002) indica que contempla o domínio afetivo e trata de duas questões. Nas crenças e atitudes, a ação ocorre por meio de princípios e convicções sobre a sociedade, sobre si mesmo e sobre o contexto. O propósito é possibilitar base para que os indivíduos desenvolvam crenças e atitudes na validação da conduta crítica. Na postura crítica, o indivíduo deve ter atitude de questionamento frente às informações estatísticas.

4 Design metodológico

Neste texto, assumimos uma abordagem qualitativa, de tipologia documental, pois, antes de proceder com a análise, buscamos investigar os documentos que fazem parte do escopo da pesquisa, no caso, as legislações que norteiam o sistema carcerário do Estado de São Paulo, tendo em vista que o presídio, em que a docente atua, pertencente a esse Estado.

A entrevista ocorreu no dia 04 de junho de 2023, na residência do professor. A coleta de dados se deu a partir da captação de áudios e uso do registro escrito, como questionário contendo questões mais abertas. As questões para a entrevista foram pensadas a partir da análise do *corpus* de documentos, ou seja, legislações do Estado de São Paulo, bem como o livro didático do Ensino Médio,

modalidade Educação de Jovens e Adultos, utilizado pelo professor.

5 Análise das atividades envolvendo conceitos estatísticos do capítulo “Você, a mídia e a matemática” do livro didático

Iniciamos as nossas análises no livro didático, selecionando a temática que pudesse contribuir na formação dos estudantes encarcerados, com vistas à ressocialização. Assim, elegemos como objeto de estudo a Educação Estatística. Justificamos que tal tema pode permitir a esses estudantes o desenvolvimento de habilidades essenciais, como o senso crítico, a autonomia, a tomada de decisão para que exerçam plenamente sua cidadania, ampliando suas possibilidades de reinserção na vida pessoal e profissional.

Antes de iniciarmos o processo analítico, julgamos importante situar o leitor acerca do livro didático “Viver, Aprender- Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio- ciências, transformação e cotidiano- Educação de Jovens e Adultos”, que é dedicado às disciplinas Física, Química, Biologia e Matemática, foco da nossa pesquisa. A obra está organizada em três etapas, sendo que cada uma delas apresenta duas unidades, que contemplam focos temáticos; no nosso estudo, elegemos a Unidade 2 - A Matemática resolvendo problemas, capítulo 1, intitulado “Você, a mídia e a matemática” da etapa 2, por contemplar os conceitos estatísticos.

O livro apresenta uma breve explanação de conteúdos estatísticos voltados para construção de gráficos e tabelas, seguido pelas atividades, em formato de testes, que foram retiradas de avaliações externas, como, por exemplo, o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Cabe esclarecer que tal livro é o mesmo adotado no ensino regular, portanto, não é específico ao contexto carcerário.

A luz da Educação Matemática Crítica, de Skovsmose (2000), apresentamos o quantitativo de atividades que remetem aos Ambientes de Aprendizagem.

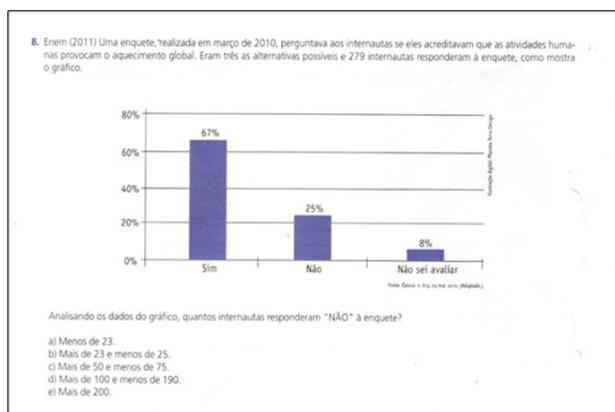
Tabela 1- Quantitativo de atividades que fazem referência aos tipos de Ambiente de Aprendizagem na perspectiva de Skovsmose (2000)

Tipos de Ambiente de Aprendizagem	Paradigma do Exercício	Paradigma da Investigação
Referências à matemática pura	0	0
Referências à semirealidade	5	0
Referências à realidade	7	1
Total	12	1

Fonte: elaborado pelos autores.

Os dados da Tabela 1 revelam que há, no livro didático, uma maior concentração de atividades concernentes às duas temáticas que fazem referência à semirealidade (5) e a realidade (7). Todavia, quando olhamos para o paradigma, constatamos que, embora haja um número expressivo de atividades envolvendo o Ensino de Estatística fazendo referência à realidade, uma vez que os gráficos mostram os dados reais de pesquisas estatísticas, a maioria (6) remete ao paradigma do exercício, conforme podemos ilustrar na figura adiante.

Figura 2 - Exemplo de Atividade que fazem referência a realidade



Fonte: "Viver, Aprender - Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio- ciências, transformação e cotidiano - Educação de Jovens e Adultos (2013, p. 30).

Ao analisar as atividades, identificamos que praticamente todas remetem ao paradigma do exercício, apesar de fazerem referência à realidade; isso porque a maioria indica alternativas de respostas, uma análise crítica dos dados e, conseqüentemente, o desenvolvimento do Letramento Estatístico.

Convém mostrar que identificamos, também, questões mais abertas (Figura 3), que fazem um convite à reflexão, porém isso fica restrito a procedimentos de cálculos comparativos, como, por exemplo: “Com relação ao gráfico 5, de quanto foi o aumento (em milhões) do número de jovens votantes entre 2002 e 2006?”.

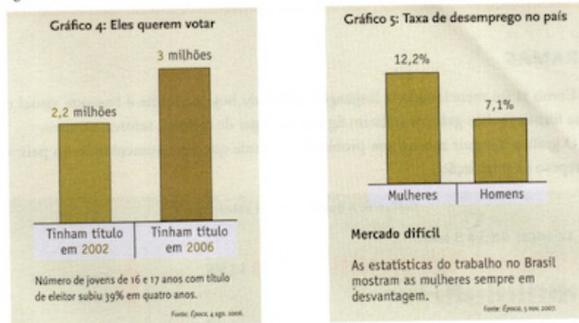
Concordamos com Lopes (2008) ao afirmar que privilegiar cálculos e fórmulas não levará os estudantes ao desenvolvimento do pensamento estatístico. Assim, reiteramos o que a autora destaca, que é primordial à formação dos estudantes o desenvolvimento de atividades estatísticas que partam sempre de uma problematização, alinhados a situações vinculadas ao cotidiano deles, permitindo o desenvolvimento de habilidades essenciais, como análise crítica e argumentação.

Identificamos, nas nossas análises, uma única atividade, mais especificamente, uma única questão que dá indícios do paradigma da investigação, a saber: “Em sua opinião, porque as mulheres estão, geralmente, em desvantagem quando o assunto é emprego”. Ao nosso ver, trata-se de uma questão que dá abertura à argumentação e à tomada de decisão. Contudo, o enunciado apresenta dois gráficos com assuntos distintos, conforme Figura 3, a seguir:

Figura 3 - Exemplo de Atividade que apresenta dois gráficos com temáticas distintas

Como você já deve ter percebido, é comum encontrar gráficos em artigos de jornais e revistas.

Algumas pessoas, ao abrir um jornal e se depararem com uma notícia que contém um gráfico, apenas examinam o gráfico e o título da matéria. Já outras leem o texto completo da matéria.



Observe o título dos gráficos acima. Eles são curtos e expressam o resultado de uma pesquisa. Os dois gráficos apresentados são chamados de **gráfico de colunas**.

Fonte: “Viver, Aprender - Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio - ciências, transformação e cotidiano- Educação de Jovens e Adultos (2013, p. 295).

O primeiro gráfico apresenta o quantitativo do número de jovens com o título de eleitor e o segundo apresenta o quantitativo da taxa de desemprego no país, tendo como variável o sexo. Assim, compreendemos que, para que o estudante possa argumentar frente aos dados apresentados, tendo em vista a questão proposta acerca da desvantagem das mulheres, era preciso que o enunciado privilegiasse dois gráficos com o mesmo assunto, mas trazendo outro tipo de variável ou até mesmo que trouxesse um outro gráfico de anos diferentes, para que os estudantes pudessem analisar os aspectos históricos, sociais e culturais.

Quando olhamos para as atividades da unidade do capítulo, como um todo, identificamos claramente que as propostas estão centradas em cálculos e as explicações que antecedem as atividades em construções de gráficos e tabelas. O próprio livro do professor apresenta orientações relativas ao uso de cálculos, conforme fragmentos:

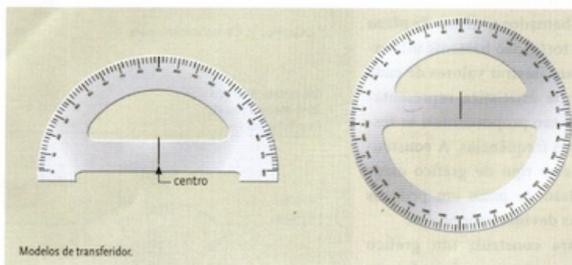
Alternativa a. Essa questão envolve cálculos simples de multiplicação e comparação dos resultados obtidos com o gráfico. Alternativa d. A questão envolve, novamente, cálculos simples (adição, subtração e multiplicação) e leitura do gráfico. No item a basta verificar quanto falta para totalizar 100%, o que, no caso, para os acabamentos, são 26%. No item b, para completar a tabela, basta calcular as porcentagens. Alternativa c. O estudante precisa calcular quantas das 279 pessoas respondem “não” à enquete. Pelo gráfico, esse número corresponde a 25%, ou seja, 69,75 pessoas (livro didático analisado, 2013, p. 61).

Não estamos afirmando que tais habilidades não são importantes, mas que, pelo contexto em que os estudantes estão inseridos, o ideal é a promoção do letramento estatístico, que os auxilie no exercício de sua cidadania. Para Lopes (2008, p. 60):

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego... É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Antes das atividades propostas, há uma breve explanação acerca dos conteúdos tratados e o próprio livro apresenta uma abordagem voltada à cálculos e à construção de gráficos, conforme podemos mostrar na Figura 4.

Figura 4 - Exemplos de orientações de Atividades que privilegia cálculos e construção de gráficos



Para construir um gráfico de pizza, precisamos também de um compasso, para traçar uma circunferência.



Matemática

Fonte: “Viver, Aprender- Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio- ciências, transformação e cotidiano- Educação de Jovens e Adultos” (2013, p. 291-292).

A Figura 4 mostra outro equívoco quando estamos pensando no estudante do contexto prisional, pois o compasso é um item proibido, uma vez que há medidas restritivas que impedem materiais considerados cortantes ou perfurantes de adentrar as unidades. Ademais, não há sequer uma atividade que explore gráfico de setores (pizza), e sim de barras. A maioria das atividades estão voltadas para a leitura de dados e não para a construção.

Outro equívoco apresentado no livro didático refere-se à exploração de uma tabela na explanação do conteúdo (não está na atividade). No livro didático adotado, há um exemplo de tabela que, embora faça referência à realidade, apresenta dados sobre a evolução do salário-mínimo. Contudo, não se trata de uma tabela, mas sim, de um banco de dados. Uma tabela estatística apresenta a configuração retangular, organizadas por linhas e colunas, dispondo

de variáveis com dados sistematizados.

Figura 5 - Exemplo de Atividade que apresenta uma tabela de forma equivocada

TABELA: UMA FORMA DE MOSTRAR DADOS

Observe a tabela a seguir, que apresenta dados sobre a evolução do valor do salário-mínimo de maio de 1996 até 2013.

Tabela 2: Evolução do salário-mínimo					
Vigência	Valor	Ato que o fixou	Vigência	Valor	Ato que o fixou
Maio/1996	R\$ 112,00	Lei nº 9.971/2000	Maio/2005	R\$ 300,00	Lei nº 11.164/2005
Maio/1997	R\$ 120,00	Lei nº 9.971/2000	Abril/2006	R\$ 350,00	Medida Provisória nº 288/2006
Maio/1998	R\$ 130,00	Lei nº 9.971/2000	Abril/2007	R\$ 380,00	Lei nº 11.498/2007
Maio/1999	R\$ 136,00	Lei nº 9.971/2000	Março/2008	R\$ 415,00	Medida Provisória nº 421/2008
Abril/2000	R\$ 151,00	Lei nº 9.971/2000	Fevereiro/2009	R\$ 465,00	Medida Provisória nº 456/2009, de 30 jan. 2009
Abril/2001	R\$ 180,00	Medida Provisória nº 2.142/2001 e reedições	Janeiro/2010	R\$ 510,00	Medida Provisória nº 474/2009, de 23 dez. 2009
Abril/2002	R\$ 200,00	Lei nº 10.525/2002	Março/2011	R\$ 545,00	Lei nº 12.382/2011
Abril/2003	R\$ 240,00	Medida Provisória nº 116/2003	Janeiro/2012	R\$ 622,00	Decreto-lei nº 7.655/2011
Maio/2004	R\$ 260,00	Medida Provisória nº 182/2004	Janeiro/2013	R\$ 678,00	Decreto-lei nº 7.872/2012

Fonte: Tabela organizada a partir de dados do Portal Brasil. Disponível em: <www.portalbrasil.net/salariominimo.htm>. Acesso em: 7 jan. 2013.

Fonte: “Viver, Aprender- Ciências da Natureza e Matemática no Ensino Médio- ciências, transformação e cotidiano- Educação de Jovens e Adultos” (2013, p. 291).

Ao olharmos para as atividades como um todo, seguindo a mesma direção de Guimarães e Grymuza (2021), também constatamos que elas privilegiam a interpretação de dados em gráficos ou tabelas e identificamos a ausência de atividades que favoreçam a realização de pesquisas pelos estudantes, envolvendo o planejamento, a coleta, a organização, leitura, interpretação e análise dos dados.

6 A voz do professor

Inicialmente, apresentamos o perfil do educador matemático, do sexo masculino, 58 anos de idade, sendo 25 anos de magistério e 11 anos destes atuando no sistema prisional. Formado em Licenciatura em Matemática desde 1989 e, segundo ele, está sempre se aperfeiçoando em cursos de formações continuadas.

Iniciamos uma breve contextualização com o professor entrevistado, evidenciando que, no livro didático, há um capítulo denominado “Você, a Mídia e a Matemática”, no qual há a exploração do ensino de tabelas e gráficos. Assim, questionamos o entrevistado sobre como ele aborda o ensino estatístico com os detentos. Segundo ele:

Muitos ali nunca receberam uma visita e não possui nenhuma influência estatística, alguns não possuem televisor. Os que possuem pelo menos uma, compreendem melhor. Neste caso eu recorro a exemplos com eles em sala, explico o que é estatística várias vezes, as operações básicas da matemática que estão relacionadas a estatística. Mas, eles sempre se interessam mais em entender questões como a inflação, o porquê de subir o preço no mercado, o preço da gasolina, o valor do salário-mínimo, quantos por cento subiu ou abaixou, entender que o salário-mínimo sobe, mas a inflação dos produtos sobem mais e por isso o dinheiro “não rende”. Outra coisa que eles ficam muito contentes é com a ajuda na remissão, se possuem 200 dias letivos no ano, quantos dias eles ganharão de remissão. São esses assuntos que mais interessam a eles. Procuo conscientizar dando exemplos, mostrando que se eles conseguirem guardar o dinheiro por mês, quanto que isso pode dar até o final da pena, o montante, uma vez que muitos ali trabalham na unidade também (Entrevista com o professor).

Observa-se, nesse trecho, que o professor, como o livro didático, aborda a estatística priorizando cálculos matemáticos. Por outro lado, seu relato também nos mostra a importância de relacionar a Educação Matemática Crítica com a Educação Estatística e Financeira, à medida que ele direciona os seus esforços para o cenário de aprendizagem que faz referência à realidade e uma prática voltada à tipologia investigação, na qual sejam propostas

situações considerando o contexto dos estudantes detentos, visando o exercício de sua cidadania, que é entendida, segundo Lopes (2008, p. 58), como a “capacidade de atuação reflexiva, ponderada e crítica de um indivíduo em seu grupo social”. Assim, entendemos que as temáticas Educação Financeira e Educação Estatística são primordiais para o desenvolvimento do exercício da cidadania, visto que os estudantes detentos estão em busca de uma ressocialização e tais temas podem subsidiar a prática do professor, uma vez que possibilitam uma análise crítica da realidade e a tomada de decisões.

Em outro momento, comentamos com o professor que nos deparamos, no livro didático, no capítulo denominado “Você, a Mídia e a Matemática”, com a indicação do uso do compasso para a construção de um gráfico de pizza, mas, de acordo com as legislações que regulamentam o ensino nas prisões e no geral, alguns recursos são proibidos de adentrar no sistema prisional. Desse modo, questionamos o professor sobre como ele faz quando se depara com o incentivo ao uso de tais materiais, como o compasso, a tesoura ou outros possíveis cortantes no livro didático. Ele respondeu prontamente que desconsidera a orientação do livro para usar o compasso e utiliza lousa, cartolina e caderno.

Em seguida, questionamos: onde a aula de matemática está sendo proposta? Qual é o tempo das aulas de matemática? Como os estudantes se organizaram para as atividades: individualmente, duplas, pequenos grupos ou coletivamente? O professor relata que há uma sala de aula específica para estudo, cada aula dura em torno de 45 minutos e que, dependendo da atividade, é feita a organização em pequenos grupos, mas que, geralmente, as atividades ocorrem de modo individual, seguindo a dinâmica “Da lousa para o caderno e do caderno para lousa”, tendo em vista que os estudantes solicitam a ida até a lousa para mostrar como resolveram determinada atividade. Segundo o entrevistado:

O que eles mais gostam, quando eu passo o exercício na lousa, é quando eu os chamo para resolver na lousa onde eles querem mostrar que sabem e gostam de ver sua evolução, com um brincando com o outro e interagindo com essa competição

saudável entre eles (Entrevista com o professor).

Há indícios, na fala do professor, de que a sua prática pedagógica se enquadra na vertente estruturalista, apontada por Skovsmose (2000) como aquela que a matemática é transmitida linearmente e independe do estudante; aquela que se constitui a partir de estruturas e conteúdos predefinidos e parte da premissa de que o conhecimento só pode ser adquirido mediante estruturas prefixadas e construídas.

Frente ao exposto, propusemos os seguintes questionamentos “Quais tipos de atividades você propõe: expositivas, problematizadoras ou investigativas? Que tipos de recursos (materiais concretos) você utiliza em suas aulas de matemática? Ele nos respondeu que a sua aula é meramente expositiva e justificou que na cela é proibido o uso de alguns recursos cortantes; então, ele utiliza a lousa e cartolinas para fazer uso de jogos, pensando no sistema monetário. Nesse ínterim, Pedro nos contou sobre o pecúlio prisional.

Segundo o entrevistado, o pecúlio prisional é o resultado da remuneração do trabalho do indivíduo encarcerado. Depois de deduzidas as despesas que o preso tem obrigação de ressarcir, a parte restante para a constituição do pecúlio será depositada em favor do preso, em uma poupança, a qual ele terá acesso quando posto em liberdade ou até mesmo se desejar realizar a compra mensal de algumas mercadorias disponibilizadas pelo mercado alocado na unidade prisional, devidamente fornecidas conforme normas e regras de segurança do presídio. Portanto, o sentenciado possui um determinado saldo e é informado sobre esse valor.

Assim, solicitamos que ele nos contasse um pouco mais sobre a dinâmica do pecúlio. O professor esclareceu que, no primeiro momento, todos têm acesso à tabela de produtos e respectivos preços estipulados pelo mercado. Após esse contato, o sentenciado solicita o produto, efetuando o pagamento desta compra agendada. Por fim, no terceiro e último momento, segundo o relato do professor, estes produtos chegam à unidade prisional;

nesse momento, um funcionário designado faz a conferência, juntamente com o sentenciado, e se não houver nenhum problema com o produto ou com a compra, realiza a entrega. O professor destacou, ainda, que o sentenciado tem o direito de recorrer e de estornar o produto caso ele não apresente as condições necessárias para o seu uso.

Frente ao exposto, compreendemos que a prática do professor também pode ser enquadrada na outra vertente indicada por Skovsmose (2000), o pragmatismo, que defende a ideia de relacionar a Matemática a suas aplicações. De acordo com a tendência pragmática em Educação Matemática, a essência da matemática encontra-se em suas aplicações e, portanto, de um certo modo, fora da matemática. Segundo Skovsmose (2000, p. 21), no processo de educação, então, é extremamente importante ilustrar as várias maneiras de a matemática ser útil. Essa tendência pode ser entendida em sentido amplo e muitos argumentos foram apresentados em apoio a uma EM dirigida a aplicações.

A partir dessa explanação do professor acerca da dinâmica do pecúlio, questionamos sobre como ele aproveita essa dinâmica para abordar a temática Educação Financeira, presente no livro didático usado, mas que apresenta uma abordagem totalmente voltada à semirrealidade, do tipo paradigma do exercício (Skovsmose, 2000). O professor entrevistado destacou que muitos estudantes apresentam dificuldades no que tange à questão monetária, mais especificamente com a representação decimal e que estes mesmos trazem para a sala de aula algumas dúvidas acerca de produtos comprados e valores a serem pagos e saldos da poupança. Assim, aproveitamos para questioná-lo se há a possibilidade de fazer uma conexão com o que está no livro didático e essa realidade, incluindo o ensino de conceitos estatísticos.

De acordo com o professor, há, sim, uma possível articulação; no entanto, segundo ele, as dificuldades dos estudantes estão relacionadas à operacionalização de cálculos na representação decimal, quando lidamos com valores do sistema monetário brasileiro. Segundo o entrevistado, eles possuem dificuldade na

questão dos centavos, confundem muitas vezes a casa decimal e acham que cinco centavos é a mesma coisa que cinquenta centavos.

Frente ao exposto, indagamos como o professor lida com isso. Segundo ele, muitas vezes, recorreu a uma atividade de simulação de compra e venda de produtos, usando como recurso a cartolina, visto que muitos objetos são proibidos. O fragmento a seguir ilustra tal resposta do entrevistado:

No caso, eles fazem a compra mensal e fazemos o balanço do que eles podem comprar ou não, fazendo uma dinâmica com papel da cartolina, representando o dinheiro, apesar de que eles não recebem o dinheiro em mãos, eles recebem uma planilha com o que podem gastar no mês. Eles não possuem muita noção de valores ou de como é atualmente. Muitos estão presos há tanto tempo que não sabem que não existe mais nota de 1 Real, que hoje este valor só possui em moeda (Entrevista com o professor).

A partir dessa fala, perguntamos: Como você faz para lidar com a questão de que muitos estão presos há tanto tempo e perderam a noção de valores de produtos e a questão da inflação, tendo em vista que os produtos têm aumentado ano a ano? Eles não questionam sobre isso?

Segundo o entrevistado, ele apresenta verbalmente o valor de alguns produtos no mercado e explica que:

Quem antes podia comprar com 250 reais muitos produtos, hoje isso não é possível, é como se a gente tivesse apenas 200 reais. Aí faço a dinâmica do dinheiro na cartolina com eles. Eu pego a cartolina e divido partes, representando valores inteiros, simulando as notas de dinheiro; me inspirei no jogo banco imobiliário (Entrevista com o professor).

Neste sentido, perguntamos ao entrevistado se ele exemplifica com algum estudante e a sua compra do mês. O professor respondeu que sim, pois geralmente eles pensam em comprar as mesmas coisas e isso é o mais próximo da realidade dos detentos. Dessa forma, solicitamos que contasse um pouco mais sobre como ele desenvolve esse trabalho. Segundo o professor Pedro:

No caso eles pensam em comprar chocolate, bolacha, produtos

de higiene. Eu pego a lista do supermercado com os produtos e valores e exponho a turma. Depois, pergunto se com os valores que tem eles vão conseguir comprar tudo que desejam. Nesse momento, muitos erram a somatória. Aí o saldo devedor fica maior né. Então peço para que tirem um produto e vê se a conta fecha desse jeito ou não. Eu pego um de cada grupo para poder simular uma compra (Entrevista com o professor).

Diante do relato do professor, podemos inferir que a sua prática faz referência à realidade, mas fica restrito ao ambiente do tipo paradigma do exercício, visto que explora muito mais as operações matemáticas do que incentiva a análise crítica de um problema real, a partir de explorações.

7 À guisa de considerações

O primeiro aspecto que gostaríamos de destacar refere-se ao livro didático indicado para uso no Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos. Embora contenha uma pluralidade de temáticas que são essenciais para o desenvolvimento do exercício da cidadania, com vistas à ressocialização, como o Ensino de Estatística, o livro adotado não contempla as especificidades das unidades prisionais. Um exemplo claro é a indicação do uso do compasso, recurso extremamente proibido dentro do sistema carcerário. Assim, apontamos a necessidade de elaboração de um currículo prescrito e apresentado que assegure o acesso e a permanência dos estudantes da EJA privados de liberdade, voltados para a educação integral com foco no mundo do trabalho e na cidadania, considerando os aspectos dos estudantes pretéritos de natureza social, econômica e cultural, bem como as peculiaridades do local.

A partir da análise do livro didático, podemos inferir sobre a importância de apresentar propostas de atividades que vão além dos cálculos, que levem o estudante privado de liberdade a ser estatisticamente competente, de modo que possa desenvolver atitudes e conhecimentos estatísticos que permitem despertar o seu senso crítico em relação à informação veiculada por meio de

conteúdos estatísticos.

Apontamos, inclusive, a necessidade de o professor trazer para a sala de aula prisional mais do que gráficos contendo dados reais, como aqueles dispostos no livro didático analisado que, embora partam da realidade, encontram-se desatualizados. É preciso que o professor parta da problematização, ou seja, do paradigma da investigação proposto por Skovsmose (2000) e, para isso, reconhecemos a pesquisa estatística na perspectiva do ciclo de investigação proposto por Guimarães e Gitirana (2013) como um caminho promissor, tendo em vista que os estudantes não podem levar sequer o caderno para a cela. Em contrapartida, a pesquisa, conforme nos aponta Guimarães (2016), permite uma prática reflexiva de mundo, uma vez que aborda distintos campos do saber, contribuindo para a uma aprendizagem interdisciplinar e para conexões intramatemáticas, entre conceitos estatísticos e financeiros, favorecendo o diálogo entre os estudantes, articulando as práticas sociais e a natureza, incentivando a linguagem oral e permitindo a aproximação com múltiplas representações que sintetizam informações e permitem a promoção do desenvolvimento do raciocínio estatístico e financeiro.

Compreendemos que o professor poderá seguir por essa direção, concentrando esforços para que os estudantes adquiram conhecimentos estatísticos a partir de propostas de atividades que façam referência à realidade, o que pode facilitar a tomada de decisões em um contexto em que a variabilidade e a incerteza estão presentes.

Outro aspecto que julgamos conveniente destacar é que o professor, em sua prática, dentro do sistema prisional, move-se entre as vertentes do estruturalismo e do pragmatismo e entre os cenários de aprendizagem do tipo (1) ao (5), ou seja, alternando entre a matemática pura, a semirrealidade e a realidade. No entanto, com relação às tipologias, ele fica mais restrito ao paradigma do exercício. Todavia, o sistema carcerário requer um ambiente voltado à referência na realidade, num cenário investigativo, tendo em vista que, de acordo com o professor entrevistado, algumas medidas protetivas

são tomadas dentro da unidade prisional e qualquer material é proibido de “sair” da sala de aula, isso inclui o próprio caderno do estudante detento. Assim, defendemos o que Skovsmose (2000) afirma quando pontua que, neste tipo de ambiente, as referências são reais, tornando possível aos estudantes produzirem distintos significados para as atividades propostas. Assim, vislumbramos que o professor que atua em sistemas carcerários leve em consideração o pensamento e as diferentes formas de pensar estatisticamente. O pressuposto, nesse ambiente, de que haja uma e somente uma resposta correta não faz mais sentido.

