

---

# Representações semióticas no estudo de inequações do primeiro grau no ensino médio

| **Diego da Silva Queiroz**  
UFSCAR

| **Paulo Cesar Oliveira**  
UFSCAR

# RESUMO

Este relato de pesquisa teve como objetivo analisar o desempenho dos alunos de uma turma da 1<sup>a</sup> série do Ensino Médio ao abordar o objeto matemático inequação do 1º grau em um processo de ensino-aprendizagem pautado na coordenação e mobilização de registros de representação semiótica. A pesquisa de natureza qualitativa teve seu percurso metodológico traçado em um contexto de ensino remoto, cuja produção de informações na forma de registros escritos (protocolos) e entrevistas com oito alunos envolvidos com a resolução de tarefas propostas, foi submetida à análise. Tal análise teve o propósito de responder a seguinte questão de investigação: quais as implicações no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do 1º grau ao se trabalhar com a conversão de registros de representação semiótica em uma turma da 1<sup>a</sup> série do ensino médio? Como resultado de pesquisa, ressaltamos a necessidade de investir nas aulas de matemática, no processo de comunicação pela linguagem matemática, tanto em nível oral quanto escrito, para que os alunos construam significados sobre o conceito de inequação. Ressaltamos que o fato de existirem poucas pesquisas brasileiras abordando a teoria de registros de representação semiótica no processo ensino-aprendizagem envolvendo estudantes dos anos finais do ensino fundamental e médio, no estudo de inequação, constitui um terreno fértil para novas investigações.

**Palavras-chave:** Conversão, Desigualdades, Congruência Semântica, Ensino-Aprendizagem.

## ■ INTRODUÇÃO

A redação do conteúdo deste capítulo de livro é fruto de reflexões do trabalho de pesquisa em nível de Mestrado Profissional, desenvolvido por Queiroz (2021) sob a orientação do segundo autor, no âmbito do Programa de Pós-Graduação de Ensino em Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos – campus Sorocaba.

Na condição de professor-pesquisador, o baixo desempenho dos alunos em problemas algébricos apresentados no registro em língua natural causava inquietação. A princípio acreditávamos que a dificuldade dos alunos não estava associada ao conteúdo matemático, mas sim, com a interpretação do enunciado, tratando-se, portanto, de uma dificuldade que deveria ser sanada por professores de Língua Portuguesa e não de Matemática.

Como participante dos encontros do Grupo de Estudos e Planejamento de Aulas de Matemática – GEPLAM, permeados por estudos sobre a teoria dos Registros de Representação Semiótica - RRS de Raymond Duval, percebemos que nossa crença inicial não estava correta, pois tal estudo permitiu compreender as dificuldades dos alunos em atividades de resolução das tarefas propostas sobre inequações.

A partir da apreensão dos RRS, pudemos analisar minuciosamente as dificuldades dos alunos na resolução de problemas como no caso a seguir: “Um vendedor recebe um salário fixo de R\$ 1000,00 mensais mais R\$ 20,00 a cada hora extra. Quantas horas extras o vendedor deverá trabalhar, em um mês, para receber no mínimo R\$ 1400,00?”

Muitos alunos associam a palavra “mínimo” com o símbolo de menor ( $<$ ), entretanto, seu significado no contexto do enunciado do problema equivale ao símbolo de maior ou igual ( $\geq$ ). Segundo a teoria de Duval (2003, 2009), essa questão não possui congruência semântica, pois a palavra “mínimo” no registro de partida não possui correspondência semântica com o signo ( $\geq$ ) no registro de chegada, sendo isso uma das causas do insucesso dos alunos.

Munidos desse conhecimento e, sabendo também, que um mesmo objeto matemático pode ser acessível por diferentes registros de representação semiótica, começamos a ter um olhar diferenciado para a produção dos alunos e, na condição de professor-pesquisador, inserimos nas aulas do Ensino Médio, tarefas que buscaram proporcionar a mobilização e coordenação de registros de representações semióticas acerca do objeto matemático inequação do 1º grau.