Finalizamos nossas considerações afirmando que a Educação Matemática Crítica de Skovsmose (2000) pode subsidiar a prática do professor que atua no ambiente de aprendizagem alocado em uma unidade prisional, conduzindo-o a um olhar diferente sobre o Ensino de Estatística, convidando-o a fazer referências à vida real a partir de situações financeiras para que possa estabelecer uma reflexão pormenorizada sobre a maneira como o ensino de matemática pode estar operando enquanto parte de nossa sociedade. Nas palavras de Skovsmose (2000, p. 20), “um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo”.

Defendemos a necessidade de construir, dentro da unidade prisional, uma Educação Matemática baseada em referências da vida real. Assim, nosso entendimento é corroborado pelo que pontua Skovsmose (2000, p. 21), pois nossa expectativa “é que a busca de um caminho entre os diferentes ambientes de aprendizagem possa oferecer novos recursos para levar os alunos a agirem e refletirem e, dessa maneira, oferecer uma educação matemática de dimensão crítica”.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Educação é a Base: Ensino Médio. MEC. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 20 jul. 2023.

GAL, I. Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, [s. l.], v. 70, n.1, p. 1-2 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x> Acesso em:

GUIMARÃES, G. Aprendizagens na vida e na escola: estatística nos anos iniciais. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM*, 12. 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, SP: SBEM/SP, 2016, p. 1-13.

GUIMARÃES, G; GITIRANA, V. Estatística no ensino fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. *In: BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática***. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernambuco, p.93-132, 2013.

GRYMUZA, A.; GUIMARÃES, G. O ciclo investigativo em livros didáticos dos anos iniciais de escolarização. **Educação Matemática em Foco** (UFPB), [s. l.], v. 10, p. 58-75, 2021.

LOPES, C. A. E. O ensino de Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a formação de professores. **Caderno Cedes**, [s. l.], v. 27, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v.13, n. 14., p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

Capítulo 11

CONTRIBUIÇÕES DO LETRAMENTO PARA A FORMAÇÃO DE PROFISSIONAIS DA EAD: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA

Michel da Costa¹

Fernanda Florindo de Souza²

Maria Elisabette Brisola Brito Prado³

Avaetê de Lunetta e Rodrigues Guerra⁴

1 Introdução

A sociedade do século XXI indica que a humanidade está cada vez mais necessitando de estudos para resolver os problemas que valorizem a diversidade, incentivem o pensamento

-
- 1 Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, Mestre em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN. Atualmente é Professor Permanente no Programa de Pós Graduação Stricto Sensu - Práticas Docentes no Ensino Fundamental; Coordenador do Curso de Matemática e Professor nos Cursos de Graduação - Matemática, Pedagogia e Psicologia. E-mail: michel.costa@unimes.br
 - 2 Mestranda no Programa de Pós Graduação Stricto Sensu - Práticas Docentes no Ensino Fundamental. Efetiva nos cargos de Professora de matemática na rede estadual paulista e Professora dos níveis de Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental na rede municipal de Santos. Curadoria e premiações nas áreas de Programação e Robótica. E-mail: nanda-florindo@hotmail.com
 - 3 Doutora em Educação (Currículo) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Mestra na Educação na área de Psicologia Educacional pela Universidade Estadual de Campinas e graduada em Licenciatura em Ciências e Matemática, Pedagogia pela UNICAMP. Atualmente é professora dos Programas de Pós Graduação em Educação Matemática da UNIAN e em Metodologia de Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da UNOPAR. E-mail: maria_prado@cogna.com.br
 - 4 Doutorando em Ciências da Educação pela Universidad del Sol do Paraguai (UNADES), Mestre em Filosofia pela Universidade Federal da Paraíba (2021), possui graduação em Biblioteconomia, Licenciatura em Matemática e Letras/Libras. Atualmente é Servidor Público Efetivo no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. E-mail: avaete.guerra@gmail.com

colaborativo e construam um mundo sustentável. No entanto, muitas vezes, tais estudos são importantes para fornecer indícios nas ações de homens e mulheres na tomada de decisão, porém sempre sujeitos à subjetividade e à incerteza:

Aprendemos, no final do século XX, que é preciso substituir a visão do universo obediente a uma ordem impecável pela visão na qual este universo é o jogo e o risco dialógica (relação, ao mesmo tempo, antagônica, concorrente e complementar) entre a ordem, a desordem e a organização. [...] É preciso aprender a enfrentar as incertezas, já que vivemos em uma época de mudanças, em que os valores são ambivalentes, em tudo é ligado. É por isso que a educação do futuro deve voltar-se para as incertezas ligadas ao conhecimento (Morin, 2011, p. 73).

Na contramão de uma matemática que almeja resultados precisos, exatos, muitas vezes obtidos por técnicas operacionais intensivas e em que se valorizaram mais os algoritmos do que os próprios conceitos, a estatística segue no caminho contrário, pois busca ideias relacionadas à incerteza: aproximações, possibilidades, aleatoriedade, previsões. A relevância que se tem dado à Estatística tem sido crescente, especialmente, nas últimas duas décadas em nível internacional. Possivelmente, isso se deve às mudanças de papéis na sociedade, na qual o conhecimento está cada vez mais dinâmico e em constante atualização, bem como aqueles que os acessam pelas redes virtuais nas quais são disponibilizados cada vez mais, fazendo a ruptura com uma comunidade acadêmica fechada e hierarquizada.

Gal (2005) compreende que é letrado estatisticamente o indivíduo que sabe interpretar e avaliar criticamente as informações, confrontando-as com os argumentos da coleta à apresentação dos dados, em contexto diversificados. Dessa forma, considerando a relevância da estatística na vida de todos, essencialmente na dos professores que são formadores de indivíduos para o exercício pleno da cidadania, além das competências próprias de cada área do conhecimento em que atuarão, o curso veio preencher lacunas na formação desses docentes que atuam no Ensino Superior em

cursos das diferentes áreas.

A formação docente permanente e continuada é indispensável para a própria atualização, melhoria da qualidade no tocante às suas práticas e troca de experiências com seus pares. Embora esses itens sejam relevantes, considera-se que também seja importante pensar nos conhecimentos necessários para suas efetivas práticas educativas, tal como afirma Imbernón (2014) e Gatti (2015), considerando o contexto da instituição e as condições das instituições com vistas a ofertar o melhor para o educando. Dessa forma, ressaltamos que:

A formação do professor envolve a necessidade de prepará-lo, de envolvê-lo nas demandas da sociedade. Nesse sentido, faz parte da ação docente promover o entendimento, a reflexão e a intervenção do educando sobre a sociedade em que vive (Costa; Tavares, 2019, p. 229).

Em suas pesquisas, Shulman (1986) identificou que os conhecimentos necessários ao professor tinham como premissas a reunião de habilidades, conhecimentos disciplinares e pedagógicos necessários à realização das atribuições dos docentes num determinado contexto de ensino e realizou, no fim dos anos 1980, um estudo de caso, visando à compreensão dessas questões. Considerava que a visão do processo de ensino não pode se confundir com a visão restrita de que a educação é transmissão do conhecimento por meio de um professor ativo a um aluno passivo.

No contexto da educação a distância, pode-se refletir sobre a necessidade de transgredir os processos de ensino e aprendizagem, que precisam ser dinâmicos e constantemente atualizados, não podendo ser meros repositórios de conteúdo, pois o processo educativo é amplo e complexo. Dessa forma, Shulman (1986) categorizou a base de conhecimentos, posteriormente ampliada por outras investigações (Shulman, 2014), considerando atualmente sete categorias do conhecimento: conhecimento pedagógico geral, conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento do currículo, conhecimento dos alunos, conhecimento do contexto pedagógico e conhecimento de fins

educacionais.

Os estudos que tratam do letramento estatístico, assim como aqueles que discutem as diferentes categorias de conhecimentos para o ensino, baseados nas ideias de Shulman (1986, 2014), ampliadas pelos estudos de Batanero (2002) referentes aos conhecimentos pedagógicos da estatística, constituem referências importantes para repensar a formação do professor no que tange ao Letramento Estatístico.

Nessa perspectiva, vale ressaltar que o professor que vai lecionar, independente da disciplina, necessita do Letramento Estatístico, já que tais competências são necessárias ao exercício pleno da cidadania, pois dados estão presentes em distintos contextos e áreas do conhecimento. Nesse panorama, Gal (2005) afirma que o Letramento Estatístico está associado a dois componentes inter-relacionados, sobretudo:

- (a) a capacidade das pessoas para interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos relacionados a dados, ou fenômenos estocásticos, que eles podem encontrar em diversos contextos, e identificar sua relevância;
- (b) a sua capacidade para discutir ou comunicar as suas reações a estas informações estatísticas, tais como a sua compreensão do significado das informações, as suas opiniões sobre as implicações desta informação, ou as suas preocupações em relação à aceitabilidade dos dados conclusões (Gal, 2005, p. 49, tradução do pesquisador).

Assim, consideramos que é de fundamental importância para o profissional que pretende ensinar estatística receber uma formação adequada, que lhe permita interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas apresentadas, assim como comunicar e discutir tais informações.

Considerando a categoria do conhecimento pedagógico do conteúdo, Batanero (2002), citando Shulman e um estudo de sua coautoria com Godino e Flores (1999), descreve os seguintes componentes básicos do Conhecimento Pedagógico da Estatística:

- A reflexão epistemológica sobre o significado de conceitos, procedimentos (geralmente objetos) tem como objetivo ensinar os indivíduos, ou seja, neste caso, a reflexão epistemológica sobre a natureza do conhecimento estocástico, o seu desenvolvimento e evolução.
- Análise das transformações do conhecimento para se adaptar a diferentes níveis de ensino. Esta análise permite refletir sobre os diversos níveis possíveis de compreensão sobre o mesmo conhecimento e avaliar o nível e, particularmente, como um conceito particular poderia ser ensinado a uma pessoa em particular.
- Estudo sobre as dificuldades, os obstáculos e os erros dos alunos na aprendizagem e estratégias de resolução de problemas que irão orientar melhor o trabalho de ensino e avaliação de aprendizagem.
- Análise de currículo, ensinando situações, ensinando metodologia para temas específicos e recursos pedagógicos específicos. Isso faz parte dos recursos metodológicos para melhorar a ação educativa (BATANERO, 2002, p. 95, tradução do pesquisador).

Considera-se, assim como esses pesquisadores, haver inúmeras expectativas sobre o perfil dos professores que utilizarão o Letramento Estatístico em suas práticas. Todavia, é fundamental que compreendam essa temática com tal profundidade que lhes permita representá-la, apropriadamente, sob múltiplas formas, utilizando-se de metodologias diversificadas, levando em conta a reflexão epistemológica, a organização do conteúdo para os diferentes níveis de ensino, além da preocupação com as dificuldades encontradas no trabalho pedagógico com seus alunos.

A transversalidade deve permear o currículo dos diversos Cursos do Ensino Superior, sendo indicado entre as temáticas, que todos devem abordar a Educação Ambiental, as Relações Étnico-raciais e Educação em Direitos Humanos, tal como preconizam as Diretrizes Curriculares Nacionais para os temas. Nesse sentido, o Letramento Estatístico vem ao encontro dessas perspectivas, pois tem a potencialidade de agregar as diferentes áreas do conhecimento por meio de seus conteúdos, pesquisas, argumentações e análises de

conjecturas de dados coletados e explorados em objetos próprios da estatística, mas disponíveis aos diferentes estudantes dos cursos superiores.

Para ensinar, o professor possui diversas exigências evidenciadas por Freire (1997), entre as quais está a necessidade de perceber que a educação é uma via de mão dupla, pois, ao ensinar, o professor também aprende, assim como perceber que ensinar exige pesquisa, consciência do inacabado e que não é a mera transmissão de conhecimentos. O autor deixa para nós a mensagem de que o professor nunca estará pronto, devendo sempre melhorar suas práticas educativas por meio de estudos, cursos e formações em diferentes níveis.

Logo, os docentes precisam conhecer e compreender os múltiplos contextos vivenciados por seus alunos. Isso traz a necessidade de formação permanente para que estejam coerentes com a demanda educacional e as necessidades de seus alunos, de modo que eles tenham, na educação, uma possibilidade de melhorar sua qualidade de vida.

Neste texto, faremos uma discussão sobre os resultados relacionados ao Letramento Estatístico por meio de situações de aprendizagem e reflexões proporcionadas pelos fóruns de discussão, nos quais se evidenciaram novas aprendizagens aos participantes no tocante aos conhecimentos cognitivos, bem como suas aplicações em múltiplas situações em contextos gerais da profissão e das vivenciadas fora da instituição de ensino.

Neste panorama, delinea-se na sequência, um breve referencial teórico acerca da formação de professores e suas relações com a leitura, o letramento e o letramento estatístico; a metodologia utilizada para a coleta e análise dos dados; algumas situações de aprendizagem que desvelam aprendizagens proporcionadas durante o processo formativo, no que tange ao conceito de estatística, a utilização das medidas estatísticas e as reflexões acerca de manipulação de dados; algumas reflexões e considerações e referências que embasaram este trabalho.

2 Metodologia

Esta investigação foi caracterizada por abordagem qualitativa de natureza descritiva e interpretativa dos dados coletados. Essa metodologia de pesquisa é definida por Chizzotti (2000, p.80) como:

[...] a pesquisa qualitativa pressupõe que o conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerente e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações.

Nessa pesquisa qualitativa, a coleta de dados permitiu verificar de que forma o curso contribuiu para a formação de competências profissionais no desenvolvimento do Letramento Estatístico nos participantes. Utilizaram-se, entre outros, os seguintes instrumentos metodológicos: questionário para os participantes e análise de seus protocolos e participações nas atividades formativas, fóruns e portfólios.

Utilizaram-se dados coletados por meio de questionários com os participantes do curso, bem como uma análise criteriosa de todo material pertinente ao ambiente virtual no qual a formação continuada foi desenvolvida durante o período de outubro de 2018 e agosto de 2019. Participaram do curso o total de 296 docentes distribuídos em seis grupos, sendo cada grupo acompanhado por dois docentes no papel de mediador das discussões e das tarefas propostas.

Embora em muitas pesquisas prevaleçam as técnicas convencionais que se preocupam com a quantificação de resultados empíricos, o presente projeto valorizou a participação, compreensão, interação e as ações planejadas entre o pesquisador e os grupos de participantes. Algumas dessas técnicas foram realizadas nos encontros presenciais e outras no ambiente virtual.

Na fase investigatória e de coleta de dados, os participantes

da pesquisa, professores cursistas, assumiram um papel importante, fornecendo respostas não em função das expectativas do pesquisador, mas por meio de uma reflexão individual ou coletiva a respeito das atividades investigativas vivenciadas no curso. Responderam a um questionário com perguntas fechadas e abertas, cuja finalidade era diagnosticar o perfil dos participantes, bem como identificar alguns conhecimentos básicos que possuíam acerca da educação a distância e referente ao letramento estatístico em diferentes contextos, tanto nos aspectos do cotidiano quanto dos profissionais.

Os procedimentos para o desenvolvimento da pesquisa envolveram, primeiramente, o levantamento do perfil dos participantes e, em seguida, a realização de oficinas. As oficinas foram organizadas em quatro encontros presenciais e 120 horas na modalidade a distância, tendo a participação de quase trezentos professores que atuam em cursos diversos do Ensino Superior. Cada encontro teve em média de duas horas de duração, quando foram utilizados protocolos de atividades dos participantes e registros gravados em áudio, bem como o diário de campo do pesquisador.

A pesquisa realizou a coleta de dados nos encontros presenciais e diretamente no ambiente virtual, sempre com o caráter de contribuir com a educação, não tendo a intenção de expor pessoas ou fatos ocorridos durante o curso. A partir da leitura e interpretação crítica dos dados, foram identificadas categorias emergentes de análise, por meio das quais se buscou responder à questão desta pesquisa e atingir os objetivos propostos.

Nesse recorte, buscou-se os conhecimentos sobre o Letramento Estatístico e suas aplicações nos diferentes contextos. Para identificar essa categoria, utilizamos como indicadores as análises dos registros em que os participantes explicitam ampliação do repertório cognitivo que já possuíam, com aprendizagem de novos conceitos ou aprofundando os que já possuíam, bem como a utilização do Letramento Estatístico identificada pelos participantes em diferentes contextos.

3 Formação reflexiva de professores e o letramento

Nesse panorama, apresentamos uma síntese de alguns pesquisadores com o intuito de fundamentar, do ponto de vista teórico, esta pesquisa, no que tange às diversas fases da investigação: da elaboração dos questionários à análise dos dados coletados. Referente aos conhecimentos dos professores, levamos em consideração as três categorias de Shulman (1986) – Conhecimento Específico do Conteúdo, Conhecimento Pedagógico do Conteúdo e Conhecimento Curricular – para a análise dos questionários cuja finalidade era a elaboração de um diagnóstico do grupo a respeito dos saberes dos docentes.

A educação é concebida como via de mão dupla, tal como Freire (1989, 1994) evidencia em seus escritos, ao explicitar que o aluno ensina durante o processo de aprendizagem e o professor aprende ao ensinar. Além disso, também é considerado o contexto de uma educação voltada para a formação de cidadãos críticos, criativos, conscientes de toda subordinação que os oprimidos estão sujeitos.

Nas análises relacionadas às concepções de educação e inter-relações dos elementos da mediação pedagógica, utilizamos as ideias e categorias propostas por Prado (2003, 2014). Concernente à formação de professores reflexivos, tivemos como base as ideias de Zeichner (1993) acerca de uma prática reflexiva no ensino e na formação de professores, considerando que:

o processo de aprender a ensinar se prolonga durante toda a carreira do professor e de que, independentemente do que fazemos nos programas de formação de professores e do modo como o fazemos, no melhor dos casos só podemos preparar os professores para começarem a ensinar. [...] Os formadores de professores têm a obrigação de ajudar os professores a interiorizarem a disposição e a capacidade de estudarem a maneira como ensinam e de melhorar com o tempo, responsabilizando pelo seu próprio desenvolvimento profissional (Zeichner, 1993, p. 32).

Referente à discussão com os professores sobre o Letramento

Estatístico, adotamos os estudos de Gal (2005). Esse autor assume que o Letramento Estatístico está intimamente relacionado à competência que o cidadão deve desenvolver de modo a avaliar e interpretar criticamente informações estatísticas.

Dessa forma, segundo Gal (2005), para que um cidadão possa ser considerado “estatisticamente letrado”, ele também deve ter uma base de conhecimentos que lhe possibilite organizar e comunicar, de forma eficiente, as informações coletadas em diferentes contextos e argumentar sobre a aceitação das conclusões fornecidas. Quanto aos aspectos relacionados à didática da estatística e formação do professor para o ensino da estatística, utilizamos os estudos de Batanero (2001, 2010, 2015).

Algumas dessas fundamentações ficam evidenciadas na revisão de literatura referente à Educação a Distância e ao Letramento Estatístico, bem como na análise dos dados, pois são referências utilizadas para a compreensão dos contextos diversificados no processo formativo de competências relacionadas à estatística com utilização de recursos da EAD.

Freire indica em suas obras sobre a relevância da leitura do mundo para todos os envolvidos no processo educativo: educadores e educandos; o autor considera que o ensino é um processo de mão dupla, pois ao ensinar o professor também aprende, acontecendo um ato em comunhão entre os participantes.

Freire (1994) considera que a leitura não acontece por um simples agrupamento de letras sem significado, assim como a soma das partes não resulta no todo. O educando deve ser protagonista de suas próprias aprendizagens e das leituras de mundo realizadas, fazendo com que essa seja um meio de melhoria de suas capacidades de compreender e intervir no mundo, tornando-se cada vez mais emancipado e consciente das condições às quais está sujeito.

Freire (1994, p. 13) indica que a leitura de mundo precede sempre a leitura da palavra e a leitura desta implica a continuidade da leitura daquele. Para o autor, o processo de alfabetização não é um mero ensino de palavras, sílabas e letras, pois considera que há

dois relevantes sentidos: a leitura da palavra e a leitura do mundo, a primeira considerada como a aquisição das regras de aquisição da escrita com a junção de consoantes e vogais, formando sílabas, conseqüentemente palavras e orações. Já a leitura do mundo envolve uma amplitude muito maior, pois está relacionada de forma crítica ao sentido que as palavras dão aos contextos para que o educando seja criativo, crítico e tenha a leitura como meio de tornar-se um cidadão capaz de intervir no seu meio e na sociedade, utilizando ideias que representem uma luta por melhores condições e um mundo mais justo e igualitário.

Ao encontro das ideias freirianas, Soares (2009) indica que a aquisição da leitura não é apenas uma simples decodificação de signos (letras, palavras, frases e textos). A escrita deve ter sua função social e ser significativa para o aluno. A pesquisadora a define como sendo a composição em duas etapas distintas e complementares: a alfabetização e o letramento. A primeira é entendida como a tradução simples dos signos e a segunda como a forma que tomo o objetivo e a intencionalidade do que está sendo lido ou produzido.

Freire (1989) indica que a leitura do mundo deve ocorrer antes da leitura da palavra, apesar de estarem intrinsecamente relacionadas e unidas entre si, tal que esta seja a maneira de reescrever e transformar aquela por meio de práticas conscientes. É evidente a necessidade de alfabetizar o indivíduo para além do saber ler um texto escrito e retirar informações simples, deve-se trabalhar a capacidade de interpretar o texto lido e permitir que o sujeito em questão tenha liberdade para fazer inferências, usando seu conhecimento de mundo.

Dessa forma, fazendo uma interpretação das ideias freirianas, o letramento deve ser desenvolvido no aluno desde o início da escolarização e no mesmo sentido, o quanto antes o letramento estatístico deve também ser desenvolvido em nossos alunos. O letramento estatístico utilizado por nossa pesquisa é o mesmo do modelo proposto por Gal (2005) em que fizemos uma relação entre o uso da estatística em situações diversas para a leitura e compreensão em múltiplos contextos, fazendo uso das ideias de

Soares (2010) e Freire (1999) no sentido de que não é possível um texto sem um contexto, seja esse escrito na língua materna ou objetos da estatística (tabelas, gráfico ou pesquisas descritas), sendo necessário muito mais que fazer breves leituras diretas e descritivas, pois é necessária uma interpretação que faça o aluno refletir sobre a aleatoriedade de forma crítica, fazer conjecturas e tirar conclusões, mesmo que provisórias.

O panorama das pesquisas atuais, no país, demonstra que o Letramento Estatístico tem sido foco de pesquisas no Brasil nas duas últimas décadas, a preocupação com a formação de nossos alunos está desde o início da escolarização, como percebemos nas pesquisas de Conti (2015), Souza (2013), Votto (2018) e Santos (2017), em que mostram a possibilidade de ações formativas relacionadas ao pensamento estatístico e ao raciocínio probabilístico desde a Educação Infantil até Anos Iniciais do Ensino Fundamental, explicitando a necessidade de melhoria na formação docente para o fecundo trabalho concernente a tais objetos do conhecimento em processos de ensino e de aprendizagem que valorizem o potencial dos educandos e respeitem às respectivas faixas etárias.

A atual Base Nacional Comum Curricular indica que o ensino de Probabilidade e Estatística ocorra desde o 1º ano do Ensino Fundamental, sendo considerada tão relevante que é uma Unidade Temática da disciplina. Mas a versão definitiva da BNCC foi publicada em 2018, portanto, ainda está sendo difundida nas diversas instituições de ensino e, também, estão sendo feitas propostas de formação em serviço por alguns sistemas para que os docentes deem conta dessa nova realidade.

Sera (2016) e Alves (2016) desenvolveram seus estudos no âmbito do Programa Observatório da Educação, em parceria tríplice entre a Capes, Secretaria de Educação do Estado de São Paulo e Universidade Anhanguera de São Paulo. Ambos realizaram formações continuadas com professores que atuam nas diferentes etapas e modalidades da Educação Básica, propondo atividades que trabalhassem, ao mesmo tempo, a ampliação do letramento estatístico dos docentes e dessem subsídios para a melhoria de suas

práticas educativas.

Silva (2018), em pesquisa inserida no mesmo Projeto Institucional da presente pesquisa, apresentou os conteúdos e as abordagens utilizados no Ambiente Virtual de Aprendizagem na formação continuada acerca do Letramento Estatístico, explorou os currículos oficiais de diferentes países e identificou os diferentes níveis de letramento estatístico dos participantes, por meio dos trabalhos finais do curso. Dessa forma, a presente pesquisa buscou contribuir com a relevância da formação continuada na formação docente no Letramento Estatístico como cenário importante pelo seu potencial interdisciplinar e transdisciplinar, no sentido de que, atualmente, todos os cidadãos precisam diariamente compreender diferentes variáveis e utilizar, de forma crítica, os dados organizados nos recursos diversificados, sejam diagramas, tabelas, gráficos, bem como compreender suas ideias e medidas para comparar situações análogas.

O cenário da formação foi bastante propício ao desenvolvimento e a ampliação de habilidades já existentes, consolidando a capacidade de cada participante no que tange às práticas do educador reflexivo e que esteja continuamente voltado a novos aprendizados.

4 Contribuições da formação para a docência

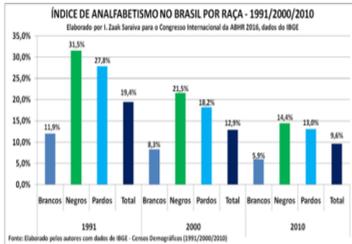
Um fato interessante, que pode exemplificar o reflexo da formação em termos da resignificação daquilo que os participantes vivenciaram com os estudos sobre letramento de estatístico, foi compartilhado por uma cursista em um fórum do curso. A cursista C da turma 2 sentiu-se motivada a fazer a leitura de gráficos e extraiu de uma pesquisa localizada nas mídias sociais um gráfico que apresenta os índices de analfabetismo no Brasil por raça, como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Gráfico compartilhado pela cursista C, turma C

Olá!

Através da aula e do texto, podemos perceber que a estatística está presente nas mais diversas áreas. A mesma, é um conjunto de dados ou informações, que levantamos através de pesquisas para analisarmos determinada questão.

Como exemplo, abaixo podemos analisar um gráfico que vem retratar sobre a taxa de analfabetismo no Brasil. Para se chegar neste resultado, foi necessário levantamentos de dados e estudos.



<https://www.google.com.br/search?q=graficos+que+mostram+a+estatistica+de+analfabetismo+no+Brasil&rlz>

O gráfico nos proporciona uma comparação referente a taxa de analfabetismo por raça, através dos anos de 1991 à 2010. Através da estatística, podemos chegar em um resultado mais rápido e propício, pois a mesma, nos revela o ponto de partida.

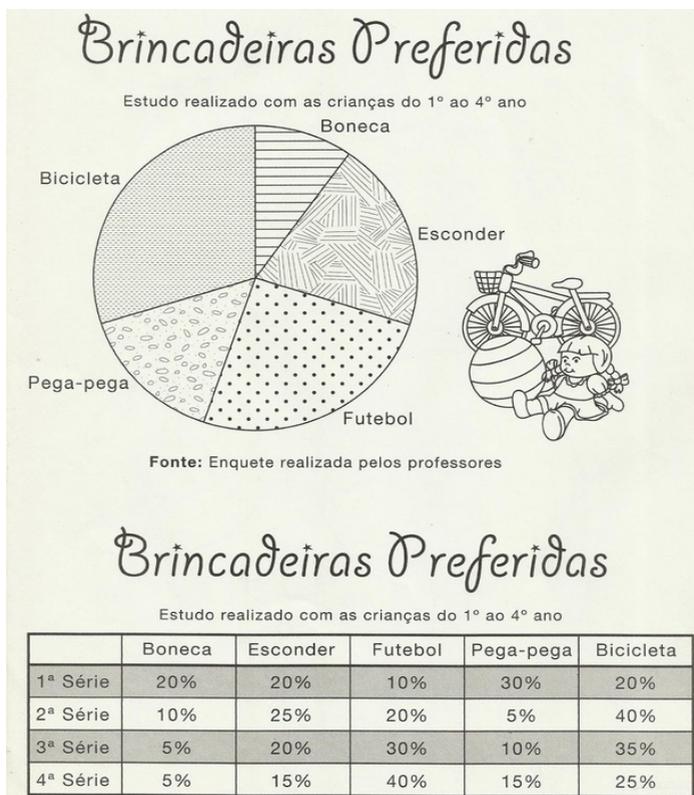
Fonte: Ambiente Virtual do Curso.