O objeto matemático inequação do 1º grau é definido a partir da ideia de desigualdade, a revisão desse conteúdo faz-se importante porque esses conceitos são aplicados nos mais variados conteúdos como, por exemplo, na representação de um conjunto utilizando o método da compreensão, no qual os símbolos de menor ( $<$ ), menor ou igual ( $\leq$ ), maior ( $>$ ), maior ou igual ( $\geq$ ) ou diferente ( $\neq$ ) devem ser utilizados na representação de intervalos numéricos como ‘ $-2 < x \leq 4$ ’, ou ainda,  $] -2, 4]$ . Também há aplicação em problemas nos

quais aparecem termos na língua materna, tais como: “a partir de”, “no máximo”, “no mínimo”, entre outros. Além disso, a inequação subsidia o estudo das funções no que tange à condição de existência de uma função polinomial, no estudo de sinais de uma função ou na análise gráfica das funções.

Em uma Escola Técnica Estadual (Etec), na condição de cenário virtual de docência e pesquisa, no decorrer da pandemia no ano 2020, o professor-pesquisador era responsável por uma turma de 1<sup>a</sup> série do Ensino Médio, integrada ao curso técnico em Agronegócios. O objeto matemático inequação do 1º grau não faz parte do conteúdo programático, porém, os professores inserem em seus planejamentos anuais devido a importância desse conceito no estudo de função. Apesar dos alunos ingressarem na Etec através de um processo seletivo, recebemos alunos de diversas cidades da região e com níveis diferentes de aprendizado, sendo necessário o resgate e a revisão de vários conteúdos do Ensino Fundamental, inclusive inequação, os quais julgamos necessários para dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio.

Para o cumprimento do objetivo dessa pesquisa pautado na análise da conversão de registros de representações semióticas de inequação do 1º grau, discorremos aspectos relevantes sobre o aporte teórico.

A Semiótica é a ciência dos signos e, como tal, tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis capazes de produção de significados e sentido. Santaella (1983, p. 11) destaca que “não chegamos a tomar consciência de que o nosso estar no mundo, como indivíduos sociais que somos, é mediado por uma rede intrincada e plural de linguagens”.

O signo por sua vez representa o seu objeto. De acordo com Santaella (1983), por exemplo, um carro (objeto) não é a palavra carro (signo). A palavra carro é o que se refere ao meio de locomoção que chamamos de carro (objeto). Para que a palavra carro dê a interpretação daquilo que chamamos de carro, é necessário alguma coisa (mente) capaz de fazer a relação entre o carro e a palavra que o representa (interpretante).

Na especificidade da Matemática, ‘ $2x + 4 < 8$ ’, cada um dos elementos que formam esta desigualdade constitui um signo. A interpretação mental sobre a desigualdade é uma ação humana que, na perspectiva de Duval (2009), corresponde ao ‘significante’.

As interpretações (significados) associadas a essa desigualdade que expomos contribuem no processo de significação ao se relacionar o significante com o significado (DUVAL, 2009). Se a significação dada por um sujeito for de uma expressão algébrica cujo primeiro membro da desigualdade pode ser reduzido a um polinômio do primeiro grau e o segundo membro igual a zero, então a referência é um objeto da área da matemática, no caso, a inequação do 1º grau na incógnita ‘x’.

A Matemática utiliza uma grande variedade de representações semióticas, de modo que Duval (2003, 2009) utiliza o termo “registros” de representação para designar diferentes tipos de representação semiótica como a linguagem natural, figuras geométricas, sistemas de escrita, gráficos cartesianos, entre outros.

A palavra abstrato diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Um ponto fundamental para Duval (2009) é a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações com significados distintos em seu conteúdo podem estar associadas ao mesmo objeto. Se considerarmos o objeto matemático inequação do 1º grau, podemos apresentá-la mediante a representação na língua materna, como por exemplo: “quais são os possíveis valores de  $x$ , sendo  $x$  um número natural, sabendo que o dobro de  $x$  mais uma unidade é menor que nove?”