A postagem da cursista demonstrou o desenvolvimento de competências relacionadas ao Letramento Estatístico já que foi um gráfico utilizado em um contexto que representa mais do que uma atividade escolar, um gráfico que proporciona desvelar desigualdades sociais, culturais e pelo qual, por meio de ações educativas, o professor pode realizar intervenções que façam os educandos refletirem criticamente e buscarem alternativas singulares e coletivas para a superação ou minimização dos problemas. Dessa forma, estamos considerando que a formação educacional em nível superior possui tal potencial e os profissionais devem proporcionar a produção do conhecimento por meio de pesquisas diversificadas e não apenas a reprodução de respostas prontas e padronizadas.

Outra participante formada em Pedagogia mostrou que o aprendizado no curso sobre Letramento Estatístico foi significativo na sua atuação profissional, expressando que pretende trabalhar com seus alunos do curso de Pedagogia para incentivar que os futuros professores estejam preparados para trabalhar com estatística desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. Para tanto, a cursista C da

turma 2 selecionou e compartilhou com os colegas do curso uma atividade voltada para o contexto da educação básica, como ilustra a Figura 2.

Figura 2 - Contribuição da cursista C, turma 2, para prática na Educação Básica



Fonte: Ambiente Virtual do Curso.

A Figura 2 ilustra um tipo de conhecimento de Shulman (1986) no que tange ao conhecimento do currículo e conhecimento didático do conteúdo. A cursista identificou alguns objetos do conhecimento pertinentes à estatística e pretende, por meio deles, criar situações de aprendizagem que propiciem o desenvolvimento de competências nos licenciando do curso de Pedagogia para que

eles possam, futuramente, desenvolver essa atividade com seus alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por meio do Letramento Estatístico.

Isso também pode ser evidenciado pela leitura dos fragmentos expressos por outra participante que também atua no curso de Pedagogia:

Podemos nos perguntar para quê estudarmos estatística no curso de Pedagogia? E concluímos que a estatística nos ajuda a desenvolver o pensamento estatístico, ter habilidades em interpretar criticamente as informações, saber como utilizá-las em sociedade. Lembrando que o **pedagogo é o mediador do processo ensino aprendizagem**. Responsável por organizar as diversas atividades pedagógicas e até em algumas vezes administrativas. Cabe ao professor a contextualização do saber: transformar o saber científico em saber escolar, considerando toda bagagem cultural trazida pelo aluno. Seja como organizador, mediador ou incentivador da aprendizagem, o professor precisa conhecer bem os conteúdos que irá trabalhar e a estatística é um desses conteúdos (Cursista S, turma 2; grifos do pesquisador).

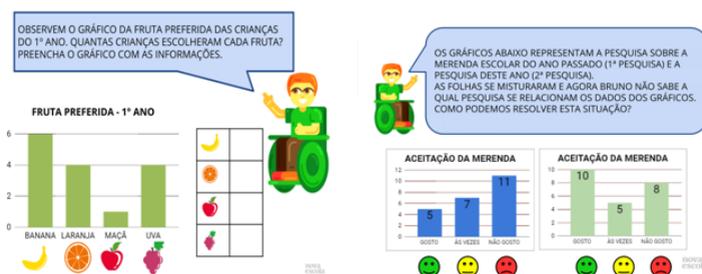
Assim, a cursista S identifica que, na formação inicial do professor que atuará na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, devem ser previstas ações da estatística que propiciem e desenvolvam o processo formativo para que o professor faça a transformação do saber científico no saber escolar, contextualizando e organizando as situações de aprendizagem, conforme os níveis em que atua, mas proporcionando, por meio do Letramento Estatístico, o desenvolvimento do pensamento crítico.

Outros cursistas participantes demonstraram que, conforme o que aprenderam no curso, pretendem modificar algumas de suas práticas, passando a considerar o Letramento Estatístico em sua área de atuação.

Figura 3 – Contribuição da Cursista S, turma 2, para a prática na Educação Básica

O crescente uso da Estatística vem ao encontro da necessidade de realizar análise e avaliações objetivas, fundamentadas em conhecimentos científicos. As organizações modernas estão se tornando cada vez mais dependentes de dados estatísticos para obter informações essenciais sobre seus processos de trabalho e principalmente sobre a conjuntura econômica e social. (Extraído de A Importância da Estatística para o Processo de Conhecimento e Tomada de Decisão, de Sérgio Aparecido Ignácio, publicado em Notas Técnicas de IPARDES, Curitiba, 2010)

Dessa forma, considero importante o ensino de Estatística desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, talvez até na Educação Infantil já seja possível tarefas simples, como organizar em tabelas, gráficos a contagem de elementos na própria sala de aula. Como essa atividade simples que vou colaborar com os que atuam no Curso de Pedagogia para que pensem no quanto pode ser simples, mas desafiadora para a criança atividades como essa extraída do site da Revista Nova Escola. Em ambas podemos trabalhar o Letramento Estatístico utilizando o próprio contexto escolar e com assunto do interesse das crianças:



Fonte: Ambiente Virtual do Curso.

A situação indicada pela participante S na Figura 3 vai ao encontro do que indica Zeichner (1993) e Shulman (2014) quando afirmam que o contexto em que a situação de aprendizagem está inserida é fator relevante ao se analisar a formação docente, pois os participantes da pesquisa correlacionam os conteúdos do curso com as práticas vivenciadas no curso de Pedagogia, demonstrando uma preocupação em associar o Letramento Estatístico com seu curso de origem, bem como compartilhar, de forma colaborativa, suas considerações e exemplos.

O fragmento extraído de um fórum exemplifica, de forma análoga, outro cursista que faz a conexão entre os objetos do conhecimento pertinentes ao Letramento Estatístico e ao seu

contexto profissional:

Portanto, o mesmo poderá ser utilizado na organização das turmas, através de técnicas estatísticas que o professor utiliza no gerenciamento de suas turmas, como, por exemplo; cálculo das médias, percentual de frequência aprovação e reprovação, etc. Como também na administrativamente, que é usada na gestão escolar, pelo diretor, coordenador, assistentes administrativos, através de tópicos estatísticos como: índices de repetência e evasão, densidade escolar, média geral das turmas (Cursista M, turma 2).

Dessa forma, verificamos que os fragmentos extraídos das Cursistas S e M que anteriormente não percebiam a presença da Estatística em seu mundo do trabalho, demonstram que ampliaram o Letramento Estatístico em suas práticas, compreendendo e citando exemplos diversos em que os gráficos, tabelas e suas conclusões são necessárias para a formação de pessoas críticas, considerando os objetos do conhecimento pertencentes à Estatística como possibilidade de leitura para o mundo, tal como evidencia Freire (1997, 2000) em suas concepções.

Outros cursistas também fizeram considerações, evidenciando a conexão do que aprenderam no curso com as suas práticas profissionais e dos cursos em que atuam enquanto tutores, como exemplificam os trechos a seguir explicitados pelos cursistas no ambiente virtual de aprendizagem do curso.

Na minha formação como administradora não tinha pensado no quão importante é a estatística. A formação continuada me fez repensar algumas ações e pretendo utilizar mais a estatística e seus dados para melhorar minha prática profissional. [...] Falar de estatística a partir das leituras já realizadas desde a primeira unidade, nos faz compreender e refletir que, a estatística está a nossa volta e em todas as nossas ações. Ela nos auxilia em habilidades como: interpretação, tomada de decisão, até mesmo na própria comunicação (Cursista R, turma 1; grifos do pesquisador).

A estatística está sendo usada nas universidades, empresas privadas e públicas, são os gráficos e tabelas que auxiliam as empresas em suas decisões, ajudando a aprimorar e melhorar

a produção. Isso não é diferente no curso de marketing, pois há necessidade de reconhecer por meio de pesquisa de mercado que o que pensa a população. [...] O mesmo pode ser percebido com o *ibope*, o qual é sinônimo de audiência, ou seja, a preferência dos telespectadores a canais televisivos. A grande maioria dos brasileiros possuem televisor dentro de suas casas. As emissoras fazem o possível para que não aconteça uma queda na audiência e que sua programação não tenha baixos índices de popularidade. Percebe-se também, que por conta dos baixos níveis de pontuação os programas televisivos, novelas e séries têm o seu período de duração diminuído pela emissora (Cursista S, turma 2; grifos dos pesquisadores).

Dessa forma, os participantes demonstram, em suas comunicações, que relacionaram conteúdos diversos que aprenderam no curso com suas práticas educativas, fazendo as adaptações necessárias aos respectivos contextos dos seus cursos.

Ante a discussão proposta, observa-se que o *boom* de informações produzidas e massificadas nos séculos XX e XXI tem exigido da sociedade conhecimentos e habilidades de compreensão, análise e interpretação dos dados apreendidos para o processo de tomada de decisão nas mais diversificadas áreas do conhecimento com criticidade e rapidez de ação. [...] Em se tratando da inclusão dos conceitos básicos de Estatística e Probabilidades no currículo da Educação, observa-se um grande avanço na formação para a cidadania e leitura de mundo de forma crítica, possibilitando a correta interpretação dos dados existentes, evitando equívocos nas argumentações/afirmações dos fatos habituais (Cursista J, turma 2; grifos do pesquisador).

A realização da formação em serviço é essencial para nossa atualização e melhoria em nossa prática, tendo em vista que os educadores devem conhecer a linguagem Estatística porque ela funciona como perspectiva de análise, ajuda na compreensão do fenômeno educativo, devendo, no entanto compreender as suas limitações e verificando que ela não vai explicar toda a realidade: é apenas uma ferramenta de análise que deve ser utilizada quando necessária. Já não é possível mais ignorar a aprendizagem das técnicas estatísticas na formação profissional dos pedagogos, que demandam tal acervo de conhecimento para, ao menos, estarem aptos a ler, com discernimento e capacidade crítica, os inúmeros artigos de revistas nas quais lhes

são apresentados os resultados mais recentes de investigações empíricas em sua área de conhecimento e áreas afins (Cursista C, turma 2; grifos dos pesquisadores).

Dessa forma, compreende-se que a análise propiciou desvelar que o curso proporcionou reflexões necessárias para o pensamento crítico de quem atua com a formação de profissionais, estabelecendo conexões de leituras do que vivenciaram com o curso e suas próximas intervenções enquanto professores que atuam em EAD.

O Letramento Estatístico desenvolvido e ampliado entre diversos participantes está implícito ao confrontarmos as postagens iniciais e as produções no processo de realização do curso de formação continuada. Os cursistas também apontam a necessidade de valorização da formação continuada, pois muitos não tinham vivenciado o papel de aluno em curso realizado em EAD e mostraram que, com a troca de papéis, compreenderam algumas ações que antes não compreendiam pela falta de conhecimentos empíricos e práticos relevantes.

5 Considerações finais

Em conclusão, o letramento estatístico na modalidade EAD é uma ferramenta essencial para capacitar os estudantes a compreenderem e utilizarem dados estatísticos de forma crítica e eficiente. Através do ensino *online*, é possível oferecer uma abordagem flexível e acessível, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades estatísticas fundamentais para a tomada de decisões informadas em diversas áreas profissionais. Além disso, a modalidade EAD possibilita a utilização de recursos tecnológicos avançados, como *softwares* estatísticos e simulações, enriquecendo ainda mais a experiência de aprendizagem. Portanto, investir no letramento estatístico é uma estratégia promissora para promover a alfabetização estatística e preparar os estudantes para os desafios do mundo moderno.

Referências

- BATANERO, C.; DÍAZ, C. El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. *In: PATRICIOROYO, J. (Ed.) Aspectos didácticos de las matemáticas*. Zaragoza: ICE. 2004. P. 125-164.
- BATANERO, C.; MANFRED, B. **Statistics and probability in High School**, Sense Publishers-Rotterdam, The Netherlands, 2016.
- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2001. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero>. Acesso em: 12 abr. 2023.
- BATANERO, C.; GODINO, J. D. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. *In: LUENGO, R. (Ed.) Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Badajoz: Universidad de Extremadura, 2005. p. 203-226.
- CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2000.
- COSTA, M.; TAVARES, E. S. Educação étnico-racial na educação infantil: impactos pedagógicos da formação docente pelo Programa PARFOR no município do Guarujá – SP. **Revista Sapiência: Sociedade, Saberes e Práticas Educacionais – UEG/ Campus Iporá, Goiás**, v.8, n.1, p. 217-232, Jan./Jun., 2019. Disponível em: <https://www.revista.ueg.br/index.php/sapiencia/article/view/9368>. Acesso em: 12 jun. 2023.
- FREIRE, P. **A importância do ato de ler: em três artigos que se completam**. 29ª ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção questões da nossa época).
- GAL, I. Adults Statistical Literacy: meaning, components, responsibilities. **International Statistical Review**, Netherlands v. 70, n. 1, 2002, p. 1-25. Disponível em: <http://iaseweb.org/documents/intstatreview/02.Gal.pdf> Acesso em: 10 mai. 2023.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.**

Tradução de: SILVA, CEF da e SAWAYA, J. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

SERA, E. **Conhecimentos de professores para o ensino da leitura e construção de gráficos estatísticos na educação básica.**

2016. Dissertação (Mestrado)- Programa de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, SP, 2016. Disponível em: <http://repositorio.pgsskroton.com.br/bitstream/123456789/21796/1/EDUARDO%20SERA.pdf>.

Acesso em: 10 mai. 2023.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher.** Washington, D.C., v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

ZEICHNER, K. N. **A Formação Reflexiva de Professores:** ideias e práticas. Lisboa: Educa, 1993.

Capítulo 12

“POR QUE AS FORMIGAS ANDAM EM FILAS?”: CICLO INVESTIGATIVO NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Flávia Luíza de Lira¹

Maria da Conceição Lira da Silva²

Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho³

1 Introdução

Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino. Exercer a minha curiosidade de forma correta é um direito que tenho como gente e a que corresponde o dever de lutar por ele, o direito à curiosidade.

(FREIRE, 1996, p. 85).

A epígrafe que abre este capítulo nos mostra Paulo Freire discorrendo sobre a importância de nos mantermos curiosos enquanto docentes. Essa curiosidade, inerente à prática educativa, precisa nos mover, inquietar-nos, levar-nos a buscar novos conhecimentos e maneiras diferentes de aprender. A curiosidade

1 Doutoranda em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco. Coordenadora Educacional da Secretaria Municipal do Jaboatão dos Guararapes, PE. *E-mail:* prof.flavialuiza@gmail.com

2 Doutoranda em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco. Coordenadora Educacional da Secretaria Municipal do Jaboatão dos Guararapes, PE. *E-mail:* cecalirases@gmail.com.

3 Doutora. Professora Associada da Universidade Federal de Pernambuco. *E-mail:* liliane.lima@ufpe.br.

nos impulsiona para explorações, investigações. Portanto, olhar para as crianças, ouvir suas curiosidades e exercê-las, juntos, é uma forma de lutar pelo direito à curiosidade! É sobre esse direito que versamos neste capítulo.

Na contemporaneidade, as crianças são reconhecidas como agentes ativos que interagem e constroem relações sociais, participando ativamente dos processos de aprendizagem e produção de conhecimento desde os primeiros anos de vida. No entanto, é fundamental compreendermos que as relações sociais são construídas tanto para como pelos seres humanos, adaptando-se às demandas de cada período histórico. É necessário, então, examinar a infância a partir de várias perspectivas, pois existem diferentes concepções e manifestações dessa fase da vida, cada uma com suas peculiaridades. Nesse contexto, Sarmiento e Pinto (1997) apontam para alguns paradoxos ao refletirmos sobre a infância atualmente, pois o conceito de ser criança varia de acordo com a cultura e a sociedade em que se está inserido, sendo as condições sociais o principal fator que influencia essa heterogeneidade. Portanto, devido a nossa natureza plural, a infância se revela como uma experiência diversa e multifacetada.

Independentemente da experiência de infância de uma criança, as Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Infantil (DCNEI), instituídas em 2009, por meio da Resolução n.º 05/2009, contemplam a garantia do atendimento das crianças de 4 e 5 anos. Além disso, orientam que as propostas pedagógicas das escolas as considerem como centro do planejamento pedagógico, respeitando os princípios éticos, políticos e estéticos, as singularidades e as diferentes culturas e o direito da cidadania. A DCNEI garante que todas as crianças tenham direitos aos bens culturais e a uma vivência plena de suas infâncias (BRASIL, 2009).

Ao discutir sobre a infância, Lopes (2012) ressalta que educar matematicamente requer viver a infância com o direito a brincadeiras, ao lúdico e a suas diferentes formas de se expressar. A autora aponta que a criança tem o direito de aprender uma Matemática que esteja presente em seu mundo de imaginações e

em seu mundo real, estabelecendo relações com o que ela descobre em seu cotidiano, pois as crianças leem o mundo, expressam suas curiosidades, levam à escola seus conhecimentos e indagações que precisam ser respeitadas.

Rinaldi (2012, p. 205) destaca que “os momentos mais criadores da criança acontecem quando ela pergunta ‘por que’.” Nesse sentido, é essencial que os professores estejam atentos aos questionamentos que as crianças fazem, o que nos remete às pesquisas vivenciadas a partir das etapas do ciclo investigativo (Wild; Pfannkuch, 1999). Esse processo se inicia com uma problematização que surge de uma curiosidade ou de um problema, em que se busca, por respostas ou por encaminhamentos, a tomada de decisões. As pesquisas realizadas com base no ciclo investigativo são possibilidades para o desenvolvimento do letramento estatístico desde a Educação Infantil (Alsina; Vásquez; Gómez, 2021; Lira; Carvalho, 2021). Essa abordagem é relevante para que as crianças compreendam e desenvolvam um olhar crítico sobre os dados, pois, para estar letrado estatisticamente, é preciso compreender criticamente informações estatísticas presentes em nosso cotidiano (Gal, 2002).

Concordamos com Alsina (2017) ao destacar a importância do letramento estatístico na formação social das crianças, enfatizando a abordagem baseada em contextos significativos. Além disso, compartilhamos da visão de Lopes (2012), que ressalta a necessidade de explorar temas relevantes para as crianças ao vivenciar experiências com a Estatística, de modo a despertar sua curiosidade e envolvimento em todas as etapas da investigação. Acreditamos em uma educação que valoriza a curiosidade infantil e reconhece o conhecimento que as crianças têm sobre o mundo, conforme expresso por Freire (1992, p. 86): “O respeito, então, ao saber popular implica necessariamente o respeito ao contexto cultural. A localidade dos educandos é o ponto de partida para o conhecimento que eles vão criando do mundo.”

Este capítulo foi escrito a partir de questionamentos que levam em conta o contexto cultural das crianças. Nele, apresentamos

uma pesquisa realizada por crianças da Educação Infantil, a partir das etapas do ciclo investigativo, e discutimos o engajamento dessas crianças na exploração de um tema real que despertou o interesse delas. A questão inicial surgiu durante uma brincadeira de detetive, quando as crianças usavam uma lupa confeccionada em sala de aula e observaram formigas caminhando em fila, o que despertou questionamentos sobre a forma de as formigas andarem. Nosso objetivo é analisar uma investigação realizada por crianças de 5 anos, levando em consideração as etapas do Ciclo Investigativo, a fim de compreender o desenvolvimento do letramento estatístico em um contexto significativo para elas.

2 Letramento estatístico e ciclo investigativo

Cada vez mais, estamos expostos a dados estatísticos veiculados na mídia representados por tabelas, gráficos ou textos. Para Gal (2002), é importante estarmos letrados estatisticamente para compreendermos essas informações de forma crítica e não sermos enganados. O autor destaca que o letramento estatístico é a capacidade de compreender e analisar criticamente informações estatísticas que estejam presentes em nosso cotidiano e ele está relacionado com duas competências: a capacidade de interpretar e avaliar criticamente informações encontradas em diferentes contextos e a capacidade de comunicar suas percepções e opiniões diante dessas informações.

É fundamental que as crianças da Educação Infantil participem de situações que proporcionem o desenvolvimento do letramento estatístico para que tenham oportunidade de se envolver em problematizações que provoquem reflexões, a busca por respostas a suas curiosidades e tomada de decisões. Lopes (2012) ressalta a viabilidade e a importância de as crianças participarem de investigações a partir de temas do universo delas, o que proporcionará um interesse por parte das crianças em todos os momentos da pesquisa.

A proposta de pesquisa por meio das etapas do Ciclo

Investigativo de Wild e Pfannkuch (1999) é excelente para vivenciar com as crianças, pois potencializa não somente os aspectos de leitura e interpretação de dados, mas envolve, também, um processo amplo de investigação. Inicia com um problema para o qual buscam resposta, é necessário que se tenha um planejamento para a execução da pesquisa, delimitando a amostra a ser investigada e os instrumentos que serão utilizados. Na sequência, os participantes recolhem os dados e os organizam em categorias para representá-los, o que é seguido da análise desses dados e das conclusões, momento em que se retorna à questão inicial da pesquisa para tentar respondê-la; com isso, podem surgir novas questões. Dessa forma, a pesquisa é o alicerce constituinte para aprender Estatística (Cazorla *et al.*, 2017; Guimarães; Gitirana, 2013).

Nessa perspectiva de pesquisa desenvolvida por crianças da Educação Infantil, considerando etapas do Ciclo Investigativo, Lira e Carvalho (2021) apresentam investigações desenvolvidas por crianças de 5 anos, sob a mediação de suas professoras. As docentes haviam participado de oficinas sobre letramento estatístico e ciclo investigativo e vivenciaram investigações com temas escolhidos pelas crianças de suas turmas. As autoras ressaltam que houve um engajamento das crianças durante o desenvolvimento das etapas da pesquisa devido à busca por respostas para a questão inicial que emergiu das próprias crianças.

Alsina, Vásquez e Gómez (2021) analisam projetos estocásticos envolvendo Estatística e Probabilidade, elaborados com crianças, por meio de contos de literatura infantil, com propostas que promovem o desenvolvimento do letramento estatístico na Educação Infantil. Os autores consideram que os projetos estocásticos tentam garantir que as crianças expressem seus conhecimentos para resolver uma situação-problema que seja significativa para elas, seguindo as etapas de um ciclo de investigação estatística. Eles concluem que as crianças desenvolvem conhecimentos de Estatística referentes à recolha e organização dos dados, e, por meio da mediação, conseguem identificar categorias com base na variável investigada. Além disso, elas constroem

tabelas usando materiais ou tabelas de frequência, com a mediação do adulto.

Consideramos a relevância de vivências que proporcionem o letramento estatístico desde a Educação Infantil. Ademais, conforme já pontuado, ressaltamos que o letramento estatístico na Educação Infantil precisa ser trabalhado com um tema do universo infantil, numa perspectiva lúdica, na qual a criança seja protagonista das investigações. Assim, as crianças terão a oportunidade de desenvolver os elementos cognitivos (habilidade de letramento, conhecimento de Estatística, conhecimento matemático, conhecimento do contexto, questões críticas) e disposicionais (crenças e atitudes, postura crítica) do modelo de Gal (2002). A pesquisa estatística – por oportunizar o levantamento de questões, coleta, organização e interpretação de dados, além da comunicação dos resultados – possibilita a mobilização dos elementos do letramento estatístico.

3 Infâncias: tempo de perguntas

Kohan (2021) nos convida a refletir sobre dois tempos: tempo *chrónos* e tempo *aión*. O primeiro é o tempo cronológico – o linear – e segundo é o tempo da experiência, o tempo que é sentido. Vivemos entre as duas infâncias a *chrónos* – infância da maioria que busca a padronização – e a *aión* – infância do devir criança, que valoriza a experiência e o singular. Com base nessas reflexões sobre os tempos, compreendemos que a infância não é um período em que se prepara um sujeito do futuro, mas sim um que estrutura o sujeito do presente. Dessa maneira, as ações desse sujeito também impactam a sociedade em que vive, e ele deve ser tratado como tal, ter seus direitos respeitados em sua fase de vida tão particular, a infância.

Reportando-nos à prática pedagógica da Educação Infantil, acreditamos que é imprescindível ao educador ser habitante dos dois tempos. Mas como isso seria possível? Como promover esses encontros? É importante pensarmos no conceito de “devir-criança”, que não significa voltar à sua infância cronológica. “Devir é um

encontro entre duas pessoas, acontecimentos, movimentos, ideias, entidades, multiplicidades, que provoca uma terceira coisa entre ambas, algo sem passado, presente ou futuro [...]” (Kohan, 2002, p. 4).

Dessa forma, na Educação Infantil, o encontro entre professor e crianças deve ser rico de possibilidades. O professor precisa estimular a curiosidade da criança por meio de experiências com a natureza, os objetos, as pessoas, os ambientes que a cercam, oportunizando que ela faça a leitura de mundo. Deve instigá-la a perguntar, interagir, expressar-se por meio das múltiplas linguagens, seja ela oral, escrita, pictórica ou gestual. A criança precisa ter essa liberdade respeitada e estimulada de maneira dialógica.

Para que um diálogo entre adultos e crianças seja possível, o adulto precisa se colocar na mesma altura da criança, ser um amigo ou amiga e um igual. Afinal, na vida de um ser humano, a infância é o que o mantém vivo: ela é a curiosidade para descobrir o mundo e para se compreender melhor com outros seres humanos. Relacionar-se como um igual com uma criança é como se relacionar com uma parte de si mesmo (Kohan, 2018, p. 30).

Nessa perspectiva, a criança é vista como um ser potente, sendo de suma importância que professor e criança exerçam uma postura dialógica, amorosa, problematizadora, sendo respeitosos e livres, aprendendo a ouvir o que o outro tem a dizer e a falar expressando livremente suas ideias (Freire, 1992). O mestre Paulo Freire (1992) nos convida ao tempo *aión*, em que vivemos experiências, sentimos, emocionamo-nos, temos a alegria de um menino, tempo de descobertas. Nesse sentido, convocamos Rinaldi (2012, p. 203) para nosso diálogo, pois a autora levanta questionamentos importantes:

Como podemos ajudar as crianças a encontrar o sentido daquilo que fazem e vivenciam? Como podemos responder à sua busca pelo sentido das coisas, pelo sentido da própria vida? Como podemos dar respostas às suas constantes perguntas, aos seus “por quês” e “comos”, à sua procura por aquilo que gostamos de pensar que é não apenas o sentido das coisas, mas o sentido da própria vida, uma procura que começa no

nascimento, no primeiro “por que” silencioso da criança, e vai até aquilo que, para nós, é o sentido da vida?

Para viver essas experiências, precisamos escutar as crianças. Assim, a autora mencionada nos faz refletir sobre a *Pedagogia Relacional e da Escuta*, que se pratica na cidade de Reggio Emilia, na Itália. Nessa concepção, as crianças são vistas como seres ativos que têm muito a dizer acerca de seus desejos e de sua percepção do mundo, por isso a escuta sobre o que elas têm a dizer se torna imprescindível. Nesse sentido, “escutar é uma premissa para qualquer relacionamento de aprendizado. É claro que o aprendizado é algo individual, mas também podemos elevá-lo a um patamar mais alto quando existe a possibilidade de agir e refletir sobre o mesmo.” (Rinaldi, 2012, p. 209). A partir da compreensão da infância como tempo de potência, nas seções que seguem, contextualizamos e apresentamos a investigação proposta para este capítulo.

4 Contextualização da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma turma do último ano da Educação Infantil, em uma escola pública municipal situada no estado de Pernambuco. O estudo foi conduzido pela segunda autora deste capítulo, que possui mestrado em Educação, atua como docente na Educação Infantil, além de possuir experiência como coordenadora pedagógica e como docente no Ensino Superior. No entanto, embora ela desenvolva pesquisas na área da Educação Infantil, suas questões não estão relacionadas ao letramento estatístico. Nesse contexto, a colaboração da primeira e terceira autoras foi fundamental para a abordagem do estudo, uma vez que elas têm se dedicado a pesquisas sobre a formação de professores e coordenadores pedagógicos na Educação Infantil no que diz respeito ao letramento estatístico.

O interesse da segunda autora por essa temática tornou-se evidente durante o período pandêmico, quando as aulas eram ministradas de forma remota e ela lecionava a disciplina de Educação Infantil no curso de Pedagogia de uma universidade particular.

Durante esse período, a primeira autora ministrou uma palestra na turma de Educação Infantil com o tema “Letramento Estatístico e Ciclo Investigativo na Educação Infantil”. As reflexões resultantes desse evento despertaram a curiosidade da professora pela temática, levando-a a expressar a vontade de estudar e implementar uma proposta que envolvesse o conhecimento de Estatística com sua turma da Educação Infantil.

Dessa forma, quando retomaram as aulas presenciais com as crianças da Educação Infantil, durante uma atividade de detetives na área externa, em que utilizavam uma lupa mágica construída durante a aula, a professora percebeu que elas buscavam formigas e dialogavam sobre esses insetos. Uma das perguntas que surgiram foi: “Tia, por que as formigas andam em filas?” A partir dessa curiosidade, a professora, inspirada pelas reflexões da palestra, desenvolveu uma vivência prática com os conhecimentos compartilhados anteriormente. Ao mesmo tempo, ela se questionava: “Seria possível realizar uma pesquisa utilizando o Ciclo Investigativo? Como poderíamos colocar isso em prática vivenciando todas as etapas?”

A professora entrou em contato com a pesquisadora que ministrou a palestra, solicitando sua colaboração no desenvolvimento da pesquisa com as crianças. A proposta foi prontamente aceita, e elas tiveram diversas conversas para embasar a vivência com as crianças, discutindo cada etapa que compôs a investigação, que teve início a partir dos questionamentos das próprias crianças. Dessa forma, a partir da curiosidade das crianças e da inquietação da professora, a pesquisa foi realizada seguindo as etapas do ciclo investigativo (Wild; Pfannkuch, 1999). A experiência de ensino com as etapas do Ciclo Investigativo realizada pela professora encontra-se descrita a seguir.

5 A investigação

5.1 Problematização

A problematização da investigação estatística surgiu a partir da brincadeira de detetive, na área externa da escola, quando as crianças usavam lupas de brincadeira que haviam confeccionado (Figura 1). Durante esse momento, a escuta atenta da professora, a abertura para o novo e seu olhar para as crianças como seres que produzem cultura possibilitaram que ela vivenciasse novos conhecimentos, para além daqueles que havia proposto em seu planejamento inicial. Assim, ela observou que as crianças estavam muito interessadas em procurar formigas e conversavam querendo descobrir para onde as filas seguiam (Figura 2).

Figura 1 - Confeção da lupa



Figura 2 - Exploração do ambiente usando a lupa



Fonte: Arquivo das autoras.

O interesse das crianças pelas formigas foi tão intenso que, mesmo ao retornarem para a sala de aula, elas continuavam curiosas, procurando formigas nas mesas e nas paredes com as lupas. A professora aproveitou esse entusiasmo e promoveu uma roda de conversa sobre as observações feitas na área externa e na sala

com a lupa. As crianças estavam animadas para compartilhar suas descobertas. Após a conversa, a professora registrou no quadro as curiosidades levantadas pelas crianças sobre as formigas. Surgiram questões como: “Por que as formigas andam em filas?”; “Por que as formigas têm cores diferentes?”; “Quantas partes do corpo elas têm?”

Posteriormente, a professora propôs uma segunda visita ao espaço externo para que as crianças observassem as formigas. Dessa vez, ela providenciou uma lupa real e utilizou um aplicativo de lupa em seu celular. As crianças ficaram encantadas ao observar as fileiras de formigas, o que transformou a experiência em uma verdadeira caça às formigas. Nesse dia, durante a merenda de cachorro-quente, havia migalhas de pão espalhadas pelo chão, o que despertou ainda mais o fascínio das crianças ao observarem formigas carregando alimento. Foi uma verdadeira festa de descobertas: “Tia ela está carregando comida! Tia, por que elas andam em fila?” Segundo Rinaldi (2012, p. 209):

Escutar é uma premissa para qualquer relacionamento de aprendizado. É claro que o aprendizado é algo individual, mas também sabemos que é possível elevá-lo a um patamar mais alto quando existe a possibilidade de agir e refletir sobre o mesmo. Representar o ato de aprender e ser capaz de dividi-lo com os outros é indispensável para a reflexividade que gera conhecimento.

Após a exploração das crianças, foi promovida uma roda de conversa na qual a docente e as crianças estavam atentas aos motivos que cada um apontava sobre o porquê de as formigas andarem em filas. Vejamos algumas hipóteses levantadas pelas crianças: “Para não se perderem!”; “Para irem para o mesmo lugar”; “Para irem para a casa delas, o formigueiro”; “Para não se perder da mãe!”; “Para não se perder da rainha”.

Ao ouvir os questionamentos e hipóteses das crianças, surgiu o problema que originou esta pesquisa estatística. A curiosidade que impulsionou as crianças também estava presente na professora. Juntos, deram continuidade à investigação, considerando a

temática e a pergunta que mais repercutiu naqueles momentos de exploração do ambiente: “Por que as formigas andam em filas?” Essa problematização nos levou a refletir sobre as ideias de Lopes (2012, p.), a qual enfatiza que:

ao pensar a educação na infância, em particular, a educação matemática, nos parece impossível não considerar a cultura infantil. Faz-se necessário desenvolver uma atitude de respeito aos saberes que a criança traz à escola, adquiridos em seu meio cultural, o que, muitas vezes, envolve a discussão de temas como: a cidade em que mora, o país em que vive, o meio ambiente, a poluição dos rios e dos mares, entre outros.

Durante esse momento de problematização, houve a valorização da curiosidade das crianças, o respeito à cultura infantil e a busca por novas propostas de aprendizagem ao discutir sobre um tema levantado pela turma. As perguntas das crianças foram o ponto de partida para a investigação, como orientado na primeira etapa do Ciclo Investigativo (Wild; Pfannkuch, 1999).

5.2 Planejamento

Todos concordaram em levar o questionamento: “Por que as formigas andam em filas?” Mas, para isso, precisavam decidir qual seria a população que investigariam, como coletariam os dados e quais instrumentos utilizariam, sendo esses aspectos parte da segunda etapa do Ciclo Investigativo, voltada para o planejamento da pesquisa. Para essa etapa, a professora organizou uma roda de conversa com a turma para planejarem o andamento da investigação. Foi lançada a proposta de pesquisarem com as crianças da turma do primeiro ano do Ensino Fundamental, visto que eram as crianças com as quais elas mais interagem na escola. Então, já tinham decidido qual seria a população que pesquisariam.

Após diálogos, ficou acordado que elaborariam um questionário ilustrado composto pela pergunta da problematização e pelas alternativas, que seriam as hipóteses que foram mais apontadas pelas crianças do infantil. Para a coleta dos dados,

a professora perguntou às crianças quem desejaria fazer as perguntas do questionário às crianças do primeiro ano. Algumas se prontificaram, sendo assim, a professora formou pequenos grupos de crianças que iriam a campo entrevistar os colegas da outra turma usando o questionário elaborado.

Antes de saírem para a coleta dos dados, a professora distribuiu os instrumentos (Figura 3) aos pequenos grupos para que todas as crianças apreciassem o instrumento impresso e se familiarizassem com ele. Na ocasião, ela percebeu que as crianças queriam marcar sua opinião no questionário. Então, ela fez uma adequação a seu planejamento e propôs que cada criança marcasse sua hipótese, depois fez a tabulação dos dados coletivamente, marcando no quadro um tracinho para cada resposta das crianças. A hipótese que mais teve votos foi: *“Para não se perder da mãe”*. Embora as crianças da Educação Infantil tenham dado suas próprias respostas, os dados abordados neste capítulo referem-se apenas à pesquisa que elas realizaram com as crianças do primeiro ano. É importante destacar que as crianças da turma do infantil e as do primeiro ano estavam sempre juntas, existindo uma afetividade entre elas. Dessa forma, elas ficaram mais tranquilas para realizar a pesquisa.

Figura 3 – Instrumento usado na coleta dos dados

PORQUE AS FORMIGAS ANDAM EM FILA?

PARA NÃO SE PERDER DA MÃE.



PARA IREM PARA O MESMO LUGAR.



PARA NÃO SE PERDER DA RAINHA.



PARA IREM PARA A CASA DELAS. QUE É O FORMIGUEIRO.



Fonte: Arquivo das autoras.

5.3 Os dados produzidos

As professoras combinaram previamente um dia para a realização da coleta dos dados. No dia agendado, um pequeno grupo de crianças do infantil se dirigiu à turma do primeiro ano para explicar um pouco sobre a pesquisa e realizar o convite para a participação da turma. Após o aceite para participar, foi esclarecido que a pesquisa seria realizada individualmente e fora da sala de aula. Quando a criança do primeiro ano chegava ao local combinado, a criança pesquisadora solicitava que ele ou ela escrevesse seu nome no instrumento, lia a pergunta apoiado pelas ilustrações apontando

as alternativas. Dessa maneira, a criança entrevistada marcava com um x sua opção de resposta. A Figura 4 mostra dois momentos da coleta de dados.

Segundo a professora, esse processo foi um momento muito prazeroso para as crianças que realizavam a pesquisa, elas estavam felizes sendo pesquisadoras. As crianças do primeiro ano também demonstraram contentamento ao participarem da pesquisa. A Coordenadora Pedagógica da escola acompanhou o processo e relatou para as crianças que também estava muito curiosa para saber o motivo pelo qual as formigas andavam em fila.

Figura 4 – Crianças coletando os dados



Fonte: Arquivo das autoras.

No dia seguinte à realização das entrevistas, a professora procedeu com a organização das informações juntamente com as crianças. Foi elaborado um cartaz contendo as categorias para a organização dos dados brutos (Figura 5) que foi fixado no quadro. As crianças receberam os questionários preenchidos e, quando solicitadas pela professora, cada uma delas observava a resposta marcada em seu questionário, pegava um palito de picolé e o colava ao lado da imagem correspondente à resposta. Em

seguida, contavam a quantidade de palitos de cada categoria e a representavam numericamente. A organização coletiva dos dados desempenhou um papel importante ao permitir que as crianças refletissem sobre a classificação com base nas categorias estabelecidas, que surgiram como hipóteses levantadas pela turma. A classificação foi um momento crucial para que as crianças pensassem sobre a organização dos dados.

Figura 5 – Tabulação dos dados



Figura 6 – Construção do gráfico



Fonte: Arquivo das autoras.

Outra forma vivenciada de organização dos dados foi a confecção de um gráfico de colunas com colagem de quadradinhos de papel (Figura 6). Em outra aula, foi realizada uma conversa sobre como poderiam organizar os dados de outra maneira; assim, realizaram a leitura das informações organizadas no quadro. A seguir, a professora fez o desenho dos eixos com escala unitária, colou imagens representando as categorias e mostrou os quadradinhos recortados em cores diferentes para a construção coletiva do gráfico de colunas.

As crianças estavam bastante atentas durante a organização dos dados no gráfico. Essa representação movimentou a turma; estavam ansiosos para serem chamados ao quadro para colar o quadradinho que representava uma opinião. Cazorla *et al.* (2017, p. 58) destacam que “ao se introduzir na escola a construção de um gráfico de barras é recomendável iniciar com uma escala unitária

para que os alunos possam perceber a relação de cada sujeito e sua representação”. Ao colar os quadradinhos, as crianças estavam sendo autônomas e demonstravam compreender o que faziam. Para as autoras, essa é a forma mais adequada para representar variáveis qualitativas, quando, em cada categoria, ergue-se uma barra vertical.

5.4 Análise dos dados

Após a organização dos dados, houve a conversa com as crianças sobre o resultado, refletindo sobre os dados e lançando questionamentos: “Será que tem uma resposta correta? Vamos descobrir?” Foi organizado um momento para a turma assistir a um vídeo no *Youtube* do canal infantil *Ticolicos*, no qual o personagem Lude faz uma entrevista com um biólogo, que responde à questão central da investigação: “Por que as formigas andam em fila?” O vídeo explica o motivo de forma simples e clara, com conceitos científicos, apresentando uma música para as crianças entenderem o nome da substância que as formigas deixam pelo caminho e transmite um odor para as demais as seguirem (Por Que..., 2014).

Outro vídeo visto pela turma foi um do programa *O show da Luna*, denominado “Formidável Formiga” (2018), que apresentou várias questões científicas de uma forma apropriada à idade das crianças, como, por exemplo: “Como as formigas tão pequenas carregam coisas tão grandes? Por que carregam tanta comida? Como realizam o trabalho em equipe?” As explicações apresentadas nos vídeos ajudaram a responder aos questionamentos feitos pelas crianças, além de dar a solução à proposta central de nossa pesquisa.

De acordo com Kohan (2021, p. 45), “os educadores curiosos, perguntadores, respeitam toda e qualquer pergunta, por mais ingênua que pareça, perguntas que partem de colocar em questão a experiência cotidiana”. Dessa forma, após assistirem a cada um dos episódios selecionados, foi promovida uma roda de conversa, que tinha como fio condutor os temas abordados nos vídeos. Buscamos valorizar as perguntas elaboradas pelas crianças,

demos a elas a oportunidade de falarem respeitando os turnos de fala dos colegas, também aceitamos o desejo de algumas de não se expressarem. Por meio da escuta atenta, percebeu-se as impressões e a compreensão das crianças sobre o tema abordado nos vídeos. Realizou-se uma reflexão a respeito dos dados representados no gráfico, pois a pesquisa revelou que apenas um entrevistado sabia o real motivo pelo qual as formigas andavam em filas.

5.5 Conclusões sobre a investigação

Foi discutida com as crianças qual seria a forma de apresentação dos resultados da pesquisa para a turma do primeiro ano. Ficou acordado que apresentaríamos o gráfico de colunas, e eles também assistiriam ao vídeo da entrevista com o biólogo. Combinamos, também, que duas crianças explicariam o gráfico com a ajuda de todos; antes do dia da apresentação, essas crianças ensaiaram expondo o resultado da pesquisa para sua própria turma. O dia para a comunicação dos resultados foi previamente agendado com a docente do primeiro ano. A turma estava ansiosa, mas conseguiu apresentar de forma tranquila e todos assistiram ao vídeo.

Ao retomarmos a questão da pesquisa (“Por que as formigas andam em filas?”) e confrontarmos o resultado com a fala do biólogo do vídeo, as crianças ficaram bastante atentas. Na pesquisa feita com as crianças do primeiro ano, a opinião com menor voto (1) era a de que as formigas andam em filas para irem para o mesmo lugar, a que se aproximava à fala do biólogo e que estava cientificamente correta. Nesse momento, as crianças explicaram, com a ajuda da docente, sobre o odor que as formigas deixam pelo caminho para que as demais as sigam. Foi um debate de muitas aprendizagens, que suscitaram novos questionamentos.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, buscamos dar voz às crianças, pois, como vimos em Sarmento e Pinto (1997), elas conquistaram muitos direitos ao longo do tempo, como proteção, provisão e participação. No entanto, os autores sinalizam que, entre

esses três *P*, o último direito é o que aparece mais timidamente nas políticas e nas instituições infantis. A participação das crianças em diferentes instâncias sociais ainda é tímida. Compreendemos que, desde a Educação Infantil, devemos valorizar as falas; assim, buscamos a participação das crianças em todos os momentos em que desenvolvemos esta investigação.

6 Considerações finais

Após essas discussões, concluímos que houve grande aprendizagem para todos os envolvidos na pesquisa. As crianças da Educação Infantil, participantes da pesquisa, eram bastante tímidas, pois era o primeiro ano em que frequentavam o espaço escolar, uma vez que, devido à pandemia, não haviam cursado o ano anterior de forma presencial, mas a curiosidade sobre o tema foi crucial para o andamento da investigação e o engajamento do grupo.

Refletindo sobre nosso objetivo, analisar uma investigação realizada por crianças de 5 anos, levando em consideração as etapas do Ciclo Investigativo, a fim de compreender o desenvolvimento do letramento estatístico em um contexto significativo para elas, podemos afirmar que o ponto principal da investigação foi o fato de ela ter sido movida pela curiosidade das crianças e da professora. Cada etapa foi planejada com esmero, sempre pensando na criança como ser capaz de pensar e de agir. Houve o protagonismo das crianças durante toda a investigação, desde a escolha do tema até a comunicação de seus resultados.

Vale ressaltar que a aprendizagem sobre um conhecimento científico causou certo impacto nas crianças entrevistadas, pois consideramos que suas opiniões, no momento da pesquisa, foram influenciadas por suas crenças, por questões emocionais relacionadas ao medo de as formigas se perderem da mãe ou ficarem longe de suas casas. No entanto, o fato científico, embora tenha impactado, não conduziu ao aborrecimento.

Cabe relatar que outras propostas foram vivenciadas, mas elas não foram foco de discussão neste capítulo, como a inclusão de músicas envolvendo formiga, brincadeiras com rimas, produção de desenhos das formigas e exposição no mural, leitura de livros literários, entre outras atividades. O trabalho com o Ciclo Investigativo possibilitou uma abordagem envolvendo diversos conhecimentos, o que é fundamental para o ensino na Educação Infantil.

Como vimos, a investigação surgiu a partir de uma curiosidade de algumas crianças que foi se tornando uma curiosidade de duas turmas. Acreditamos que, durante a investigação, houve muita aprendizagem, tanto para as crianças quanto para os adultos envolvidos. Finalizamos refletindo sobre um trecho do livro de Kohan (2021), *Paulo Freire: um menino de 100 anos*. A obra de Freire nos instiga a valorizar a curiosidade e nos permite ser infantis, no sentido de não deixar de sermos curiosos e questionadores pois, “uma vida curiosa, incansável, insatisfeita, mobilizada, vivaz, esperançosa é uma vida infantil sem importar a idade cronológica de quem a vive” (Kohan, 2021, p. 51).

Referências

ALSINA, Á. Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. **Épsilon**: Revista de Educación Matemática, Andalucía, v. 34, n. 95, p. 25-48, 2017.

ALSINA, A.; VÁSQUEZ, C.; GÓMEZ, O. Contar cuentos para contar datos: vínculo entre la literatura, la estadística y la probabilidad en Educación Infantil. **Revista Educação Matemática**, Campina Grande, v. 10, n. 1, p.7-23, 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução nº 5, de 17 de dezembro de 2009**. Brasília, DF: CEB/CNE/MEC, 2009.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. **Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental**. Brasília, DF: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017.

FORMIDÁVEL FORMIGA. [S. l., s. n.], 2018. 1 vídeo (12m07s). Publicado pelo canal O show da Luna. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=uxbp9jAozRA&tab_channel=OShowdaLuna%21. Acesso em: 16 maio 2022.

FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança**: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GAL, I. Adults statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, [s. l.], v. 70, n. 1, p. 1-25, abr. 2002.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V. Estatística no Ensino Fundamental: A pesquisa como eixo estruturador. *In*: BORBA, R. E. S. R.; MONTEIRO, C. E. F. **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: UFPE, 2013.

KOHAN, W. O. Paulo Freire: outras infâncias para a infância. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 34, p. 1-33, 2018.

KOHAN, W. O. **Paulo Freire**: um menino de 100 anos. 1. ed. Rio de Janeiro: NEFI, 2021.

KOHAN, W. O. A infância da educação: o conceito devir criança. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro, 2002.

LIRA, F. L. de; CARVALHO, L. M. T. L. de. Letramento estatístico e ciclo investigativo na formação continuada de professores da Educação Infantil. *In*: MONTEIRO, C. E. F.; CARVALHO, L. M. T. L. **Temas emergentes em Letramento Estatístico**. Recife: Editora Universitária UFPE, 2021. p. 291-315.

LOPES, Celi Espasandin. A Educação Estocástica na Infância.

Revista Eletrônica de Educação, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 160-174, 2012.

POR QUE AS FORMIGAS ANDAM EM FILA? [S. l., s. n.], 2014. 1 vídeo (3m34s). Publicado pelo canal Ticolicos. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=6hkY-nqjdMs&ab_channel=Ticolicos-CanalInfantil. Acesso em: 16 maio. 2022.

RINALDI, Carla. **Diálogos com Reggio Emilia**: escutar, investigar e aprender. Tradução de Vania Cury. 1. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2012.

SARMENTO, M. J.; PINTO, M. As crianças e a infância: definindo conceitos, delimitando o campo. *In*: PINTO, M.; SARMENTO, M. J.(coord.) **As crianças**: contextos e identidades. Braga: Universidade do Minho, 1997.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statical Review**, [S. l.], v. 67, n. 3, p. 223-265, 1999.

HISTÓRIAS EM QUADRINHOS NA SALA DE AULA: UMA ABORDAGEM SOBRE ESTATÍSTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Izabela Cristina Bezerra da Silva¹

Gilda Lisbôa Guimarães²

1 Introdução

Trazer para a prática pedagógica conteúdos relacionados à Estatística é algo que deve ser explorado e ensinado pelos professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que essa unidade temática contribui para a formação cidadã dos alunos. Desde muito cedo, as crianças são capazes de realizar atividades que permitam uma abordagem sobre pesquisa em sala de aula, estimulando o pensamento crítico e reflexivo.

Considerando a pesquisa como eixo estruturador do ensino e da aprendizagem de Estatística, como argumentam Guimarães e Gitirana (2013), é fundamental que os alunos participem de pesquisas envolvendo todo o ciclo investigativo, sendo produtores e consumidores de informações estatísticas. Essa perspectiva é apontada também na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), a qual aponta que pesquisas são uma forma de compreender

1 Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica na Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. E-mail: izabelacristinabs@gmail.com. Pesquisa com o apoio da FACEPE.

2 Professora Titular da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. E-mail: gilda.lguimaraes@gmail.com

o mundo.

A abordagem do ciclo investigativo envolve a definição dos objetivos a serem investigados, o levantamento de hipóteses, a definição da amostra, a coleta e a classificação dos dados, a sistematização dos dados em gráficos e/ou tabelas, a análise, a conclusão e novos questionamentos que surgem levando a novas pesquisas, caracterizando-se, então, como um ciclo.

Para trabalhar com os alunos o ciclo investigativo, as histórias em quadrinhos (HQs) podem ser um recurso para a aprendizagem de Estatística, uma vez que são motivadores e acessíveis para professores e alunos. As HQs são ferramentas potencializadoras no processo de ensino, como aponta Vergueiro (2014), e podem ser trabalhadas de maneira interdisciplinar com diversos conteúdos matemáticos. Assim, buscamos, neste capítulo, analisar a aprendizagem de conceitos estatísticos por alunos do 5º ano por meio de um processo interventivo, contemplando o ciclo investigativo e utilizando histórias em quadrinhos (HQs).

2 O ciclo investigativo da pesquisa

Assim como Gal (2002), acreditamos na importância de as pessoas serem letradas estatisticamente para serem cidadãs. A perspectiva do Letramento Estatístico valoriza a necessidade e capacidade do sujeito interpretar criticamente a informação Estatística. Da mesma forma, desde a Educação Infantil, consideramos fundamental que os estudantes sejam produtores críticos de conhecimento. Para que isso de fato ocorra, os estudantes precisam realizar análises de maneira crítica, emitindo opiniões baseadas nos dados e buscar conclusões para as situações postas. A ideia de relacionar os dados numa perspectiva crítica propicia a valorização do questionamento autônomo pelos alunos, levando-os a analisar os fatos além do que se lê ou escuta. Para Guimarães (2014), é pela aprendizagem de Estatística que o aluno pode interpretar as informações para emitir suas opiniões e construir argumentos para compreender o mundo.

Nessa mesma perspectiva, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) enfatiza o ensino da Estatística desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ressaltando que os alunos desenvolvam a capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados para que se obtenham conclusões para estimular o pensamento crítico e reflexivo. Nesse sentido, a Educação Estatística não apenas auxilia a leitura e a interpretação de dados, mas permite que uma pessoa possa analisar e relacionar criticamente os dados que lhe são apresentados, questionando-os e, até mesmo, ponderando sua veracidade.

De acordo com Guimarães e Gitirana (2013), a pesquisa deve ser o eixo estruturador para o ensino de Estatística. Nessa perspectiva, realizar atividades envolvendo pesquisas é uma forma de promover a construção do pensamento estatístico de modo interdisciplinar, perpassando por diversas áreas do conhecimento. Além disso, pode incentivar a interação entre os alunos, realizando uma construção coletiva de conhecimento. A realização de uma pesquisa pode ser compreendida como um ciclo investigativo, uma vez que, quando se chega à conclusão, novos questionamentos surgem o que leva a novas pesquisas, caracterizando-se como um ciclo. Os alunos devem ser estimulados a percorrer todas as fases do ciclo investigativo (Figura 1) em pesquisas de interesse da turma para a produção de conhecimentos novos.

Figura 1 - O ciclo investigativo da pesquisa



Fonte: Guimarães e Gitirana (2013, p. 97).

As autoras argumentam que é importante realizar, de forma simultânea, pesquisas envolvendo todo o ciclo ou dando maior ênfase para uma ou mais fases do ciclo. É importante mencionar que se uma das fases do ciclo investigativo não for bem desenvolvida, pode comprometer toda a pesquisa. Os professores devem realizar um planejamento cuidadoso e avaliar o desenvolvimento de atividades que contemplem pesquisas de maneira articulada com seus alunos.

A primeira fase do ciclo investigativo é a definição da questão/objetivo que deverá ser respondida/atingido, é o primeiro passo para se realizar uma pesquisa. Os professores devem estimular os alunos a elaborarem questões em diferentes contextos, nas quais reflitam sobre a realidade, favorecendo o pensamento crítico e despertando a sua curiosidade. No levantamento de hipóteses, os alunos devem ser levados a refletirem sobre uma temática específica, expondo, dessa maneira, seus pontos de vistas. Por meio de uma afirmação, a hipótese é apresentada e pode ser confirmada ou negada. Nessa fase do ciclo investigativo, é importante que os alunos levantem os seus conhecimentos prévios a respeito de um determinado assunto, estabelecendo ótimas discussões em sala de

aula.

Após o levantamento de hipóteses, é necessário definir a amostra ou população que deverá ser investigada. É importante que o professor faça a distinção de ambos os conceitos, pois os alunos podem demonstrar incompreensões. A população está relacionada a um conjunto de elementos que podem ser objetos, pessoas, itens e a amostra será a parte representativa dessa população. É fundamental considerar, nesse momento, a variabilidade da população que deve estar na amostra. Durante a coleta de dados, os alunos devem refletir sobre quais as melhores formas para coletá-los, buscando informações que podem responder a questão da pesquisa. A partir do momento que os alunos coletam dados, eles os compreendem melhor para analisá-los.