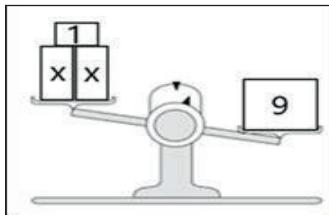
O enunciado no parágrafo anterior está representado em linguagem natural, ou seja, utilizamos as palavras para expressá-lo. De acordo Duval (2003, 2009), para que o aluno tenha sucesso nas atividades matemáticas, é necessário que ele saiba mobilizar e coordenar diferentes representações semióticas na resolução de uma mesma tarefa matemática proposta. Para que a coordenação de registros ocorra, alguns processos transformadores das representações semióticas são primordiais, no caso, o tratamento e a conversão (DUVAL, 2003, 2009).

O tratamento é uma atividade cognitiva que envolve uma transformação que ocorre internamente ao mesmo sistema semiótico ou registro de representação semiótica. Se considerarmos a representação algébrica descrita como ‘ $2.x + 1 < 9$ ’ para todo ‘ $x$ ’ pertencente aos números naturais, os procedimentos aplicados para obter o intervalo numérico de solução para essa inequação é um exemplo de transformação na forma de tratamento. Dado o sistema semiótico simbólico, permanecemos no mesmo sistema devido aos procedimentos algébricos utilizados para obter resposta para a variável ‘ $x$ ’.

Segundo Duval (2009, p.58) “a conversão é uma atividade cognitiva que envolve transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58).

Como exemplo, propomos o enunciado (‘quais são os possíveis valores de  $x$ , sendo  $x$  um número natural, sabendo que o dobro de  $x$  mais uma unidade é menor que nove?’), sobre o qual podemos ter como registro de partida uma representação figural associada à balança com pratos:

**Figura 1.** Balança com pratos em desequilíbrio



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Como o objeto matemático é a inequação, podemos utilizar uma balança desequilibrada em relação aos pratos, para representar a desigualdade entre os seus dois membros. Na ‘figura 1’ observamos que o prato do lado esquerdo da balança encontra-se em uma posição mais alta comparado ao prato do lado direito. Isso expõe um desequilíbrio entre as duas quantias representadas na balança, ou seja, o valor representado à esquerda é menor que o valor representado à direita.

Partindo da representação em língua natural ou da representação figural podemos promover uma atividade cognitiva de conversão das representações semióticas, ou seja, transitar a partir de um dos dois registros citados e obter a representação algébrica descrita como “ $2x + 1 < 9$ ” para todo ‘ $x$ ’ pertencente aos números naturais.

O custo cognitivo nessa atividade de conversão da representação semiótica entre os registros é baixa, pois o registro de chegada (algébrico) é obtido de forma direta (congruência semântica) a partir das unidades significantes nomeadas de ‘A’ até ‘E’ no registro de partida (língua natural), conforme exposto na ‘figura 2’:

**Figura 2.** Congruência semântica

<u>Duas vezes um número mais uma unidade é menor que nove</u>					
<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
2.	x	+	1	<	9

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na situação exposta no conteúdo da ‘figura 2’ a congruência semântica é caracterizada por tratar-se de uma “conversão que está próxima de uma situação de simples codificação” (DUVAL, 2003, p.19). A codificação na perspectiva deste autor, não oportuniza aos estudantes o aprofundamento conceitual que uma conversão não condicionada a regras de codificação oferece.

A dificuldade na compreensão de uma tarefa matemática por parte do aluno está associada à congruência semântica. “A variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas de incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos” (DUVAL, 2011, p. 121).

Quanto às variações de congruência e não-congruência semântica nas conversões, Duval (2012) apresenta três critérios que permitem essa identificação nas conversões a serem efetuadas:

1. Correspondência semântica entre as unidades significantes; para cada unidade significante no registro de partida, há uma respectiva unidade no registro de chegada;
2. Univocidade semântica terminal: cada unidade significante no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada;
3. Conservação da ordem das unidades de sentido: as unidades significantes correspondentes nos dois registros seguem também a mesma ordem nas duas representações semióticas.