Após a coleta dos dados, é necessário classificá-los. Para realizar a classificação, deve-se atender a dois critérios: exaustividade (todos os elementos precisam estar em algum grupo) e exclusividade (os elementos não podem estar em mais de um grupo). Os professores devem sempre estimular o pensamento lógico dos alunos, levando-os a refletirem sobre as maneiras de organizar os dados pesquisados. É fundamental, também, permitir que os alunos compreendam que os mesmos elementos podem ser classificados de diferentes maneiras. Quem classifica define o critério em função de seus objetivos.

No registro/representação dos dados, pode-se utilizar tabelas ou gráficos. Dessa maneira, é imprescindível que os alunos, auxiliados pelo professor, explorem os elementos contidos nelas (título, nome dos eixos, escala, fonte etc.). A análise/interpretação dos dados é a fase em que os alunos fazem a relação dos dados para compreender as informações coletadas. O professor sempre deve trazer situações que desafiem sua turma a analisarem e refletirem sobre os dados que estão sendo tratados.

Na conclusão, é importante ressaltar que os alunos devem tirar suas conclusões de acordo com os dados pesquisados e não pelas opiniões pessoais. A partir das conclusões, podemos nos

posicionar diante dos fatos e buscar posicionamentos/soluções para eles. Por meio das conclusões, é possível surgir novos objetivos de pesquisa diferentes dos que já estão sendo propostos, permitindo o surgimento de novos ciclos investigativos.

Acreditamos que o ensino de Estatística, em sala de aula, permite uma abordagem com diferentes situações no ambiente escolar ou da realidade física ou social. Dessa maneira, é necessário ampliar as pesquisas, explorando as aprendizagens dos alunos, os objetivos a serem ensinados e a prática docente nos diversos níveis da Educação Básica.

3 Histórias em quadrinhos no ensino de Estatística

Utilizar diferentes tipos de linguagens em sala de aula para que o aluno construa seu próprio conhecimento de maneira interdisciplinar é uma tarefa desafiadora para qualquer professor. Acreditamos que os alunos devem ser levados a compreender que os conhecimentos adquiridos podem contribuir para um melhor convívio em sociedade. Uma dessas linguagens é a história em quadrinhos (HQs).

Se no passado as histórias em quadrinhos foram bastante criticadas por professores e integrantes da comunidade escolar, como apontam Vergueiro e Ramos (2009), hoje em dia elas são apresentadas como recursos pedagógicos importantes. De acordo com o Vergueiro (2014), as histórias em quadrinhos possuem um grande potencial pedagógico, visto que promovem o desenvolvimento de habilidades e competências dos alunos. Porém, para se ter uma boa utilização das HQs em sala de aula, é importante que o professor, ao selecionar os materiais, considere a idade dos alunos, os objetivos educacionais, o tema, a linguagem e o desenvolvimento do aluno.

Alguns autores (Peripolli; Barin, 2018; Araujo; Trindade; Oliveira, 2019; Cordeiro; Cardozo; Silva, 2019) apontam que as HQs podem ser usados como recursos educacionais

potencializando o ensino e aprendizagem. Porém, apesar das HQs serem consideradas como um ótimo recurso para que os professores explorem conteúdos matemáticos, são poucos os estudos que trazem essa abordagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A maioria das pesquisas enfatiza o uso das HQs nos anos finais do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio.

Com abordagem sobre o ensino e aprendizagem de Estatística, utilizando as histórias em quadrinhos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, encontramos um único estudo de Silva e Guimarães (2022), autoras desse capítulo. Nele, elas evidenciam as amplas possibilidades de um trabalho interdisciplinar, contextualizando as HQs e a Estatística.

4 Caminhos trilhados durante o processo interventivo

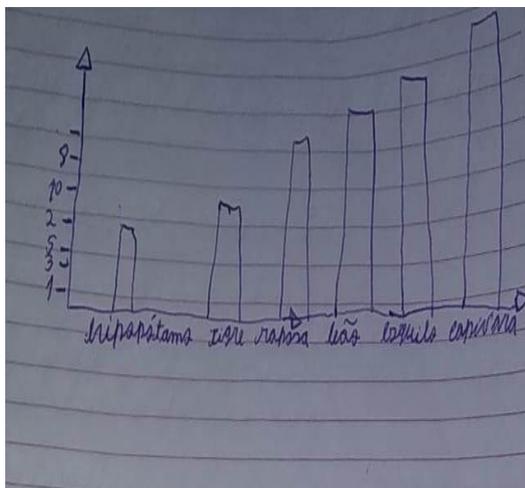
Participaram das atividades propostas duas turmas de 5º ano de escolas localizadas na cidade de Jaboatão dos Guararapes – Pernambuco. Cada turma tinha aproximadamente 25 alunos. Devido ao contexto ocasionado pela pandemia da Covid-19, as intervenções ocorreram de maneira híbrida, ou seja, metade da turma de maneira presencial e a outra metade *online*, pela plataforma *Google Meet*.

Com o propósito de saber o que os alunos já sabiam sobre conceitos estatísticos, primeiro realizamos uma diagnose individual com eles. Nessa sondagem, foram propostas atividades que exploravam diferentes fases do ciclo investigativo: levantamento de hipóteses, amostra, classificação e representação de dados em gráfico. Consideramos fundamental que o professor (aqui as pesquisadoras) saiba o que os alunos já conhecem para planejar suas aulas.

Na diagnose, mais de 70% dos alunos levantaram hipóteses, mais de 90% analisaram um gráfico de forma correta e mais de 70% confrontaram corretamente suas hipóteses com os dados reais do gráfico. Já em relação ao conceito de amostra, os alunos apresentaram baixo desempenho tanto em relação à função

da amostra quanto o que se refere a sua representatividade. Em relação à classificação, ao contrário do estudo de Cabral (2016), mais de 80% dos alunos criaram critérios para classificar objetos de maneira correta. Finalmente, na quarta atividade, que apresentava uma tabela e os alunos tinham que construir um gráfico (Figura 2), metade dos alunos construiu um gráfico, mas com ausência de título, nome dos eixos e, principalmente, com escala com erros na proporcionalidade dos intervalos, como evidenciado em outros estudos (Pontes; Guimarães, 2021; Guimarães; Cavalcanti; Evangelista, 2020, entre outros).

Figura 2 - Gráfico sem título, nome dos eixos escala equivocada



Fonte: Arquivo das autoras.

Uma vez analisado o conhecimento prévio dos alunos, foi realizada uma intervenção de dois dias (aproximadamente 4h no total) em cada turma. Durante as intervenções, os alunos percorreram todas as fases do ciclo investigativo de Guimarães e Gitirana (2013), refletindo sobre cada fase e suas relações. Ambas as intervenções foram realizadas, partindo de HQs, por uma das pesquisadoras que é também professora dos anos iniciais.

No primeiro dia, a HQ da Turma da Mônica apresentava

uma situação de votação do líder do grupo que culminava com uma reflexão sobre a população dos eleitores. Essa HQ apresentava, assim, uma situação Estatística. No segundo dia, a HQ com a Turma da Luluzinha não apresentava nenhuma situação Estatística, uma vez que a situação problema era como o grupo de meninos ou meninas podia ganhar dinheiro. Para trabalhar com pesquisa realizada pelos alunos a partir de uma HQ, ela não precisa envolver Estatística. Para o trabalho com pesquisa tendo uma HQ como recurso, basta apresentar uma situação problema que permita uma investigação. A história da HQ será, além de motivadora, quem coloca a problemática a ser investigada. Além disso, será possível, ao final da pesquisa dos alunos, comparar os resultados encontrados pela HQ e pelas crianças, confrontando os dados e proporcionando ricas argumentações.

As situações problemas propostas nas HQs foram o ponto de partida das pesquisas realizadas pelos alunos. A pesquisadora começava a leitura da HQ e, quando apresentada a situação problema, a leitura era pausada. Em seguida, a turma era questionada sobre como eles podiam resolver a problemática, dando início ao ciclo investigativo. Após a conclusão da turma, a professora/pesquisadora lia o final da história e, em seguida, eram comparadas as conclusões.

5 Primeira intervenção

Na primeira intervenção, utilizamos a história em quadrinhos “*É hora de Cascao Já!*”³. Para a realização da aula de forma híbrida, os alunos da sala acompanhavam a leitura projetada pelo *Datashow* (Figura 3) e os alunos *online* em seus computadores em casa.

3 Disponível em: <https://arquivosturmadamonica.blogspot.com/2016/09/cascao-hq-hora-de-cascao-ja.html>

Figura 3 - Leitura da HQ pelo *Datashow*

Fonte: Arquivo das autoras.

Inicialmente, a pesquisadora explorou a capa da HQ, leu o título e perguntou para os alunos o que eles achavam que ia acontecer na história. Animados, eles iam apresentando seus conhecimentos prévios sobre o gênero HQ, os personagens e o tema.

P: Como vocês acham que deve ser a HQ? O que será que vai acontecer entre a Mônica e o Cascão?

Turma 1

Tia, tia, o Cascão vai virar presidente! (A40 - online)

Cascão, com os amigos, vai querer aprontar. Eles estão segurando umas placas na mão. (A37 - presencial)

Turma 2

Eu acho que eles vão fazer alguma coisa pra o Cascão ser o dono da rua. (A54 - online)

Eu acho que eles vão se vingar da Mônica; sempre é assim... Os meninos sempre aprontam com a Mônica! (A46 - presencial)

Foi iniciada a leitura e os alunos ouviam atentamente. A partir da situação-problema: “Qual o melhor candidato para liderar a rua?”, a leitura da HQ foi interrompida para que os alunos levantassem suas hipóteses dos principais fatores para que Mônica ou Cascão pudessem ser eleitos. Cada aluno defendeu sua hipótese e todos, nas duas turmas, argumentaram a respeito dos seus diferentes pontos de vista:

Turma 1

A Mônica é limpinha. O Cascão com aquele cheiro dele vai afastar todo mundo! (A40 - online)

A Mônica! Acho que ela seria mais cuidadosa com a rua. (A35 - presencial)

Turma 2

O Cascão é esperto e vai ganhar isso! (A54 - online)

Mônica, ela já era dona da rua, é forte e não procura problemas, ela só se defende. (A51 - presencial)

Após a definição dos principais fatores para a Mônica e o Cascão serem eleitos, foi iniciado um novo diálogo com os alunos sobre a definição da amostra e a população, conceitos para os quais eles haviam apresentado incompreensões na diagnose. A pesquisadora/professora utilizou o exemplo dos personagens da HQ.

Turma 1

P: Agora que vocês já sabem o que é amostra e população, para nossa pesquisa quem será a população?

Tia, acho que é os alunos daqui. (A45 - online)

É os alunos que estão na sala. (A34 - presencial)

Turma 2

Depois de aprenderem o conceito e exemplos de uma amostra e de uma população, vocês podem me dizer quem vai ser a

população da nossa pesquisa? (P)

São os alunos, tia! (A57 - online)

Se os amigos da Mônica e do Cascão que são população, aqui é quem tá na sala. (A49 - presencial)

Posteriormente, os alunos foram conduzidos pela pesquisadora a coletarem os dados da pesquisa por meio de votações. Todos os alunos participaram votando em uma das situações propostas em cada turma, a maioria justificou suas escolhas:

Turma 1

O Cascão é o melhor e legal com os amigos. A Mônica é muito estressada! (A32 - presencial)

Voto na Mônica. Ela vai ser melhor que o Cascão! (A37 - presencial)

Turma 2

Escolho o Cascão; os meninos são mais espertos. (A54 - online)

Tia, acho que a Mônica seria mais cuidadosa com a rua e o bairro. (A57-online)

A Mônica já era a dona da rua; esperta, não procura problema, só se defende! (A49 - presencial)

Para contabilizar os votos dos alunos sobre quem eles achavam que devia ser o líder, a pesquisadora solicitou que os alunos que estavam participando da aula de maneira presencial levantassem as mãos (Figura 4) e os alunos *on-line* votassem pelo chat da plataforma *Google Meet* (Figura 5).

Figura 4 - Votação com as mãos



Figura 5 - Votação pelo Google Meet



Fonte: Arquivo das autoras.

Após o encerramento das votações, a pesquisadora começou uma nova conversa sobre o conceito de classificação, explicando para os alunos a importância de se estabelecer os critérios de exclusividade (nenhum dos elementos deve ficar em mais de um grupo) e exaustividade (todos os elementos precisam ficar em algum grupo). Porém, nessa pesquisa, não era preciso classificar, pois havia dois candidatos: Mônica e Cascão. Assim, a pesquisadora estimulou os alunos a criarem formas de classificar os alunos da turma:

Turma 1

Tia, quem tá de farda aqui no Meet e quem tá sem farda! (A40 - online)

Pode fazer também de quem está em casa na aula pelo Meet e quem está aqui na sala. (A37 - presencial)

Turma 2

O meu é de grupo de meninos e grupo de meninas na aula. (A54 - online)

Tia, vou falar um diferente de todo mundo. Quem tem garrafa e quem tem copo para beber água! (A49 - presencial)

Diante do baixo desempenho na construção de gráficos apresentado pelos alunos na diagnose, na primeira intervenção, optou-se por construir coletivamente um gráfico convidando um aluno da turma (Figuras 6) para o registro. Foi sendo enfatizada a

necessidade de colocar título, eixos, escala, fonte.

Figura 6 - Gráfico construído coletivamente



Fonte: Arquivo das autoras.

Através da pesquisa feita em sala, os alunos chegaram à conclusão de que a Mônica era a melhor candidata para liderar a rua. Muitos fatores estabelecidos pelos alunos fizeram com que a Mônica pudesse vencer a eleição, tendo argumentos parecidos na turma 1 e na turma 2.

A leitura da HQ foi retomada até o final. Os alunos puderam comparar os dados reais obtidos em sala de aula durante a pesquisa com os dados fictícios da história em quadrinhos. Na história, após uma campanha eleitoral bem disputada, a Mônica vence a eleição, apesar de na população ter um menino a mais. O personagem Cascaão, que não queria ser eleito, votou secretamente na Mônica, sendo esse voto decisivo para a vitória dela, mostrando dessa maneira o humor da HQ e proporcionando uma reflexão sobre amostra e voto secreto.

Turma 1

Ô tia, e se fosse empate? Quem podia ganhar nessa confusão toda? (A40 - on-line)

A Mônica ganhava e a vice era a Magali. (A35 - presencial)

Turma 2

Não acho justo a Mônica levar a melhor; os meninos eram pra ver os votos todos! (A57 - on-line)

A Mônica era pra fazer dupla com o Cascão, ele vice. Sempre tem nas eleições essas coisas, né? (A49 - presencial)

6 Segunda intervenção

A segunda intervenção ocorreu de maneira híbrida na turma 1 e presencial na turma 2, com os alunos animados e curiosos para participar da atividade. A HQ utilizada foi “O lava-rápido canino”⁴. Essa HQ não traz nenhuma menção a dados estatísticos, mas permitiu uma abordagem para a realização de uma pesquisa em sala de aula, como descrevemos a seguir. Ressaltamos que as HQs não precisam apresentar conceitos estatísticos de forma explícita para serem trabalhadas, buscando a aprendizagem de conceitos estatísticos. O trabalho proposto com elas é que permite a aprendizagem desses conceitos.

Do mesmo modo como ocorreu na primeira intervenção, a pesquisadora/professora iniciou a leitura apresentando a capa da HQ, perguntando para os alunos como seria a história:

Turma 1

Tia, esses meninos aprontou alguma coisa... (A40 - online)

O Bolinha e a Luluzinha levou seus cachorros nesse lava-rápido. (A35 - presencial)

Turma 2

Eu acho que eles vão visitar um lava-rápido. (A49 (presencial)

Eles vão trabalhar no lava-rápido. Canino é de cachorro! (A53 - presencial)

4 Disponível em: https://issuu.com/coquetelediouro/docs/luluzinha_classica_quadinhos

Na turma 1, a leitura ocorreu de maneira simultânea utilizando o recurso de *Datashow* para os alunos que estavam *online* e presencial. Na turma 2, a leitura aconteceu apenas para os alunos que estavam de maneira presencial com a HQ impressa (Figura 7).

Figura 7 - Leitura da HQ com os alunos apenas no presencial



Fonte: Arquivo das autoras.

Quando a HQ apresentou a situação problema, a leitura foi interrompida para que os alunos pudessem resolver: Como os meninos (Bolinha e seus amigos) podem fazer para conseguir dinheiro? A partir disso, os alunos levantaram diversas hipóteses:

Turma 1

Ficar junto da Luluzinha, ajudando com os cachorros. (A40 - online)

Eles podem trabalhar juntos e também podem querer ter um lava-rápido de felinos! (A45 - on-line)

Tendo outra ideia para ganhar dinheiro: vender alguma coisa... trufas... (A34 - presencial)

Turma 2

Tia, eles podem trabalhar juntos. (A49 - presencial)

Falar com a Luluzinha pra ela vender o lava-rápido pra eles. (A53 - presencial)

Era melhor criar o lava-rápido dele com os amigos. (A54 - presencial)

Passar com outros cães. (A52 - presencial)

Imediatamente os alunos começaram a dizer que precisavam definir a população que, novamente, seriam eles. Os alunos souberam classificar os dados pesquisados, separando-os em dois grupos e atendendo aos critérios de exaustividade e exclusividade.

Na turma 1, os alunos decidiram que iriam votar entre Bolinha criar seu próprio lava-rápido e Bolinha comprar o lava-rápido da Luluzinha. Já na turma 2, votariam entre fazer um lava-rápido para felinos e fazer outro lava-rápido canino. Os dados foram coletados por meio de uma votação secreta (Figura 8) em pequenos papezinhos disponibilizados pela pesquisadora em cada turma. Os alunos que estavam *on-line* confeccionaram suas fichas, compartilhando com a pesquisadora seus votos pela câmera da plataforma *Google Meet*. Diversificar as maneiras de votar é uma atividade interessante.

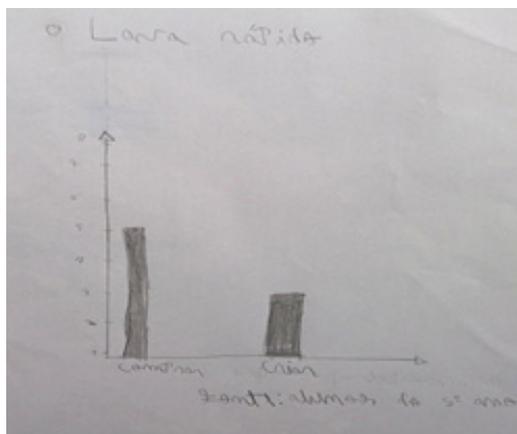
Figura 8 - Alunos votando



Fonte: Arquivo das autoras.

Com a votação encerrada a pesquisadora solicitou que os alunos construíssem seu gráfico de barras, individualmente, com os respectivos elementos: título, eixos, escala e fonte (Figura 9).

Figura 9 - Gráficos construídos por um aluno



Fonte: Arquivo das autoras.

Pela pesquisa realizada em sala, os alunos da turma 1 chegaram à conclusão de que o Bolinha e seus amigos deveriam comprar outro lava-rápido canino. Na turma 2, os alunos decidiram que o Bolinha e seus amigos deviam criar outro lava-rápido para cães. Após o término das discussões sobre a pesquisa, a HQ foi retomada para que os alunos comparassem suas conclusões com o desfecho da história:

Turma 1

O Bolinha pegou o lava-rápido da Luluzinha. Isso não foi bom! Aqui foi de fazer outro lava-rápido. (A42 - online)

Ô tia, a história que mais gostei foi essa, mas a gente fez diferente. (A39 - presencial)

Turma 2

Ele roubou o lava-rápido da Luluzinha e acabou ficando sem nada. Nós achamos melhor que ele comprasse o lava-rápido. (A57 - presencial)

Não gostei do que fez o Bolinha: pegar os cachorros sem pedir a Luluzinha. Bem feito! Deu tudo errado! (A49 - presencial)

As histórias em quadrinhos não só permitiram criar temas motivadores para os estudantes, como também oportunizaram a vivência de todas as fases do ciclo investigativo proposto por Guimarães e Gitirana (2013). Os estudantes compararam amostras, criaram soluções a serem comparadas com as da HQ, o que os levou a uma reflexão crítica sobre as decisões que podem ser tomadas diante das informações. Assim, as HQs permearam todo o processo da pesquisa, criando situações que levavam os estudantes a argumentarem seus pontos de vista. As HQs são recursos pedagógicos bem acessíveis para os alunos, como afirmado por eles, pois, nas duas turmas, a maioria afirmou ler, reconhecendo alguns personagens, tornando as intervenções em uma experiência prazerosa de ser desenvolvida pelo fato de os alunos afirmarem gostar de ler HQs e ficarem entusiasmados por saber o desfecho de cada história.

Entretanto, consideramos que histórias em quadrinhos, como qualquer outro recurso, permitem a aprendizagem se a condução das intervenções for realizada por um professor que tenha domínio conceitual e que leve a turma a refletir sobre a função da Estatística e os conceitos envolvidos em uma pesquisa para tomadas de decisão. No estudo descrito neste capítulo, os alunos desenvolveram pesquisas, interpretaram informações e argumentaram sobre suas opiniões para compreender o mundo, como ressalta Guimarães (2014). Dessa forma, podemos observar que os alunos construíram e interpretaram as informações de forma crítica na direção de uma formação de cidadãos letrados estatisticamente.

7 Considerações finais

Neste estudo, buscamos analisar a aprendizagem de conceitos estatísticos por alunos do 5º ano por meio de um processo interventivo contemplando o ciclo investigativo utilizando histórias em quadrinhos (HQs). Assim, os estudantes foram estimulados a definir objetivos, levantar hipóteses sobre o tema, elaborar critérios

para classificar os dados, coletar dados por meio de eleições, analisar os dados obtidos na pesquisa e realizar conclusões, comparando os dados reais com os dados fictícios (HQs), sempre sendo incentivados a justificar suas escolhas, desenvolvendo a argumentação.

As intervenções com HQs proporcionaram ótimas discussões em sala, favorecendo a aprendizagem de conceitos estatísticos e o desenvolvimento da linguagem. Essa conexão favoreceu uma aprendizagem participativa, interativa, despertando nos alunos a imaginação e o prazer em aprender Estatística.

Referências

ARAUJO, F. P. S.; TRINDADE, A. K. B.; OLIVEIRA, L. J. N. Histórias em quadrinhos como ferramenta de contextualização de conceitos matemáticos. **Ensino da matemática em Debate**, [s. l.], v. 6, p. 32-41, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Brasília: MEC, 2018.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. **Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017.

CORDEIRO, N. J. N.; MAIA, M. G. B.; SILVA, C. B. P. O uso de histórias em quadrinhos para o ensino de Educação Financeira no ciclo de alfabetização. **TANGRAM- Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 2, p.3-20, 2019.

GAL, I. AdultsStatisticalLiteracy: meanings, components, responsibilities. **InternationalStatistical Review**, Netherlands, v.70, n.1, p. 1-25, 2002.

GUIMARÃES, G. Estatística nos anos iniciais. In: TV ESCOLA/ Salto para o futuro: **Estatística e combinatória no ciclo de alfabetização**. Ano XXIV, Boletim 6, 2014, p. 18-23.

GUIMARÃES, G.; CAVALCANTI, M.; EVANGELISTA, B.

Ensino e aprendizagem de escalas representadas em gráficos: alunos do ensino regular e EJA dos anos iniciais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, [s. l.], v.15, 2020.p.43 - 59.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V. Estatística no ensino fundamental: a pesquisa como eixo estruturador. *In*: BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Org.). **Processos de Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: Editora UFPE, 2013. p. 93-132.

PERIPOLLI, P. Z.; BARIN, C. S. Uso pedagógico de quadrinhos no ensino de Matemática. **CIET; EnPED**, 2018. p. 2316-8722.

PONTES, M.; GUIMARÃES, G. Construção de gráficos de barras a partir de diferentes recursos: lápis e papel e software Excel. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v.6, 2021.p.43 - 64.

SILVA, I; GUIMARAES, G. O ciclo investigativo da pesquisa nos anos iniciais do ensino fundamental: intervenções pedagógicas utilizando histórias em quadrinhos para o ensino de estatística. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14. 2022, Brasília. **Anais [...]**. Brasília(DF) *On-line*, 2022.

VERGUEIRO, W.; RAMOS, P. **Quadrinhos na educação: da rejeição à prática**. São Paulo: Contexto, 2009.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. *In*: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Org.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 2014. p. 7-29.

DA INTUIÇÃO À FORMALIZAÇÃO: ABORDANDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO¹

Lidiane Ribeiro Rodrigues Gaioti²

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon³

1 Introdução

Durante o primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), campus Cachoeiro de Itapemirim, a primeira autora deste capítulo iniciou o seu contato com a resolução de problemas. Esse momento proporcionou o conhecimento da heurística de Polya, das diferentes interpretações de resolução de problemas e dos diferentes tipos de problemas matemáticos. Através de atividades em grupo, foi possível vivenciar a prática da resolução de problemas e perceber o potencial dessa metodologia, que permite reflexões significativas sobre matemática. Assim, a resolução de problemas se mostrou uma abordagem promissora para tornar o processo de ensino e de aprendizagem mais dinâmico, evitando que se limitasse a simplesmente copiar e repetir fórmulas.

Durante o período de estudo na disciplina análise

1 Este artigo deriva de um TCC vinculado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Ifes, campus Cachoeiro de Itapemirim.

2 Especialista em Tópicos em Matemática. Professora substituta do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: lidianer.rodriguesgaioti@gmail.com

3 Doutora em Educação. Professora do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br

combinatória, ainda no curso de Licenciatura em Matemática, foi possível compreender o processo para chegar às fórmulas dos agrupamentos por meio de uma abordagem centrada na resolução de problemas. A formalização do conteúdo tornou-se clara à medida que o professor da disciplina iniciava cada agrupamento por meio de problemas, incentivando os estudantes a questionarem e a elaborarem estratégias para a resolução. O envolvimento ativo dos alunos resultou em tentativas e discussões, culminando com a formalização das ideias pelo professor junto com a turma. Essa experiência significativa, no aprendizado de combinatória, motivou a pesquisar sobre resolução de problemas e sua viabilidade no ensino do conteúdo em questão na educação básica.

Por outro lado, um cenário completamente diferente era visto na escola de educação básica durante o estágio não obrigatório. Ao acompanhar aulas de matemática em que o conteúdo abordado era análise combinatória, notou-se que o professor apresentava diretamente as fórmulas para cada tipo de agrupamento e, em seguida, mostrava um exemplo e instruía os estudantes que as aplicassem para resolver alguns exercícios de fixação. Esse modo de trabalho parecia deixar os alunos com dificuldades na interpretação das questões, pois eles não conseguiam conceber um plano coerente para a resolução, uma vez que não compreendiam o conteúdo, tampouco sabiam qual fórmula utilizar. Além disso, eles não conseguiam identificar os agrupamentos combinatórios implícitos nos enunciados das questões, fato que evidenciava uma lacuna na compreensão do modelo combinatório subjacente (Zanon, 2019; Godino; Batanero; Navarro-Pelayo, 1996).

Diante disso, optou-se por eleger a análise combinatória como objeto matemático deste estudo, pois, além das experiências vivenciadas no estágio não obrigatório, ao estudar este conteúdo na educação básica, a primeira autora desde artigo encontrou dificuldades semelhantes às observadas nos estudantes das turmas acompanhadas. Naquela ocasião, o ensino desse conteúdo também se limitou à aplicação de fórmulas.

Segundo um levantamento conduzido por Zanon (2019),

ao analisar pesquisas relacionadas ao ensino de análise combinatória, foi possível constatar que estudantes do ensino médio relataram motivos e razões similares às mencionadas anteriormente. Os pesquisadores também manifestaram preocupação em relação ao ensino desse tópico, ressaltando que muitas vezes ele é abordado com foco excessivo em fórmulas e procedimentos, o que dificulta a compreensão por parte dos discentes.

Diante do contexto apresentado, surgiu a motivação de investigar sobre o ensino dos agrupamentos simples de combinatória, por meio da resolução de problemas. Dessa forma, a pesquisa foi direcionada para responder à seguinte indagação: “como a resolução de problemas enquanto metodologia de ensino de matemática pode contribuir para a aprendizagem dos agrupamentos simples de combinatória de alunos da 2ª série do ensino médio?” Pretende-se verificar como a resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino de matemática, pode contribuir para a aprendizagem dos agrupamentos simples de arranjo de alunos da 2ª série do ensino médio. De modo mais específico, objetiva-se: (1) observar e descrever o cenário de sala aula no que tange à utilização da resolução de problemas para o ensino e aprendizagem de matemática; e, (2) desenvolver uma proposta de atividades para o ensino dos agrupamentos simples de combinatória a partir de problemas geradores de conhecimento matemático.

Esta pesquisa, de caráter qualitativo, originou-se do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) conduzido pela primeira autora deste artigo sob orientação da segunda. Os participantes foram alunos de uma turma de 2ª série do ensino médio, de uma escola estadual em Cachoeiro de Itapemirim/ES. Para atingir o primeiro objetivo específico deste estudo, utilizou-se a observação participante e entrevistas com a professora regente da turma. Quanto ao segundo objetivo específico, a pesquisa empregou a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática, apoiando-se em referências, como Onuchic e Allevato (2011, 2014) para a elaboração e o desenvolvimento das atividades. A seguir, apresenta-se o referencial teórico, no qual são

apresentados os fundamentos conceituais. Em seguida, é detalhada a metodologia adotada para a investigação. Na sequência, analisam-se os dados com base nos referenciais teóricos. Por fim, apresentam-se as considerações finais que buscam destacar os impactos proporcionados pela pesquisa realizada.

2 Referencial teórico

Nesta seção, são apresentados os principais referenciais teóricos que embasaram esta pesquisa. Os estudos de Morgado, Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991, 2016), Hazzan (1993) e Zanon (2019) são abordados para compreender os aspectos formais relacionados à análise combinatória com enfoque no agrupamento simples de arranjo. Além disso, são discutidos atributos com base nas pesquisas de Hershkowitz (1994) e Zanon (2019).

Para oferecer um panorama histórico da resolução de problemas e abordá-la como perspectiva metodológica, recorre-se aos trabalhos de Morais e Onuchic (2014). Polya (1973) é utilizado para tratar da definição de problema, enquanto Branca (1997) é apresentado para contextualizar a interpretação da resolução de problemas como habilidade básica. Ademais, a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação em matemática por meio da resolução de problemas é discutida com base nas contribuições de Onuchic e Allevato (2011, 2014).

2.1 Análise combinatória

De acordo com Morgado *et al.* (2016, p. 1), a análise combinatória, também conhecida como combinatória, “[...] é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas”. Ela envolve estudos sobre agrupamentos, como arranjos, permutações e combinações. Tais agrupamentos podem ser classificados em simples, quando não há repetições de elementos; ou com repetição, quando ocorrem elementos repetidos. A combinatória aborda, principalmente, dois tipos de problemas: “(i) demonstrar a existência

de subconjuntos e elementos de um conjunto finito dado e que satisfaz certas condições; (ii) Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas” (Morgado *et al.*, 2016, p. 1).

De acordo com Morgado *et al.* (2016, p. 2), alguns problemas relacionados à análise combinatória exigem “[...] engenhosidade e a compreensão plena da situação descrita pelo problema”. A expressão “compreensão plena” parece estar associada ao modelo combinatório implícito no enunciado do problema, concebido como modos de representações ou esquemas discutidos por Batanero *et al.* (1996). Além disso, Zanon (2019, p. 64) enfatiza que “[...] a compreensão do modelo combinatório implícito no enunciado conduz todo o processo de resolução de problemas combinatórios”. Isso ressalta a importância de compreender completamente o enunciado de um problema de combinatória.

No decorrer deste trabalho, enfatizam-se agrupamentos que não apresentam elementos repetidos, considerando que, ao compreender esses casos de forma sólida, a sistematização dos agrupamentos com repetição ocorrerá de forma mais facilitada. Portanto, a seguir, definiremos e caracterizaremos os agrupamentos simples com base nas contribuições de Morgado *et al.* (1991, 2016), Hazzan (1993) e Zanon (2019), apresentando uma lista de seus atributos de acordo com os estudos de Hershkowitz (1994) e Zanon (2019).

2.1.1 Arranjo

O arranjo simples, um dos agrupamentos estudados em combinatória, é definido por Hazzan (1993, p. 16) como: “Seja M um conjunto com m elementos, isto é, $M = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. Denomina-se arranjo dos m elementos tomados r a r ($1 \leq r \leq m$) a qualquer r -upla (sequência de r elementos) formada com elementos de M todos distintos”. Sendo assim, em combinatória, ao considerar um conjunto com n elementos distintos, é possível criar subconjuntos ordenados contendo p elementos distintos

selecionados a partir dos n elementos do conjunto original. Aqui, n representa o número total de elementos do conjunto e p representa a quantidade de elementos a serem ordenados. O número de elementos resultante desse arranjo pode variar de zero até n elementos do conjunto original. Quando n é igual a p , obtém-se um caso particular de arranjo chamado permutação.

2.2 Atributos em combinatória

Cada agrupamento de combinatória possui características específicas que, na concepção de Zanon (2019), são denominadas de atributos. A partir dos estudos de Hershkowitz (1994, p. 150) vê-se que “[...] boa parte da estrutura dos conceitos básicos pode ser considerada como conjunção”; tal conjunção é formada pela composição de ideias relevantes que representam um conceito matemático (Zanon, 2019). Desse modo, é possível conjecturar conceitos matemáticos a partir da associação de características relevantes.

Por isso, Zanon (2019) assinala a existência de atributos relevantes acerca de um conceito matemático. Desse modo, considera-se aqui atributos relevantes, como “[...] o conjunto de características que devem ser reconhecidas em um enunciado, a fim de que o modelo combinatório implícito (MCI) ao problema seja identificado” (Zanon, 2019, p. 101). Nesse contexto, Zanon (2019) destaca que a leitura e interpretação do enunciado são necessárias para que o estudante identifique o MCI e os atributos relevantes que darão suporte ao processo de resolução. A partir dos estudos de Zanon (2019), apresenta-se na tabela abaixo os atributos relevantes de arranjo simples.

Figura 1 - Agrupamento e atributos relevantes

AGRUPAMENTOS	ATRIBUTOS RELEVANTES
Arranjo	<ul style="list-style-type: none"> ✓ A ordem e a natureza dos elementos que compõem as sequências desejadas são relevantes; ✓ É conhecido por $A_{n,p}$, em que n indica o número de elementos distintos do conjunto e p representa o número de elementos distintos das sequências/subconjunto formados, pertence aos naturais não nulos e pode ser menor que n; ✓ É calculado pela fórmula $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

Fonte: Retirado de Zanon (2019, p. 101).

2.3 Resolução de problemas: um panorama

Preocupações com a aprendizagem de matemática e o papel da resolução de problemas nesse processo emergiram com os estudos desenvolvidos por George Polya, em 1945, quando foi publicada a obra intitulada “A arte de resolver problemas”. Nela, encontramos que um problema é algo que precisa ser resolvido e que apresenta alguma dificuldade inicial de modo que não se tenha uma solução imediata. Desse modo, à medida que se conhece procedimentos imediatos para chegar à resolução, este deixa de ser um problema. Portanto, o que é um problema para uma pessoa em um contexto, pode não ser para outra (Polya, 1973). Polya propôs quatro etapas para a resolução de problemas, sendo elas: i) compreender o problema; ii) estabelecer um plano; iii) executar o plano; e iv) examinar a solução obtida, conforme discutido por Morais e Onuchic (2014). Essas etapas ficaram popularmente conhecidas como a heurística de Polya.

A partir dos anos 1980, com a diminuição da influência da matemática moderna, a resolução de problemas passou a ser considerada uma habilidade básica, como argumentado por Branca (1997). Nessa perspectiva, o foco está nas habilidades essenciais que os estudantes devem desenvolver, como aquelas listadas pelo Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) e pelo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Em 1995, o Conselho Nacional de Professores de Matemática

(NCTM) lançou Padrões de Avaliação para a Matemática Escolar, e, em 2000, os Princípios e Padrões para a Matemática Escolar. A partir de então, começou-se a pensar na “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas” (Onuchic; Allevato, 2011, 2014). Nela, a resolução de problemas passa a ser vista com uma perspectiva metodológica, em que, inicialmente trabalha-se com o problema gerador com vistas a problematizar a situação, para, posteriormente, formalizar o conteúdo. Em tal metodologia “[...] o problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos” (Onuchic; Allevato, 2014, p. 44). As autoras discutem o papel do professor e do aluno nessa metodologia. Pontuam que “os alunos [...] [são] coconstrutores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 80). Nesse sentido, esse posicionamento do educando leva-o a justificar e a compreender o que faz, enquanto o docente orienta e avalia o processo.

Para organizar a metodologia, Onuchic e Allevato (2014; 2011) apresentam um roteiro em nove etapas. São elas:

- *preparação do problema* – é a seleção do problema gerador com o objetivo de proporcionar a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento que ainda não foi trabalhado em sala de aula;

- *leitura individual* - cada aluno recebe uma cópia do problema para a leitura individualmente;

- *leitura em conjunto* – em grupos, realizam a leitura a fim de esclarecer dúvidas que emergir acerca do enunciado do problema;

- *resolução do problema* - os estudantes, em seus grupos e de forma participativa e colaborativa darão início à resolução;

- *observar e incentivar* - o professor observa o desempenho dos alunos, incentiva o trabalho colaborativo e age como mediador;

- *registros das resoluções no quadro* - nessa etapa, alunos representantes dos grupos, são orientados a apresentar a resolução para a classe;

- *plenária* - momento em que todos os estudantes são convidados a discutirem sobre as diferentes resoluções registradas no quadro, a fim de defenderem suas ideias e esclarecerem suas dúvidas;

- *busca do consenso* - após as discussões sobre as resoluções, o professor busca, com o auxílio da turma, chegar a um consenso sobre o resultado correto; e,

- *formalização do conteúdo* - nesse momento, o professor faz o registro formal do conteúdo, organiza as ideias em linguagem matemática e realiza a padronização dos conceitos e procedimentos que foram obtidos por meio da resolução.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, buscou-se seguir esse roteiro de nove passos proposto por Onuchic e Allevato (2011, 2014).

2.4 Metodologia

Desenvolveu-se um estudo de abordagem qualitativa que, segundo Flick (2009, p. 20), é “[...] de particular relevância ao estudo das relações sociais devido à pluralização das esferas de vida [...] [que] exige uma nova sensibilidade para o estudo empírico das questões”. Por isso, acredita-se ser possível por meio dele realizar uma leitura da sala de aula que se investigou.

Estudou-se o caso específico de uma turma de 2ª série de ensino médio de uma escola estadual de tempo integral, localizada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim/ES, composta por trinta e quatro estudantes, quando resolveram problemas envolvendo os agrupamentos simples de combinatória. A abordagem foi qualitativa do tipo estudo de caso (Flick; 2009), por ser recomendado para estudar casos particulares.

A pesquisa aconteceu em duas etapas desenvolvidas de acordo com os objetivos específicos mencionados anteriormente. Para a primeira etapa, optou-se pela observação participante como técnica de coleta de dados, uma vez que ela é utilizada para

“[...] conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade” (Lakatos; Marconi, 2003, p. 190).

A segunda etapa priorizou a elaboração e o desenvolvimento de uma proposta de atividade a partir de problemas geradores de conhecimento matemático (Onuchic; Allevato, 2011, 2014). Para isso, buscou-se problemas que possibilitassem ao estudante listar as possibilidades e os atributos implícitos. Devido ao volume de dados, apresenta-se, no Quadro 1, o problema de arranjo simples, analisado neste estudo.

Quadro 1 - Problemas, modelo combinatório implícito e atributos

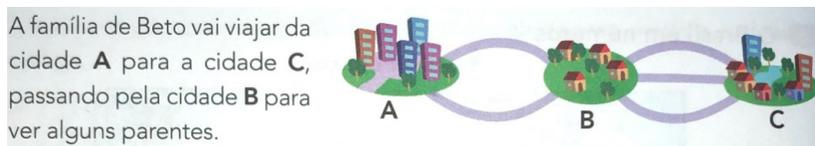
PROBLEMA	MODELO COMBINATÓRIO	ATRIBUTOS
VI) De quantas maneiras diferentes a família de Beto pode ir de A até C, passando por B? (Figura 2) Fonte: Adaptado de DANTE, 2014, v. 3, p. 18.	Arranjo simples: - Questões que podem ser feitas para auxiliar o estudante na compreensão desse modelo e na identificação dos atributos: - Quantas opções de caminhos a família de Beto tem da cidade A para B? E da cidade B para C? São caminhos iguais? Possuem a mesma localização? - Os caminhos possuem a mesma natureza? A mesma origem? - A família de Beto pode partir de A até C? Existe alguma exigência?	- Ao perceber a quantidade de caminhos disponíveis para escolha e a existência de uma sequência na escolha desses, o aluno poderá identificar que existe uma posição determinada para cada objeto do conjunto segundo a sua natureza, no entanto, nem todos os elementos disponíveis serão utilizados ao mesmo tempo; - Poderá identificar que é um agrupamento ordenado ao perceber que o trajeto muda se a escolha de pelo menos um dos caminhos também mudar, isso devido à natureza dos elementos, pois são caminhos distintos, o que modifica todo o trajeto;

	<p>- Como se dá a relação entre os caminhos disponíveis para escolha e os que serão escolhidos para compor o trajeto?</p> <p>- O trajeto muda se a escolha do caminho mudar? Por quê?</p> <p>Obs.: O aluno precisará realizar uma contagem das diferentes formas de montar os trajetos.</p>	<p>- A ordem e a natureza dos elementos que compõem as sequências desejadas são relevantes;</p> <p>- É conhecido por $A_{n,p}$, em que n indica o número de elementos distintos do conjunto e p representa o número de elementos distintos das sequências/subconjunto formados, pertence aos naturais não nulos e pode ser menor que n;</p> <p>- Pode ser calculado por</p> $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$
--	---	---

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras (2019).

Para trabalhar o problema VI (Quadro 1), entregou-se aos alunos a situação mostrada na Figura 2 e baseou-se nas questões apresentadas por Zanon (2019) e no roteiro de trabalho proposto por Onuchic e Allevato (2011, 2014).

Figura 2 - Problema VI apresentado no Quadro 1



Fonte: Retirado de Zanon (2019, p. 192).

A partir dela, propôs-se os seguintes questionamentos: (1) Isto é um problema? Por quê? Visando incentivar os estudantes a pensarem no conceito de problema; (2) O que vocês pensam que deve ser feito para representar a situação dada? Objetivando impulsionar o processo de resolução e a sugestão de inclusão de uma pergunta que pudesse tornar o problema resolvível; (3) Para provocar os alunos a se envolverem na tarefa, perguntou-se “Qual

questão seria essa?” Caso não respondessem ou apresentassem muitas variações, pesquisadora e professora fariam a síntese; (4) Resumir as respostas obtidas com a segunda questão e propor a tarefa: De quantas maneiras diferentes a família de Beto pode ir de A até C, passando por B? A resposta esperada seria 6, que designa quantidade (Zanon, 2019).

Após a resolução, os alunos compartilharam os resultados obtidos e apresentaram sua resolução para a turma. Ao final, encaminhou-se para a formalização do arranjo simples, assim como para a generalização da fórmula.

2.5 Análise dos dados

A análise dos dados, feita a partir dos referenciais teóricos, organizou-se em “Descrição do ambiente de sala de aula”, “A resolução de problemas pelos estudantes”, “Os processos de resolução” e “A passagem da intuição para a formalização”.

2.5.1 Caracterização do ambiente de sala de aula

A primeira fase da pesquisa desenvolveu-se durante quatro semanas. As observações realizadas auxiliaram a responder às seguintes questões: (1) Como os problemas são trabalhados nas aulas de matemática? (2) Quais relações podem ser vistas entre o objeto matemático e o problema? Quanto à questão 1, notou-se que a utilização dos problemas variava entre meta e habilidade básica (Branca, 1997), pois a meta do ensino de matemática nas aulas era direcionar os alunos a aprenderem a resolver problemas de matemática (Branca, 1997). Além disso, evidenciou-se o foco dado às habilidades básicas (Branca, 1997), uma vez que os estudantes deveriam desenvolver certas habilidades prescritas no currículo para atender àquelas listadas pelo PAEBES. Nesse sentido, era comum, após o ensino do objeto matemático, os alunos receberem problemas envolvendo questões do PAEBES e do ENEM.

Acerca da questão 2, notou-se que, de maneira geral, as explicações dos conteúdos aconteciam por meio de aula expositiva, dialogada, atividades de demonstrações práticas e, algumas vezes, por meio de pesquisas realizadas pelos alunos. Quanto ao problema, verificou-se que a professora o utilizava para fixação do objeto matemático e que a relação entre ambos tendia à interpretação de resolução de problemas como meta (Branca, 1997), o que reforça e reafirma as observações anteriores. A partir dos dados coletados, pôde-se descrever o cenário de sala de aula como um *lócus* de ensino, fundamentado nas interpretações de meta e habilidade básica, assinaladas por Branca (1997), sendo um ambiente propício para aplicação da resolução de problemas enquanto perspectiva metodológica.

2.5.2 A resolução apresentada pelos estudantes

Na segunda fase da pesquisa, adotou-se o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011, 2014) para trabalhar com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da resolução de problemas. O problema VI (Quadro 1) foi considerado para análise. Ao avaliar as resoluções apresentadas pelos estudantes da 2ª série do ensino médio, observou-se uma semelhança com as soluções trazidas por Zanon (2019) em sua pesquisa. A autora antecipou e listou nove possíveis soluções para o problema dos trajetos, as quais são:

Estratégia 1) Analisar a ilustração do problema, contar mentalmente as possibilidades e verbalizar ou escrever o número seis como resposta. Envolve visualização e cálculo mental.

Estratégia 2) Analisar a ilustração do problema, enumerar os caminhos nele mesmo e depois contá-los um a um.

Estratégia 3) Pensando pelo princípio aditivo da contagem e usando a mesma lógica de enumerar os caminhos, o estudante poderia considerar que seriam três o número de possibilidades do primeiro conjunto iniciado em 1, trajeto superior da ilustração. Ademais, seriam três o número de possibilidades

do segundo conjunto iniciado em 2, trajeto inferior [...] considerando os caminhos (A - B e B - C) como conjuntos disjuntos, a interseção deles é vazia. Neste caso, a união do número de elementos dos conjuntos é dada por $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$, em que $n(A \cup B)$ representa a união do número de elementos (trajetos) que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B; $n(A)$ indica o número de elementos (trajetos) do conjunto A. Desse modo, o conjunto A seria composto pelos trajetos 1,3; 1,4; 1,5. Ou seja, $A = \{1,3; 1,4; 1,5\}$. E, $n(B)$ designa o número de elementos (trajetos) do conjunto B, a saber, 2,3; 2,4; 2,5. Então, $B = \{2,3; 2,4; 2,5\}$. Assim, pelo princípio aditivo, teríamos: $n(A) + n(B) = 3 + 3 = 6$ possibilidades. [...]

Estratégia 4) Ainda pelo princípio aditivo da contagem, usando a mesma lógica de enumerar os caminhos, o licenciando poderia apenas observar a imagem e considerar que seriam duas possibilidades de deslocamento de A até B e três possibilidades de B até C. Nessa lógica, efetuaría uma operação de adição considerando que a primeira parcela seria 2 e a segunda 3. Assim, teria: $2 + 3 = 5$. Embora seja uma estratégia equivocada de resolução, ela poderia ser obtida da visualização imediata dos trajetos ilustrados no desenho que acompanha o enunciado escrito. Aqui o estudante olhou para os dados e emitiu uma resposta. Parece-nos que quem desenvolve cálculos semelhantes a este, apenas adiciona os trajetos sem pensar nos caminhos que tem para seguir. Também fica sem entender o enunciado e sem compreender o desenho que ilustra os trajetos entre as cidades.

Estratégia 5) Analisar a ilustração e desenhar os caminhos. Durante o processo de desenhar, o estudante poderia ir enumerando os caminhos e, ao final, obter seis como resposta [...]

Estratégia 6) Analisar a ilustração, identificar o número de possibilidades do primeiro deslocamento (duas possibilidades) e multiplicar pelo número de possibilidades do segundo (três possibilidades). Aqui usaria a multiplicação associada à ideia de combinatória (BRASIL, 1997), pois, para cada possibilidade de A, teríamos três em B, ou seja, 2×3 . Então, organizando os trajetos para que todas as possibilidades fossem obtidas, o estudante também encontraria seis.

Estratégia 7) Nomear os caminhos com símbolos (letras,

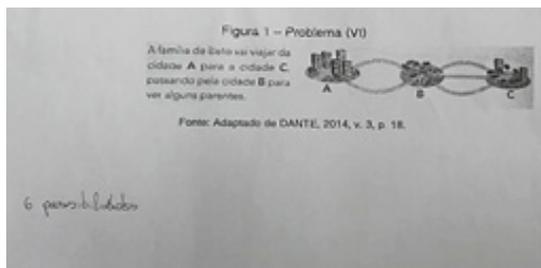
números, desenhos, entre outros) resguardando as cidades A, B e C. Por exemplo, se nomearmos os trajetos usando outras letras do alfabeto, tais como E, F, G, H, I [...]

Estratégia 8) Utilizar o diagrama da árvore. Nomear os caminhos, fixar a saída na cidade A, considerar como pontos determinados as cidades B e C e alternar os caminhos intermediários (E, F, G, H, I) até esgotar todas as possibilidades. Na sequência, o aluno deve contá-los e informar quantos são.

Estratégia 9): Aplicar a fórmula de arranjo simples (Zanon, 2019, p. 192-195).

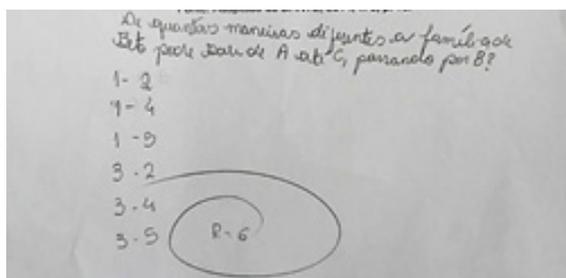
A seguir, apresentam-se as soluções dadas pelos grupos de alunos para exemplificar o tipo de resolução e comentar as estratégias elencadas por Zanon (2019).

Figura 3 - Resolução 1



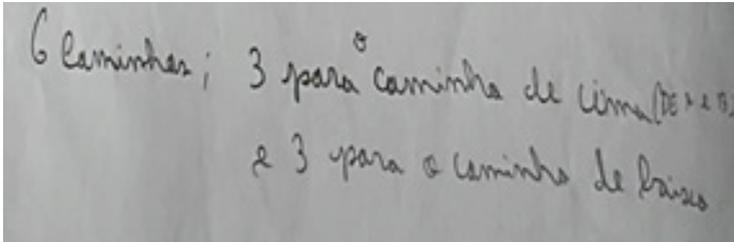
Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 4 - Resolução 2



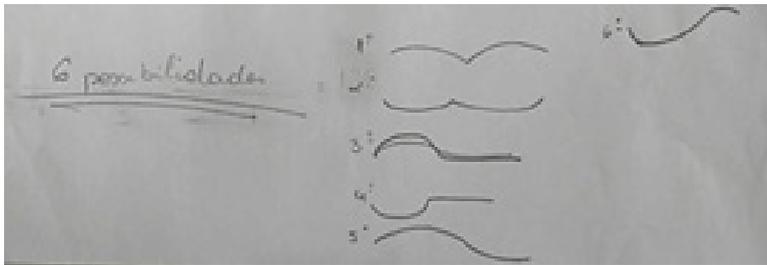
Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 5 - Resolução 3



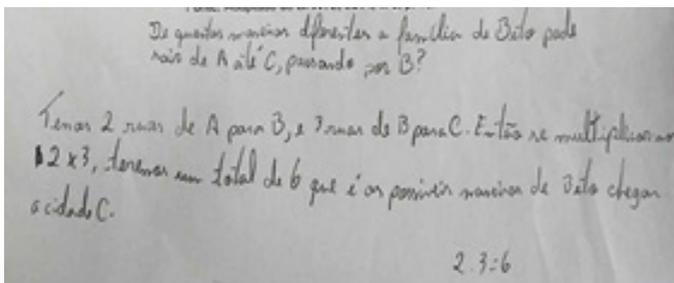
Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 6 - Resolução 4



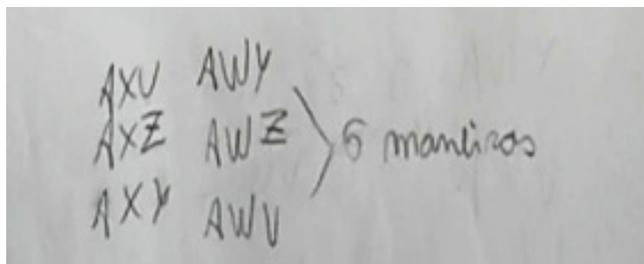
Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 7 - Resolução 5



Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 8 - Resolução 6



Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

A primeira resolução (Figura 3) ilustra a estratégia 1 (Zanon, 2019) na qual, ao analisar as opções de caminhos, os alunos contaram mentalmente as possibilidades de trajetos e registraram a resposta. Segundo Zanon (2019) esta estratégia envolve cálculo mental e visualização.

O próximo grupo resolveu semelhante à estratégia 2 (Zanon, 2019). Durante o processo de resolução, os alunos dialogaram e chegaram à conclusão de que poderiam enumerar os possíveis caminhos (Figura 4). Os estudantes perceberam a quantidade de caminhos disponíveis e que, dentre eles, só poderiam escolher um de cada vez. Pareceram compreender que havia uma sequência a ser seguida, de A para B e de B para C. Nesse momento, mesmo que intuitivamente, eles mostraram reconhecer que os caminhos eram de natureza distinta e que, além disso, existia uma posição estabelecida para cada um. Assim, podemos confirmar o reconhecimento do modelo combinatório implícito (Zanon, 2019), bem como os atributos (Hershkowitz, 1994) referentes ao agrupamento de arranjo simples.

A terceira resolução (Figura 5), embora esta pareça simples, se assemelha à estratégia 3 (Zanon, 2019) quando o grupo classifica os trajetos de A para C, passando por B, como “caminho de cima” e “caminho de baixo”. Assim, parecem associar a ideia de união entre os caminhos A-B e B-C que, matematicamente, seriam conjuntos disjuntos nos quais a interseção é vazia (Zanon, 2019).

Quanto à quarta resolução (Figura 6), após o diálogo, os alunos identificaram os trajetos e desenharam aqueles que seriam possíveis, a partir da ordem a ser respeitada, conforme antecipada por Zanon (2019) na estratégia 5.

A quinta resolução (Figura 7) aproxima-se da estratégia 6 (Zanon, 2019). O grupo reconheceu que havia uma sequência a ser considerada e que o total se daria pela multiplicação entre o número de possibilidades para o primeiro e segundo percursos. Desse modo, identificaram que eram eventos independentes, conforme Zanon (2019) previu na estratégia acima mencionada.

Na sexta resolução (Figura 8), percebe-se uma semelhança com a estratégia 7 (Zanon, 2019), pois os estudantes consideraram que A seria a cidade de partida e indicaram por V, W, X, Y e Z os caminhos intermediários (Figura 8). As estratégias 4, 8 e 9 mencionadas por Zanon (2019) não apareceram na resolução dos estudantes.