Com base nos três critérios, quanto menos critérios atendidos, maior o grau de não-congruência semântica. Além das variações de congruência semântica, devemos levar em conta a heterogeneidade dos dois sentidos da atividade cognitiva de conversão das representações semióticas.

Duval (2003) chama-nos a atenção para o fato de que nem sempre a conversão é realizada pelo aluno quando invertemos as representações semióticas entre os registros de partida e chegada. Segundo o autor, “a conversão das representações, que não é uma codificação, é uma operação cognitivamente não reversível” (DUVAL, 2011, p.118). É, portanto, um equívoco acreditar que ao abordar a atividade cognitiva de conversão num determinado sentido, de acordo com a tarefa proposta, que o aluno, por consequência realiza a conversão da representação semiótica, no sentido inverso dos registros apresentados (DUVAL, 2003).

Considere o conteúdo da ‘figura 3’:

**Figura 3.** Análise dos critérios de congruência semântica

<u>O dobro de um número mais cinco é menor que o triplo desse número.</u>						
A	B	C	D	E	F	G
<u>A B C D E F G</u> $2. \underline{x} + 5 < 3. \underline{x}$						

**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

Na ‘figura 3’ o sublinhado e as letras demarcadas em amarelo, indicam as unidades significantes do enunciado (registro na língua natural). Na atividade de conversão da representação semiótica entre os registros da língua natural e algébrico, indicamos a sequência de letras demarcadas em amarelo de acordo com as unidades significantes na representação algébrica.

No que se refere a correspondência semântica (1º critério), a atividade matemática não apresenta correspondência semântica entre as unidades significantes, uma vez que as palavras ‘dobro’ e ‘triplo’ (unidades significantes no registro de partida) associam duas unidades significantes no registro de chegada, ou seja, cada numeral ‘2’ e ‘3’ e o respectivo operador da multiplicação.

O critério de univocidade semântica terminal (2º critério) é satisfeito, pois as unidades significantes representadas pela sequência das letras do alfabeto (ABCDEFG) no registro de partida tem uma única unidade correspondente no registro de chegada, dada pela mesma sequência de letras do alfabeto. A ordem das unidades significantes (3º critério) também é conservado, pois a sequência de letras associadas às unidades significantes dos registros de partida e chegada é a mesma.

Na abordagem dos critérios de congruência, apresentamos na ‘figura 3’ uma situação de não-congruência semântica, pelo fato do primeiro critério não ser satisfeito. Entendemos que essa situação não envolve um custo cognitivo alto na atividade de conversão, pois um ajuste na formulação do enunciado, permite-nos obter uma atividade matemática com congruência semântica. Com este propósito, podemos apresentar a reformulação do enunciado da seguinte forma: ‘duas vezes o valor de um número mais cinco é menor que três vezes o mesmo número’.

## ■ MÉTODO

Para o cumprimento do objetivo da pesquisa, a metodologia empregada foi pautada em uma abordagem de natureza qualitativa, pois nos preocupamos em analisar o desempenho dos alunos e não propriamente o número de acertos de cada um nas atividades aplicadas.

Silveira e Córdova (2009) afirmam que a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, entre outros. “Na pesquisa qualitativa, o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas.” (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009, p. 32).

Dado o contexto da pandemia, as aulas ocorreram de forma remota, sendo organizadas em encontros síncronos, onde foram expostos os conceitos acerca do objeto inequação do primeiro grau, bem como, aplicado tarefas para que os alunos pudessem realizar as transformações entre os registros de representação semiótica. No ensino remoto o avanço dos conteúdos ocorreu de forma mais lenta comparado ao ensino presencial. O estudo da inequação do 1º grau ocorreu no dia 03 de julho até o dia 03 de setembro de 2020, com um recesso de 03 a 07 de agosto, sendo 4 aulas de matemática por semana. Selecionamos para este texto, 7 tarefas propostas aos alunos e análise dos protocolos escritos e entrevis-tas realizadas com 8 alunos (nomes fictícios), os quais participaram de todos os encontros

síncronos e entregaram suas atividades de acordo com o cronograma propostos no ensino remoto, via plataforma TEAMS.