Acredita-se ter alcançado o segundo o objetivo específico proposto para esta pesquisa, pois se partiu de um problema gerador (Onuchic; Allevato, 2014; 2011) para que a formalização de arranjo simples seguisse da intuição para a generalização de um procedimento de cálculo, assunto que será discutido no tópico seguinte.

2.5.3 Os processos de resolução e a passagem da intuição para a formalização

Após o registro das resoluções no quadro e a plenária (Onuchic; Allevato, 2011, 2014), os grupos compartilharam ideias chegando ao consenso de que existiam 6 (seis) possibilidades de trajetos. A partir disto, iniciou-se a formalização, apresentando a definição de fatorial de um número que é o produto de um número natural n por todos os seus antecessores até o número 1 e é indicado por “!” (Morgado *et al.* 1991, 2016) e indagou-se aos alunos como resolveriam “3!”. A partir da definição dada, concluíram que seria

“ $3 \times 2 \times 1 = 6$ ”. Então, salientou-se que, quando fosse conveniente, o fatorial poderia ser finalizado com o símbolo, como, por exemplo, “ $3 \times 2!$ ”, e complementou-se que, como o fatorial de um número é a multiplicação por seus antecessores, ele poderia ser escrito como “ $3 \times (3-1)!$ ”. Com base nisso, perguntou-se aos estudantes como seria possível representar o fatorial de um número n tendo por resposta “ $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$ ” ou “ $n! = n \times (n-1)!$ ”.

Abordou-se o princípio fundamental da contagem. A partir de Morgado *et al.* (1991, 2016), foi definido como um evento composto por n etapas sucessivas e independentes de tal modo que as possibilidades da primeira etapa é x e as possibilidades da segunda etapa é y e que as possibilidades de um evento ocorrer obtêm-se a partir do produto entre x e y .

Voltando ao problema dos trajetos, a pesquisadora iniciou um diálogo com os estudantes a fim de que eles identificassem e listassem características do modelo combinatório implícito no problema. A partir do diálogo foi possível evidenciar características, como a existência de uma ordem, quando os estudantes identificaram no enunciado que deveria “sair de A, passando por B para chegar em C”, a distinção da natureza dos elementos, quando os estudantes disseram que “são caminhos diferentes, saindo da cidade A um vai por cima e o outro por baixo” e o reconhecimento de uma sequência pré-estabelecida, pois quando a pesquisadora indagou se poderia sair de C e ir para A os estudantes responderam que não, uma vez que o enunciado dizia que deveria sair de A.

Após caracterizar arranjo simples, iniciou-se um diálogo com o objetivo de chegar à generalização da fórmula deste agrupamento. A pesquisadora retomou ao problema dos trajetos e salientou que ele impõe que se deve sair de A, por isso há uma ordem estabelecida e reforçou o que os estudantes identificaram a natureza distinta dos caminhos, concluindo que, nessa situação, há a caracterização de um arranjo simples. Além disso, ressaltou que, em cada etapa (escolha de um percurso saindo de A), será possível identificar um arranjo simples, uma vez que os caminhos possuem, como já dito, natureza distinta. Na sequência, a pesquisadora indagou se todos

os caminhos são tomados juntos. Como reposta, obteve que os caminhos são tomados um de cada vez. Desse modo, passou-se, então, a analisar as possibilidades de escolha de caminhos para cada etapa do trajeto.

Chegaram à compreensão de que, em cada etapa de escolha de caminhos, havia um arranjo, pois ao escolher um caminho dentre duas opções, um não seria escolhido. A partir disso, foi explicado que, para retirar uma quantidade em uma multiplicação, deve-se usar a divisão, pois é a operação inversa. Nessa lógica, na questão, deve-se retirar o caminho não escolhido, ou seja, dividir a quantidade escolhida pela que não foi. Em linguagem matemática, ficaria “ $2! / (2-1)!$ ”. Assim, a pesquisadora continuou a desenvolver o raciocínio de fatorial a partir da resolução que os alunos propuseram pelo princípio fundamental da contagem. As Figuras 9 e 10 ilustram as demonstrações.

Figura 9 - Formalização – Parte 1

Na prática

Etapa) Quantas opções temos para uma etapa? 2

2-1 → 1 não é escolhida
1 → 1 não é escolhida

Então que 2-1 é $2!$; 1 é $1! = (2-1)!$

Então:

$$\frac{2!}{1} = \frac{2!}{1!} = \frac{2 \cdot 1!}{1!} = \frac{2 \cdot (2-1)!}{(2-1)!} = \frac{2!}{(2-1)!}$$

Para formalização!

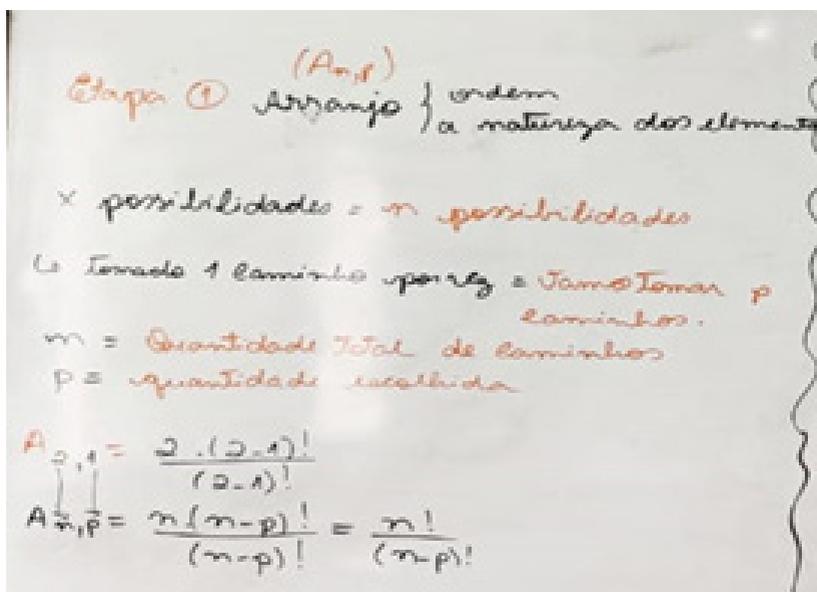
A Etapa) Considerando de novo o exemplo, entre as sequências de A até C, após a 1ª opção, a 2ª opção dos caminhos de volta a malha, dois caminhos tornam-se $A_{2,1}$. Cada caminho de n elementos tem $n!$ seq. e $(n-1)!$ seq. de elementos restantes de um conjunto de $n-1$ elementos. Então, das sequências possíveis, a primeira que restar não restará, portanto, quando os dois são iguais a n .

Na Etapa) Temos $A_{2,1}$ em função dos caminhos qd restar com 1 caminho que

$$\frac{2!}{1} = \frac{2!}{1!} = \frac{2 \cdot 1!}{1!} = \frac{2 \cdot (2-1)!}{(2-1)!} = \frac{2!}{(2-1)!} = A_{2,1}$$

Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Figura 10 - Formalização – Parte 2



Fonte: Arquivo das pesquisadoras (2019).

Durante o processo de formalização (Onuchic; Allevalo, 2011, 2014), os estudantes puderam vivenciar a construção da fórmula de arranjo simples que, isoladamente, talvez não seria interpretada e compreendida, mas, partindo da resolução que fizeram por intuição, pareceu mais claro identificar os elementos que a compunham.

3 Considerações finais

Posterior à pesquisa, um dos alunos comentou que a metodologia utilizada foi muito diferente e o ajudou a compreender o conteúdo. Acrescentou que estava acostumado a ver um problema no quadro e então tentar resolvê-lo “só que dessa vez, tentando antes de ver as fórmulas desenvolveu a capacidade de raciocinar” (Aluno 01, em 03/10/2019). Outro estudante expressou que achou a atividade interessante “porque a partir de exemplos mais simples

consegui chegar numa fórmula, e às vezes só enxerga as fórmulas e não entende como elas são feitas!” (Aluno 02, em 03/10/2019). Essas afirmativas de estudantes apontam algumas das contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática por meio da resolução de problemas para o processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, notou-se que a proposta foi algo inovador para a realidade escolar deles, assim como contribuiu para a compreensão do conteúdo.

A partir dos resultados dessa pesquisa, constatou-se que a adoção da resolução de problemas como metodologia para o trabalho com a matemática teve um impacto significativo no processo de ensino e de aprendizagem dos alunos da 2ª série do ensino médio em relação aos agrupamentos simples de combinatória. Os estudantes foram desafiados a refletir, elaborar estratégias de resolução, pensar logicamente e a trabalhar em grupo ao realizar as atividades propostas. Dessa forma, acredita-se que essa abordagem metodológica tenha contribuído positivamente para o aprendizado do conteúdo em questão.

Além disso, presenciou-se, em uma aula posterior às atividades, que a professora regente da turma trabalhou com o problema gerador para iniciar o conteúdo de sistemas lineares. Verificou-se que, de certa forma, ela percebeu que a metodologia contribuiu para a aprendizagem de seus alunos e mostrou-se disposta a vivenciar tal experiência novamente. Com base nesses resultados, a questão problema inicialmente proposta pode ser considerada como respondida de maneira satisfatória. Então, diante desses impactos positivos observados, espera-se que a resolução de problemas ganhe mais espaço nas aulas de matemática, proporcionando uma experiência de ensino e de aprendizagem mais significativa e enriquecedora para os envolvidos no processo.

Referências

BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V.

Razonamiento combinatorio. Madrid: Editorial Síntese, S.A., 1996.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In*: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 4 – 12.

FLICK, U. **Introdução à metodologia de pesquisa:** um guia para iniciantes. Tradução de Joice Elias Costa. Porto Alegre: Arthmed, 2009.

HAZZAN, S. **Fundamentos de matemática elementar 5:** combinatória, probabilidade. 6. ed. São Paulo: Atual, 1993.

HERSHKOWITZ, R. Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. **Boletim GEPEN**, [s. l.], v. 32, 1994.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica.** 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de la R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. *In*: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas:** teoria e prática. Paco Editorial, 2014, p. 17-34.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, J. B. P. de; CARVALHO; P. C. P., FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade.** Rio de Janeiro: SBM, 1991.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, J. B. P. de; CARVALHO; P. C. P., FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade.** 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema.** Rio Claro, UNESP, v. 25, n. 41, p. 71 - 98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-

Aprendizagem-Avaliação de matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

POLYA, G. **How to solve it**: A new aspect of mathematical method. 2. ed. New Jersey: Princeton University Press, 1973. (A obra foi publicada originalmente em 1945.)

ZANON, T. X. D. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. 2019. 333f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

A TRANSDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DE ESTATÍSTICA

Bruno Santos Nascimento¹

1 Introdução

O trabalho com projetos busca desenvolver no aluno a autonomia, a criatividade e o senso crítico. Um projeto se encaminha quando professor e aluno têm voz. Tanto o docente quanto o discente participam e se envolvem, desde a formulação do problema até o estudo dos resultados da pesquisa idealizada.

Perrenoud (2000) sugere dez competências para ensinar, inserindo a atividade com projetos escolares, numa perspectiva diferenciada dentro da prática docente. Uma dessas competências fundamenta-se em organizar e dirigir contextos de aprendizagem, construindo e planejando situações de sequências didáticas, de tal forma a envolver os alunos em atividades de pesquisas e projetos. Para Perrenoud, o trabalho em equipe e a elaboração de um projeto com representações comuns também reflete uma competência que o professor deve dominar.

No momento atual, temos a possibilidade de constatar o quanto Philippe Perrenoud foi assertivo em suas propostas de práticas inovadoras, como se o seu livro fosse um manual do futuro. Ele apresenta a competência para ensinar referente a

1 Mestre em Gestão e Práticas Educacionais pelo PROGEPE (Programa de Mestrado Profissional em Gestão e Práticas Educacionais da Universidade Nove de Julho - UNINOVE). Licenciado em Matemática e especialista em Educação Matemática pela Universidade de Guarulhos Professor de Ensino Médio e Técnico e Coordenador Pedagógico de Escolas Técnicas do Centro Paula Souza. E-mail: nascimento.b2007@yahoo.com.br

utilizar as novas tecnologias, como: comunicar-se à distância por meio da telemática; utilizar as ferramentas multimídia no ensino; competências fundamentadas em uma cultura tecnológica.

No âmbito escolar, projetos pedagógicos são práticas possíveis, que podem envolver duas ou mais disciplinas do currículo. Surge, então, a possibilidade da interdisciplinaridade, na qual o conhecimento ganha vertentes que fazem a aproximação da totalidade de determinado conteúdo, pois ambienta, em várias disciplinas, os estudantes em relação àquele assunto. Nesse sentido, a interdisciplinaridade tem por objetivo propor ao estudante superar a visão fragmentada do conhecimento, dando-lhe sentido e unidade, o que promove a aprendizagem significativa com maior proporção.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (2001), documento elaborado pelo Ministério da Educação (MEC), já defendiam que a matemática deveria desenvolver metodologias que favorecessem a construção de estratégias formativas para que os jovens fossem capazes de exercerem plenamente a cidadania. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece que:

para o desenvolvimento de habilidades relativas à Estatística, os estudantes têm oportunidades não apenas de interpretar estatísticas divulgadas pela mídia, mas, sobretudo, de planejar e executar pesquisa amostral, interpretando as medidas de tendência central, e de comunicar os resultados obtidos por meio de relatórios, incluindo representações gráficas adequadas (Brasil, 2018, p. 518).

O presente capítulo tem por objetivo apresentar uma proposta didática transdisciplinar desenvolvida com alunos do 2º ano de Técnico em Informática para internet, integrado ao Ensino Médio da ETEC Bartolomeu Bueno da Silva Anhanguera, em Santana de Parnaíba durante o ano de 2022.

Os alunos desenvolveram uma investigação estatística a respeito da Covid-19: pandemia que se instalou no planeta, afetando todos os países, em vários aspectos: sanitário, econômico, social, entre outros, desde o início do ano de 2020 (no Brasil).

2 BNCC e Educação Estatística

Trabalhar com os desafios da realidade dos alunos sempre foi um problema para a escola “tradicional”. Os professores, em geral, ainda se sentem os detentores do saber e dificilmente procuram se atualizar. Contudo, nos últimos anos, essa realidade vem se alterando e os professores se capacitando e procurando novos meios para que a aprendizagem dos jovens se torne cada vez mais significativa.

Para o professor, essa tarefa é difícil, pois muitos foram formados em uma realidade diferente, na qual o professor apenas transmitia o que sabia. Hoje, o jovem tem quase tudo o que precisa ao alcance de um clique. Aos poucos, o papel do professor vai mudando. Ele passa a mediar esse processo de aprendizagem, de modo que esse conteúdo faça sentido ao aluno, procurando motivá-lo e estimular a aprendizagem para:

- garantir o protagonismo dos estudantes em sua aprendizagem e o desenvolvimento de suas capacidades de abstração, reflexão, interpretação, proposição e ação, essenciais à sua autonomia pessoal, profissional, intelectual e política;
- valorizar os papéis sociais desempenhados pelos jovens, para além de sua condição de estudante, e qualificar os processos de construção de sua(s) identidade(s) e de seu projeto de vida;
- assegurar tempos e espaços para que os estudantes reflitam sobre suas experiências e aprendizagens individuais e interpessoais, de modo a valorizarem o conhecimento, confiarem em sua capacidade de aprender, e identificarem e utilizarem estratégias mais eficientes a seu aprendizado;
- promover a aprendizagem colaborativa, desenvolvendo nos estudantes a capacidade de trabalharem em equipe e aprenderem com seus pares; e
- estimular atitudes cooperativas e propositivas para o enfrentamento dos desafios da comunidade, do mundo do trabalho e da sociedade em geral, alicerçadas no conhecimento e na inovação (Brasil, 2018, p. 467).

A BNCC (Brasil, 2018) é um documento normativo e é formada por dez competências gerais da educação básica, que têm

como foco: conhecimento; pensamento científico, crítico e criativo; repertório cultural; comunicação; cultura digital; trabalho e projeto de vida; argumentação; autoconhecimento e autocuidado; empatia e cooperação; responsabilidade e cidadania.

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações

confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (Brasil, 2018, p. 9-10).

As competências gerais, se bem desenvolvidas, têm potencial para criar jovens atuantes e que possam mudar a sua realidade.

O ensino médio, antes da BNCC (Brasil, 2018), era separado em treze componentes curriculares. Com a nova BNCC, passa a ser organizado por áreas de conhecimento: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias, Ciências Humanas e Sociais aplicadas, compondo a formação geral básica, articulada aos itinerários formativos (formação técnica e profissional), como um todo indissociável.

Cada área de conhecimento possui competências específicas e habilidades a serem desenvolvidas ao longo dos três anos do ensino médio. A área de Matemática e suas tecnologias apresenta cinco competências específicas e 45 habilidades, das quais três competências e seis habilidades estão relacionadas à Estatística e/ou Educação estatística, conforme é apresentado no Quadro 1, a seguir:

Quadro 1 – Competências específicas e habilidades da BNCC relacionadas à Estatística

Competências específicas	Habilidades
<p>Competências específicas 1 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.</p>	<p>(EM13MAT102) Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p>
<p>Competências específicas 3 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.</p> <p>(EM13MAT311) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.</p> <p>(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.</p>

<p>Competências específicas 4</p> <p>Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.</p>	<p>(EM13MAT408) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências, com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.</p> <p>(EM13MAT409) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos, como o histograma, o de caixa (box-plot), o de ramos e folhas, reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p>
--	--

Fonte: Brasil (2018).

Assim como é proposto da BNCC (Brasil, 2018), a Estatística **é um campo amplo e pode ser utilizada pelos professores das diferentes áreas de conhecimento, de modo a proporcionar ao aluno uma perspectiva de entender** a coleta e análise de dados, em toda a educação básica, de forma transdisciplinar:

[...] a transdisciplinaridade entende que o conhecimento fragmentado dificilmente poderá dar a seus detentores a capacidade de reconhecer e enfrentar as situações novas, que emergem de um mundo a cuja complexidade natural acrescenta-se a complexidade resultante desse próprio conhecimento – transformado em ação – que incorpora novos fatos à realidade, através da tecnologia (D’Ambrosio, 1997, p. 10).

A pessoa que consegue ler as tabelas e gráficos estatísticos, consegue analisar dados de forma crítica, de modo que essas informações lhe façam sentido e contribuam para a formação de um cidadão crítico.

3 Proposta didática

O presente trabalho foi realizado com 40 (quarenta) alunos de uma turma de 2º ano do curso Técnico em Informática para internet, integrado ao Ensino Médio da ETEC Bartolomeu Bueno da Silva Anhanguera, no município de Santana de Parnaíba, no estado de São Paulo, durante o ano de 2022, onde o professor pesquisador ministra aulas de matemática.

As Escolas Técnicas Estaduais (ETECs) são escolas administradas pelo Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza (CEETEPS), uma autarquia subordinada à Secretaria de Desenvolvimento Econômico, Ciência e Tecnologia (SDECTI) do Estado de São Paulo. Para ingresso em uma ETEC, os candidatos passam por um processo seletivo chamado *Vestibulinho*. Atualmente, o Estado de São Paulo conta com 212 unidades, distribuídas em 156 municípios paulistas.

O objetivo do trabalho foi desenvolver as habilidades elencadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e colaborar para que o aluno entenda a estatística não apenas por seus cálculos, mas como meio de analisar a realidade e propor mudanças.

A temática que envolveu o projeto refere-se à produção de vídeos, pelos alunos, sobre a condição da pandemia da Covid-19, no Brasil, e explorar as ocorrências em pandemias anteriores.

Foi um trabalho transdisciplinar entre os componentes curriculares de Matemática, Biologia e História, com ênfase nos conteúdos de estatística, como: Estatística Descritiva; Coleta de Dados; Organização dos Dados; Representação dos Dados por Tabelas; Representação dos Dados por Gráficos Estatísticos; Medidas de Tendência Central: Média, Mediana e Moda; Análise dos Resultados.

A sequência didática foi desenvolvida com os alunos no 2º bimestre de 2022, com as aulas ocorrendo de forma presencial. Ao longo do bimestre, de acordo com o planejamento do professor, as aulas foram divididas por etapas, assim distribuídas:

1ª **Etapa:** Aula expositiva e dialogada sobre alguns conceitos de Estatística:

- Conceitos Gerais de estatística.
- Fases do trabalho estatístico.
- Tabulação de Dados.
- Representação Gráfica.
- Medidas de Tendência Central: Média, Mediana e Moda.
- Análise dos Resultados.

2ª **Etapa:** Projeto Covid-19 – Divididos em grupos, os alunos realizaram pesquisas sobre diversos assuntos:

- Outras pandemias que aconteceram no Brasil.
- Covid-19 e seus impactos sociais.
- Covid-19 e educação.
- Covid-19 e saúde mental.
- Covid-19 e economia.
- Covid-19 e quarentena (como está sendo ficar em casa).
- Economia: Como a economia se refez a partir da gripe espanhola.
- Pós-coronavírus: Conjecturas de como o mundo ficará após a pandemia.
- Pesquisa sobre os hábitos da população durante a pandemia.

3ª **Etapa:** Entrega dos Vídeos produzidos pelos grupos e apresentação para as demais turmas.

Na 1ª etapa, houve um bate-papo com os alunos sobre os conceitos de estatística. Eles realizaram alguns exercícios sobre tabulação de dados. Analisaram algumas situações problemas com gráficos e resolveram alguns exercícios de medidas de tendência Central.

Na 2ª etapa, os alunos foram divididos em grupos. Cada

grupo recebeu um tema, conforme exposto acima e, a partir deste, tiveram que realizar pesquisas quantitativas por meio de formulários eletrônicos e qualitativas por meio de pesquisas documentais, envolvendo os componentes de biologia e história.

Na 3ª etapa, os alunos compilaram as informações das pesquisas em vídeo que depois foram apresentados para as demais turmas da escola. Nos vídeos, os alunos tiveram a liberdade de expressar o que foi visto em sala de aula e pesquisado, alinhando as informações e expondo as suas opiniões de forma crítica e embasada em dados reais.

3 Considerações finais

Os conteúdos de Estatística e Probabilidade ganharam espaço na Educação Básica, por meio da disciplina de Matemática, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados no final dos anos 1990. Surgiram nos livros didáticos e passaram a ser parte do currículo de Matemática, desde os anos iniciais até os finais do Ensino Médio.

Com o advento da BNCC, publicada em 2017 (para o Ensino Fundamental) e 2018 (para o Ensino Médio), houve um avanço na importância desses componentes, que estão representados por uma das cinco unidades propostas pela Base: Probabilidade e Estatística, focada no Tratamento dos dados:

Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos e representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (Brasil, 2017, p. 270).

A sequência das atividades foi alinhada com os três professores (matemática, biologia e história), estando de acordo

com as Diretrizes Curriculares Nacionais (2013) que direcionam que o Ensino Médio “deve ser caminho para aquisição de habilidades e competências que permita ao jovem se adequar às exigências tecnológicas, e sociais, tornando-se agentes do próprio conhecimento” (Diniz, 2015, p.19).

O protagonismo juvenil na escola foi algo aprofundado nesse processo, pois por meio dele o estudante encontra o seu espaço para a construção do conhecimento, participa do processo educativo e tem um papel ativo na vida escolar. Segundo Costa (2001), o protagonismo juvenil é a criação de espaços e condições para que os jovens possam se envolver com problemas reais, participando ativamente no entendimento deles e possíveis soluções.

O trabalho foi relevante para os estudantes, pois a criação de vídeos sobre os elementos estatísticos que envolvem a pandemia da Covid-19 possibilitaram expressar e avaliar os resultados estatísticos, bem como favoreceu a compreensão da vida do vírus e sua infecção nos seres humanos, assim como de pandemias anteriores. Com a sequência didática dessas atividades, os alunos puderam vivenciar um fato, coletar dados e informações a respeito, apresentá-los e analisá-los com as ferramentas estatísticas, construindo o conhecimento e sendo protagonistas dessa construção, juntamente com os docentes.

- Ao final desse trabalho, pode-se observar que ele conduziu os alunos a:
- Compreender os conceitos estatísticos.
- Melhorar suas habilidades de relacionar informações, extraindo significados.
- Criar vídeos explicativos sobre a Covid-19 e sua influência na vida das pessoas.
- Vivenciar o ciclo investigativo, em situação-problema real, para a representação gráfica dos dados coletados.

- Estabelecer relações entre as informações e os cálculos das medidas de tendência central e de dispersão dos dados coletados.
- Perceber que os resultados dependem do contexto, além dos cálculos.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 05 jun. 2023.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 jun. 2023.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio): Bases Legais**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2023

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athenas, 1997.

DINIZ, H. D. **Proposta de Aplicação da Pedagogia por Projetos no Ensino Médio**. 2015. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20151119104438.pdf. Acesso em 05 jun. 2023.

PERRENOUD, P.; MAGNE, B. C. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SOBRE OS AUTORES



Bruno Santos Nascimento: Mestre em Educação pelo PROGEPE (Programa de Mestrado Profissional em Gestão e Práticas Educacionais da Universidade Nove de Julho - UNINOVE), licenciado em Matemática pela Universidade Guarulhos, em Física pela Centro Universitário Internacional (UNINTER), em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho, Tecnólogo em Gestão Financeira pela Universidade Anhanguera, especialista em Educação Matemática pela Universidade Guarulhos, especialista em Metodologias para Educação a Distância pela Faculdade Anhanguera. Especialista em Didáticas para Implementação da BNCC pelo Instituto Singularidades. Atualmente é professor de Matemática e Física na ETEC Gino Rezaghi em Cajamar e atua como Coordenador Pedagógico na ETEC Prof.^a Ermelinda Giannini Teixeira em Santana de Parnaíba. Membro dos grupos de pesquisas: Artes Tecnológicas Aplicadas à Educação (CNPq - UNINOVE) e GRUMAM - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática, da Universidade de Guarulhos (2008-2010). Membro do grupo de estudos: Ciência e Literatura: interfaces de leitura e escrita.



Bruno Monteiro Riva: Graduado no curso de Gestão Empresarial na FATEC/Mococa-SP . Coordenador Pedagógico no Centro de Ressocialização de Mogi Mirim “Prefeito João Missaglia” Mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Integrante do Grupo de Pesquisa CCPPM.



Celi Espasandin Lopes: Graduada em Matemática pela Universidade de Taubaté e em Pedagogia pela Faculdade de Guaratinguetá. Mestre e Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da UNICAMP. Pós-Doutorado em Educação Matemática na The University of Georgia e Professora Visitante na Miami University. Docente Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Católica Universidade de Campinas. Pesquisadora nas áreas de Formação de Professores, Educação Matemática e Estatística.



Sidney Silva Santos: Pós-doutorando no programa de pós-graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Campinas (2023); Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2022); Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (2016); Atua na linha de pesquisa Formação de Professores de Matemática que ensinam Probabilidade e Estatística: identidade, saberes, práticas pedagógicas, narrativas vídeobiográficas, aprendizagem docente. Possui especialização em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009), Educação Especial Inclusiva, Alfabetização e Letramento pela Faculdade Alvorada Paulista de São Paulo (2018 e 2019), respectivamente, e Língua Brasileira de Sinais pelo Instituto Facuminas (2022). Graduação em Licenciatura Matemática com ênfase em informática pela Universidade Paulista (UNIP - 2007) e Pedagogia pela Faculdade Associada Brasil (2017). Participa do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística - GPEE da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita campus Rio Claro. É membro do Grupo de Trabalho de Educação Estatística GT12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM. Atua como professor de matemática na Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande e São Vicente, litoral sudeste de São Paulo.



Fernanda Vital de Paula: Possui graduação em Licenciatura em Matemática (2009) e Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria (2011) pela Universidade Federal de Viçosa-UFV e Doutorado em Estatística (2018) pela Universidade Federal de Pernambuco-UFPE. É professora Associada I na Universidade Federal do Norte do Tocantins, onde atua na formação de professores de Matemática por meio do Curso de Licenciatura em Matemática, Especialização em Educação Matemática e Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. No que se refere à pesquisa, ensino e extensão tem interesse ou atua na área de Probabilidade, Estatística, Educação Estatística, Matemática/Educação Financeira e Matemática Aplicada.



Geovane Carlos Barbosa: Graduado em Estatística e mestre em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal do Espírito Santo, (UFES), Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL/SP). Atualmente é docente do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) campus Cachoeiro de Itapemirim. Pesquisador nas áreas de Educação Matemática e Educação Estatística.



Claudia Lisete Oliveira Groenwald: Possui graduação em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, especialização em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS), doutorado em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca, Espanha, título reconhecido pela Universidade de São Paulo (USP). Pós-doutorado pela Universidade de La Laguna na Espanha. Atualmente é professora titular da Universidade Luterana do Brasil. Atua no curso de Matemática Licenciatura e como coordenadora do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase na formação

de professores, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Currículo de Matemática, Tecnologias da Informação e Comunicação, Formação Continuada e Ensino e Aprendizagem. É cofundadora da Rede de Educação Matemática da América Central e do Caribe (REDUMATE). Foi secretária do Comitê Interamericano de Educação Matemática (CIAEM), na gestão 2019-2023. É Diretora Nacional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), gestão 2022-2025. Pesquisadora Bolsa Produtividade do CNPq, nível 2.



Cristiane de Arimatéa Rocha: Licenciada em Matemática, com mestrado e doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Professora adjunta vinculada ao Núcleo de Formação Docente (NFD), Centro Acadêmico do Agreste (CAA), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Caruaru -PE.

Membro do GT12 de Educação Estatística da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e pesquisadora do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração). Pesquisa temáticas relacionadas à formação de professores, análise de recursos didáticos e processos de ensino e aprendizagem de matemática.



Edda Curi: Membro da comissão de assessoramento Técnico-Pedagógico em Matemática e suas tecnologias para exames e avaliações da DAEB/ INEP. Professora (desde 2007) e Coordenadora (desde 2012) do Programa de Ensino de Ciências e Professora do Programa de Ensino de Ciências e

Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, desde 2005. Atua como formadora de professores que ensinam Matemática na linha de pesquisa Elementos e Metodologia do Ensino de Matemática. É líder do Grupo de Pesquisa CCPPM registrado no Cnpq, desde 2007 que desenvolve pesquisas longitudinais e participa de ações e projetos de formação de professores que ensinam Matemática.

Tem experiência na área de Educação Matemática, tanto em sua atuação profissional como na pesquisa com ênfase em Formação de Professores, Ensino e Aprendizagem de Matemática, Currículo e Avaliação. Nos últimos anos atuou como assessora para equipes técnicas da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE) e Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME) na elaboração de Currículo de Matemática (SME) e de materiais curriculares (SME, SEE). É assessora da equipe de Matemática do INEP/MEC na elaboração e revisão de itens de avaliação para anos iniciais do Ensino Fundamental, revisão da Matriz de Avaliação de Matemática e na análise pedagógica dos resultados do SAEB para anos iniciais. Coordenou a reformulação para atualização do Currículo de Matemática da EJA na SME. Foi leitora crítica do Currículo de Matemática do Ensino Médio da referida Secretaria em 2020. Em 2018 passou a ser consultora da UNESCO em um projeto piloto de pesquisa e formação de professores para implementação curricular em parceria com a SME, desenvolvido em 2019, no âmbito do Edital Pro. Doc. que originou vários relatórios de pesquisa. Atuou em 2018 e 2019 como assessora no Instituto Ayrton Senna na elaboração e revisão e na análise pedagógica de itens de avaliação e em 2018 na Secretaria Municipal de Teresina, Piauí para reformulação do currículo da referida cidade. A partir de junho de 2020 pertence ao CONSU- Conselho Superior Universitário como representante de coordenadores dos Programas de Pós Graduação da Universidade. Aprovada em Editais da UNESCO em 2020 para elaboração de itens de avaliação do 2o ano do Ensino Fundamental para a Secretaria de Alfabetização do MEC. Aprovada em Edital da SBEM em 2020 para realizar curso de formação de professores de anos iniciais, sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. O curso foi realizado em 2021. Aprovada em Edital da SME em 2020 como assessora da Diretoria de Educação de Jovens e Adultos - DIEJA, para realização de cursos de formação de professores e elaboração de atividades para esse segmento de ensino. Os cursos foram realizados em 2021. Membro da Diretoria Nacional Executiva DNE da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.



Francisco Guimarães de Assis: Doutorando e Mestre em Ensino de Ciências e Matemática; Especialista em Ensino de Matemática; Licenciado em Matemática. Atuou como Formador nos Programas de Formação Continuada para Professores: Soma (Pacto pela Aprendizagem na Paraíba), parceria entre a Secretaria Estadual da Paraíba e UFPB; e Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), pela UFPB/ Ministério da Educação. Atualmente é professor da rede estadual de ensino da Paraíba.



Gilda Lisboa Guimarães: Professora Titular do Departamento de Ensino e Currículo da Universidade Federal de Pernambuco. Doutora em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco com pós-doutorado na Universidad de Burgos/Espanha e na Université Laval/Canadá. Professora da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – Edumatec, pesquisando e orientando na área de Educação Estatística. Lider do Grupo de Pesquisa do CNPQ - Grupo de Estudo em Educação Estatística no Ensino Fundamental - Gref



Izabela Cristina Bezerra da Silva: Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica (PPGEDUMATEC - UFPE). Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (2022). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal de Pernambuco (2018). Integrante do Grupo de Pesquisa do CNPq - Grupo de Estudo em Educação Estatística no Ensino Fundamental - GREF. Professora de Educação Infantil no município de Paulista/Pernambuco. Pesquisa na área de Educação Matemática com ênfase nos processos de ensino e aprendizagem de Estatística na Formação de Professores, na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.



Juliana Azevedo Montenegro: Licenciada em Pedagogia, com mestrado e doutorado em Educação Matemática e Tecnológica. Professora adjunta vinculada ao Departamento de Ensino e Currículo (DEC) do Centro de Educação (CE) - Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife -PE. Membro do GT01 de Anos Iniciais da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e pesquisadora do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração). Pesquisa temáticas relacionadas à formação de professores, análise de recursos didáticos e processos de ensino e aprendizagem de matemática.



Leila dos Santos Mello: Estudante em licenciatura em Matemática pela UFSCAR. Bolsista do projeto de pesquisa Chamada CNPq/MCTI/FNDCT N° 18/2021.



Paulo Cesar Oliveira: Doutor em Educação Matemática pela UNICAMP. Professor associado na Universidade Federal de São Carlos, Campus Sorocaba. Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) na UFSCar. Coordenador de projeto de pesquisa Chamada CNPq/MCTI/FNDCT N° 18/2021.



Priscila Bernardo Martins: Pós-doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Doutora no ensino de Ciências e Matemática. Mestre no ensino de Ciências (área de concentração Ensino de Matemática). Graduada em Pedagogia, Matemática e Gestão de Recursos Humanos pela Universidade Cruzeiro do Sul. Especialista em Educação a distância e elaboração de materiais. Docente dos Programas acadêmico e profissional em Ensino de Ciências e em Ensino de Ciências e Matemática e docente do curso

de Pedagogia da Universidade Cruzeiro do Sul. Atua no âmbito pedagógico na Plataforma Virtual de Aprendizagem da Parceiros da Educação. Avaliadora ad hoc INEP/MEC (Instrumento de Avaliação Externa - Ato Autorizativo Cursos de Graduação). Coordenadora adjunta do Grupo de Trabalho GT1 referente a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Atuou como formadora de Matemática de professores e coordenadores de Redes Municipais pela Parceiros da Educação no âmbito do Projeto “Construindo Saberes”. Atuou como formadora em Ensino de Matemática e Ciências da Natureza na modalidade Educação de Jovens e Adultos pela Secretaria Municipal de Educação da Cidade de São Paulo. Leitora crítica do Currículo da Cidade (2017). Autora do Material Curricular do 8º ano de Matemática e do Material Curricular do Professor 4º, 8º e 9º de Matemática da Secretaria Municipal de São Paulo. Participou de Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP e UNESCO. Integrante do Grupo de Pesquisa CCPPM e pesquisa temáticas relacionadas a Currículo, Avaliação e Formação de Professores de Matemática.



Reinaldo Feio Lima: Professor Adjunto II da Área Temática de Educação Matemática, lotado na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia (FACET) da Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus de Abaetetuba e Professor do Programa Nacional de Formação de Professores de Educação Básica (PARFOR) pela UNIFESSPA (2021/2022). Doutor em Educação pela Universidade Federal da Bahia (2016-2019). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (2012-2014). Graduado em Matemática pela Universidade do Estado do Pará (2006). Bacharel em Administração pela Universidade de Brasília (2010). Graduado em Pedagogia (UNICESUMAR/2022). Especialista em Estatísticas Educacionais pela Universidade Federal do Pará (2010). Especialista em Sabres Africanos e Afro-brasileiro na Amazônia

pela Universidade Federal do Pará (2012). É filiado à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e membro do Grupo de Trabalho em Educação Estatística (GT12). É membro do Grupo de Pesquisa em Educação Especial: Contextos de formação, Políticas e Práticas Pedagógicas Inclusivas (UNIFESSPA) e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Educação Matemática Inclusiva (GEPeDEMI/UFCG) e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Estatística e Probabilística - GEPEP/UFGA. Temas de interesse: Educação Matemática, Educação Matemática Inclusiva; Educação Estatística; Materiais Curriculares Educativos; Tecnologias Digitais e Assistivas; Processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e Formação de Professores que ensinam Matemática.



Rute Elizabeth de Souza Borba: Licenciada em Matemática, com mestrado, Phd e pós-doutorado em Educação Matemática. Professora aposentada da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Atuou como vice-presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), coordenadora da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec), coordenadora do GT01 da SBEM e líder do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração). Pesquisa temáticas relacionadas a desenvolvimento conceitual, análise de recursos didáticos e formação de professores.



Cássio Cristiano Giordano: Pós-Doutor em Educação em Ciências na Universidade Federal do Rio Grande (FURG). É formado em Psicologia pela Universidade Metodista - SP (1993). Possui Licenciatura em Ciências e Matemática pela Universidade Ibirapuera - SP (2000). Possui Licenciatura em Pedagogia pela Universidade Metropolitana de Santos - SP (2021). Possui Especialização em Matemática no Ensino Médio, pela Pontifícia Universidade Católica - SP(2006),

Especialização em Docência e Pesquisa no Ensino Superior, pela Universidade Metropolitana de Santos - SP (2009), Especialização em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, pela Universidade Federal Fluminense - RJ (2010), Especialização em Ensino da Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas - SP (2013), Mestrado Acadêmico em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica - SP (2016) e Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica - SP (2020). Atua como Professor de Educação Básica II - Secretaria de Estado da Educação do Governo do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) desde 1993. Lecionou nas Faculdades Integradas de Guarulhos - SP, nos cursos de pós-graduação em Educação Matemática e em Psicopedagogia. Lecionou no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências da Universidade Federal do Rio Grande (FURG) como professor colaborador. Membro da Comissão Científica do GT12 - Educação Estatística. Membro da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Membro da Red Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística (RELIEE). Pesquisador Assistente do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT). Membro do Grupo GEDIM/STATISTIC, ligado ao Grupo Estudo da Didática da Matemática (GEDIM), da Universidade Federal do Pará (UFPA). Membro do Grupo Internacional Interdisciplinar de Pesquisa em Educação Estatística - GIIPEE, ligado à Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Vice-líder do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística - EduEst. Membro do International Statistical Institute (ISI). Membro do International Association for Statistical Education (IASE). Diretor de Conteúdo e Divulgação da Akademy Editora.



Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos: Possui graduação em Ciências/Matemática e Pedagogia, especialização em Educação Infantil e em Educação Especial. Mestrado e doutorado em Educação e pós-doutorado em programa de Educação

Matemática e Tecnológica. Professora e coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco (CAA/UFPE) e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec) da UFPE. Tem experiência na área de Educação e Educação Matemática em diferentes níveis de ensino, atua em pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática, Formação de Professores e Educação Matemática Inclusiva. Faz parte do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório - Geração (UFPE) e líder do Grupo de Estudo e Pesquisas em Matemática Inclusiva de Pernambuco (GEPeMI-PE - CAA/UFPE).



Diana França Costa da Silva: Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Pernambuco - UPE, especialização em Ensino de Matemática e mestrado em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec) pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. Participante do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório e Probabilístico (Geração) do Centro de Educação da UFPE. Atualmente é professora de Matemática da Rede Estadual de Ensino – Secretaria de Educação de Pernambuco. Tem experiência na área de Educação Matemática, Ensino e Aprendizagem de Matemática e Formação Inicial e Continuada de Professores.



Assumpta Estrada: Licenciada em Matemáticas pela U. de Zaragoza e Doutora em Didáctica da Matemática pela U. Autònoma de Barcelona. Professora Titular da área de Didáctica das Matemáticas do Departamento de Matemática da Universidad de Lleida. Linhas de Investigação sobre Educação estatística: Atitudes face à estatística e à probabilidade, estatística e uso de tecnologia, formação de professores. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3595-9145>. Email: assumpta.estrada@udl.cat



Maria M. Nascimento: Doutora em Matemática pela Universidad de Trás-os-Montes e Alto Douro (UTAD). Professora do Departamento de Matemática da Escola de Ciências y Tecnologia da UTAD, Vila Real, Portugal. É membro integrado do LabDCT-UTAD/CIDTFF-Universidad de Aveiro.

Linhas de Investigação sobre Educação estadística y probabilidade, uso de tecnologia, formação de professores, pensamento crítico e criativo. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-3913-4845>. Email: mmsn@utad.pt.



Loise Tarouquela Medeiros: Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (2001) e mestrado em Engenharia Mecânica pelo Instituto Militar de Engenharia (2004). Doutoranda no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade

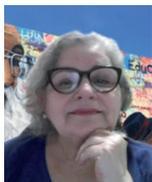
Cruzeiro do Sul. Atuou como coordenadora de Extensão do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (2020 a 2021). Desde 2016, é docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro. Tem experiência na área de Educação, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática, currículo, educação estatística, saberes docentes, formação continuada e atividades lúdicas.



Vera Debora Maciel Vilhena: Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática pela IEMCI/UFGA. Mestre Educação em Ciências e Matemática pela IEMCI/UFGA. Possui Especialização em Educação Especial e educação Inclusiva, e Especialização em Educação Infantil e Fundamental

ambas pela Faculdade de Ciências de Wenceslau Braz, Especialização em Gestão Pública pela Faculdade Estácio do Pará, Graduação em Licenciatura Integrada em Educação em ciências, Matemática e Linguagem e Graduação em Estatística, ambas pela Universidade

Federal do Pará. Trabalhou como técnica em estatística na Secretária de Meio Ambiente da rede municipal. Atualmente é Servidora Efetiva na Fundação de Atendimento Socioeducativo do Pará. Tem Experiência Na Estatística em Banco de Dados com ênfase em manutenção, organização, Análise Descritiva, e Inferência dos dados. E em Educação Estatística na Formação de Professores.



Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho:

Professora Associada do Departamento de Políticas e Gestão da Educação (DPGE) do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Leciona em Cursos de Licenciaturas e é docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec). Possui doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará, com estudos em Psicologia da Educação Matemática na Oxford Brookes University, Inglaterra; mestrado em Psicologia Cognitiva pela UFPE e graduada em Psicologia pela UFPE (1983). Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística (GPEME) e pesquisadora do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática nos contextos da Educação do Campo (GPEMCE). Desenvolve e orienta estudos que abordam temas relacionados com o ensino e a aprendizagem de conhecimentos de Matemática e Estatística e suas interfaces com a formação de Professores da Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio e Educação de Jovens e Adultos em contextos escolares urbanos, do campo, da educação escolar indígena, quilombola e da educação inclusiva, E-mail: liliane.lima@ufpe.br, Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4514107834669536>.



Avacetê de Lunetta e Rodrigues Guerra: Doutorando em Ciências da Educação pela Universidad del Sol do Paraguai (UNADES), Mestre em Filosofia pela Universidade Federal da Paraíba (2021), possui graduação em Biblioteconomia - Universidade Santa Cecília - Unisanta (2022), Licenciatura em

Matemática - UNIasselvi (2021), graduação em Letras/Libras (Licenciatura), pela Universidade Federal da Paraíba (2018), Especialista em Libras (Língua Brasil. de Sinais) - Tradução e Interpretação pela FAPAN - Faculdade de Paraíso do Norte (2019), Especialista em Ensino da Matemática - UniBF (2020), Especialista em Filosofia - Faculdade Futura (2020). Atuou no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima. Editor chefe da Revista OWL (OWL Journal), membro do Conselho Técnico Científico da Atena Editora e membro do corpo editorial da Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação - REASE, da Revista Acadêmica OnLine e da Ágora@ - Revista Acadêmica de Formação de Professores. Produz estudos direcionados para o ensino da matemática para surdos, além de realizar pesquisas em campos interdisciplinares unindo Filosofia e educação inclusiva no campo da Matemática, executando projetos de criação de glossários em Libras para a disciplina de Matemática voltados para a comunidade surda no ensino fundamental e médio. Atualmente é Servidor Público Efetivo no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. E-mail: avaete.guerra@gmail.com

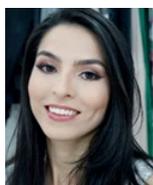


Maria Elizabete Souza Couto: Pedagoga, doutora em Educação pela UFSCar. Professora na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC – BA), credenciada nos Programas de Pós Graduação em Educação (PPGE) e em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM). Atua na área de educação com ênfase na formação de professores, alfabetização e práticas pedagógicas.



Flávia Luíza de Lira: Doutoranda e mestra em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE; especialista em Educação Infantil pela Faculdade Frassinetti do Recife - FAFIRE. Graduada em Pedagogia e cursou Licenciatura em Geografia – UFPE. Coordenadora Educacional da Gerência de Educação Infantil do município do Jaboatão dos Guararapes-PE

e professora da Educação Básica do município de Camaragibe-PE. É integrante do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística - GPEME, desenvolvendo estudos relacionados ao ensino e a aprendizagem de Matemática e Estatística na Educação Infantil, e do Grupo de Pesquisa A Cultura da Infância nas Políticas e Práticas Pedagógicas na Educação Infantil - GRUPEI, desenvolvendo pesquisas e refletindo sobre formação de professor, a criança e a infância. Tem experiência em Formação de Professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental. E-mail: prof.flavialuiza@gmail.com



Lidiane Ribeiro Rodrigues Gaioti: Pós-Graduada em Aperfeiçoamento em Mentoria para a Educação Profissional e Tecnológica do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Espírito Santo - Campus Cachoeiro de Itapemirim (2023). Especialista em Tópicos em Matemática pela Faculdade Venda Nova do Imigrante (FAVENI) (2022). Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) (2020). Atuou como bolsista no Programa de Estágio da Secretaria de Educação do Espírito Santo (2018-2019). Atualmente atua como professora substituta no Instituto Federal do Espírito Santo Campus Cachoeiro de Itapemirim.



Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon: Licenciada em matemática e em pedagogia. Doutora em Educação pela UFES e professora do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES, Campus Cachoeiro de Itapemirim/ES. Atua na área de Educação, com ênfase em Educação, Educação Matemática, Gestão Educacional e em Matemática.



J. Alexandre Martins: Licenciado em Matemática (Universidade de Coimbra). Mestre em Matemática-Física (U. Coimbra). Doutor em Didática das Ciências e da Tecnologia (Didática das Ciências Matemáticas, UTAD). É professor de Matemática e Estatística do Instituto Politécnico de Guarda (ESTH). Linhas de Investigação sobre Educação : Atitudes face à estatística à probabilidade, Estatística e uso de tecnologia. ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-3921-6426>. Email: jasvm@ipg.pt.



Adriana Costa Santos da Silva: Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela UESC, licenciada em Pedagogia pela UESB e professora dos anos iniciais na Rede Municipal de ensino de Ilhéus/BA. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4424687217515301>. Email: cssdrykka@gmail.com



Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana: Pós-doutorado em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa. Doutora em Educação Matemática. Mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal da Bahia (UFBA), Licenciada em Ciências com habilitação em Matemática pela Federação das Escolas Superiores de Ilhéus e Itabuna (FESPI). Professora Permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e professora Colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Atua no curso de Licenciatura em Matemática da UESC, Departamento de Ciências Exatas (DCEX). Líder do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, Estatística e em Ciências (GPEMEC) e Coordenadora Geral da Rede Educação Matemática Nordeste (REM-NE). Ilhéus, Bahia, Brasil. ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0001-6156-1205>, E-mail: eurivalda@uesc.br



Fernanda Florindo de Souza: Mestranda em Ensino, pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES). Licenciada em Matemática, pela Universidade Paulista (UNIP), Licenciada em Pedagogia e em Educação Especial, pela Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES). Possui formação lato sensu, em Gestão Educacional, Educação Especial e Tecnologias Educacionais. Atua como docente no ensino básico, na rede estadual de ensino de São Paulo, lecionando a disciplina de Matemática. Também atua, na rede municipal de ensino de Santos, lecionando nos anos iniciais do ensino fundamental.



Maria da Conceição Lira da Silva: Doutoranda e mestra em Educação - UFPE; Especialista em Docência na Educação Infantil - UFPE; Especialista em Recursos Humanos para Educação pela Faculdade Frassinetti do Recife- FAFIRE; Pedagogia - UFPE. Professora da Educação Básica e Coordenadora Educacional da Gerência de Educação Infantil do município do Jaboatão dos Guararapes-PE. É integrante do Grupo de Pesquisa A Cultura da Infância nas Políticas e Práticas Pedagógicas na Educação Infantil – GRUPEI; do Grupo de Estudo em Alfabetização, Prática Docente e Formação de Professor – GEALPRAFOR e do Grupo Práticas de Leitura e Escrita na Educação Infantil - PLEEI. Desenvolve pesquisas sobre leitura e escrita na Educação Infantil, currículo e formação de professor. Tem experiência em Formação de Professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental. E-mail: cecalirases@gmail.com



Maria Elisabette Brisola Brito Prado: Doutora em Educação (Currículo) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Mestre na Educação na área de Psicologia Educacional pela Universidade Estadual de Campinas e graduada em Licenciatura em Ciências e Matemática, Pedagogia pela UNICAMP.

Atualmente é professora doutora dos Programas de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN) e em Metodologia de Ensino de Linguagens e suas Tecnologias da Universidade Norte do Paraná (UNOPAR). Pesquisadora colaboradora do Núcleo de Informática Aplicada à Educação da UNICAMP e membro do Comitê Científico Pedagógico do Projeto Educação na Cultura Digital do Programa Proinfo/MEC. Desenvolve trabalhos de consultoria e de pesquisas com publicações nas áreas de Formação de Professores, Educação Matemática, Tecnologia e Mídias na Educação e Educação a Distância. E-mail: maria_prado@cogna.com.br



Michel da Costa: Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN, Mestre em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, Licenciatura em Pedagogia e Licenciatura em Ciências - com habilitação plena em Matemática pela Universidade Santa Cecília - UNISANTA. Atualmente Professor Permanente no Programa de Pós Graduação Stricto Sensu - Práticas Docentes no Ensino Fundamental; Coordenador do Curso de Matemática e Professor nos Cursos de Graduação - Matemática, Pedagogia e Psicologia. Tem experiência na área de Ensino, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Políticas Públicas em Educação, Formação de Professores, Educação Estatística e Resolução de Problemas.. E-mail: michel.costa@unimes.br

SOBRE OS ORGANIZADORES



Sidney Silva Santos: Pós-doutorando no programa de pós-graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica de Campinas (2023); Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2022); Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (2016); Atua na linha de pesquisa Formação de Professores de Matemática que ensinam Probabilidade e Estatística: identidade, saberes, práticas pedagógicas, narrativas videobiográficas, aprendizagem docente. Possui especialização em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2009), Educação Especial Inclusiva, Alfabetização e Letramento pela Faculdade Alvorada Paulista de São Paulo (2018 e 2019), respectivamente, e Língua Brasileira de Sinais pelo Instituto Facuminas (2022). Graduação em Licenciatura Matemática com ênfase em informática pela Universidade Paulista (UNIP - 2007) e Pedagogia pela Faculdade Associada Brasil (2017). Participa do Grupo de Pesquisa em Educação Estatística - GPÉE da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita campus Rio Claro. É membro do Grupo de Trabalho de Educação Estatística GT12 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM. Atua como professor de matemática na Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande e São Vicente, litoral sudeste de São Paulo.



Geovane Carlos Barbosa: Graduado em Estatística e mestre em Engenharia Ambiental pela Universidade Federal do Espírito Santo, (UFES), Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL/SP). Atualmente é docente do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes) campus Cachoeiro de Itapemirim. Pesquisador nas áreas de Educação Matemática e Educação Estatística.



Priscila Bernardo Martins: Pós-doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Doutora no ensino de Ciências e Matemática. Mestre no ensino de Ciências (área de concentração Ensino de Matemática). Graduada em Pedagogia, Matemática e Gestão de Recursos Humanos pela Universidade Cruzeiro do Sul. Especialista em Educação a distância e elaboração de materiais. Docente dos Programas acadêmico e profissional em Ensino de Ciências e em Ensino de Ciências e Matemática e docente do curso de Pedagogia da Universidade Cruzeiro do Sul. Atua no âmbito pedagógico na Plataforma Virtual de Aprendizagem da Parceiros da Educação. Avaliadora ad hoc INEP/MEC (Instrumento de Avaliação Externa - Ato Autorizativo Cursos de Graduação). Coordenadora adjunta do Grupo de Trabalho GT1 referente a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Atuou como formadora de Matemática de professores e coordenadores de Redes Municipais pela Parceiros da Educação no âmbito do Projeto “Construindo Saberes”. Atuou como formadora em Ensino de Matemática e Ciências da Natureza na modalidade Educação de Jovens e Adultos pela Secretaria Municipal de Educação da Cidade de São Paulo. Leitora crítica do Currículo da Cidade (2017). Autora do Material Curricular do 8º ano de Matemática e do Material Curricular do Professor 4º, 8º e 9º de Matemática da Secretaria Municipal de São Paulo. Participou de Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP e UNESCO. Integrante do Grupo de Pesquisa CCPPM e pesquisa temáticas relacionadas a Currículo, Avaliação e Formação de Professores de Matemática.

Nas páginas deste livro, mergulhe em um cenário educacional apresentado por especialistas e pesquisadores apaixonados pelo ensino de Combinatória, Estatística e Probabilidade. Organizado com o intuito de aprimorar o conhecimento de educadores e pesquisadores, este volume reúne reflexões práticas e elucidativas sobre a aplicação desses temas nos diferentes níveis de ensino. Este compêndio aborda de forma incisiva a importância do domínio estatístico e probabilístico em um mundo repleto de dados e incertezas, destacando a necessidade de formar estudantes capazes de compreender, analisar e contextualizar informações estatísticas, garantindo sua atuação crítica e responsável na sociedade. Cada capítulo oferece insights valiosos extraídos de pesquisas realizadas por renomados acadêmicos, mergulhando em variados aspectos do ensino desses conteúdos. Desde análises das bases curriculares até estudos sobre práticas pedagógicas eficazes, o livro visa não apenas informar, mas também inspirar educadores a promoverem um ensino mais sólido e inclusivo.