## ■ RESULTADOS E DISCUSSÃO

As tarefas apresentadas nesta seção fizeram parte da avaliação final do processo ensino-aprendizagem do objeto matemático inequação do primeiro grau. No ‘quadro 1’, apresentamos a primeira tarefa, na qual a atividade cognitiva requerida foi a conversão da representação semiótica entre o registro figural e o algébrico; em seguida, o tratamento no registro algébrico e, por fim, apresentação da solução no registro algébrico e geométrico.

Quadro 1. Primeira tarefa da avaliação

Observe o desenho da balança:



- Escreva uma sentença matemática que representa o desequilíbrio da balança.
- Determine os valores de  $x$  para que a desigualdade se mantenha. Represente sua resposta na forma de conjunto solução, bem como na reta numérica.

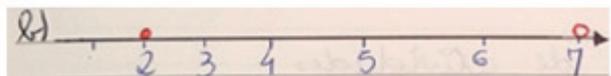
Fonte: elaborado pelo pesquisador

Destacamos na ‘figura 4’ os protocolos escritos dos respectivos alunos Elisa e Roberto.

Figura 4. Protocolos dos alunos Elisa e Roberto

① a)  $3x + 5 > 8$

②  $3x + 5 > 8$   
3x > 3  
x > 1



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Observamos no protocolo da aluna Elisa que ela realizou corretamente a conversão entre o registro figural e algébrico; usou procedimentos algébricos na resolução da inequação e representou a solução na reta numérica. O único erro da aluna foi não ter representado na reta numérica o intervalo aberto, mostrando que a solução da inequação são valores de 'x' maiores que um. De qualquer forma, a aluna está entre os poucos alunos que apresentou o conjunto solução na reta numérica e foi a que mais se aproximou da representação correta.

Quanto ao aluno Roberto, ele realizou incorretamente a conversão do registro figural para o algébrico, não usou procedimentos algébricos na resolução da inequação. Como esse aluno escreveu errado a inequação o resultado também ficou incorreto. Nesse caso, entendemos que o erro do aluno na conversão da representação semiótica ocorreu devido o valor no 'prato' direito da balança ser igual a 8, logo, ele interpretou que para se manter o desequilíbrio bastava o valor no 'prato' esquerdo ser maior que 9. Essa interpretação não está totalmente errada, porém, dessa forma, ele exclui todos os números reais entre 8 e 9, por isso, consideramos errada sua solução.

Na segunda tarefa, apresentada no 'quadro 2', a atividade cognitiva requerida foi a conversão do registro em língua natural para o algébrico e tratamento no registro algébrico.

Quadro 2. Segunda tarefa da avaliação

A seca no Rio Grande do Sul provocou uma queda de aproximadamente 40% na produção de soja gaúcha para o ciclo 2019/2020, segundo estimativa da Companhia Nacional de Abastecimento (Conab). No ciclo 2018/2019, os produtores do Estado haviam colhido 19,2 milhões de toneladas. Considere 'x' milhões de toneladas de soja e escreva na forma de inequação a variação da produção entre o ciclo 2018/2019 e o ciclo 2019/2020.

**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

Apresentamos os protocolos dos alunos Larissa e Roberto, respectivamente, na 'figura 5':

**Figura 5.** Protocolos dos alunos Larissa e Roberto

$$2 - 11,52 < x < 19,2$$

$$\textcircled{2} 19,2 - 7,68 < x > 19,2$$

**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

Podemos observar que a aluna Larissa fez corretamente a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico, entretanto, o aluno Roberto não obteve o mesmo êxito. No caso do Roberto, ele representou incorretamente o símbolo da segunda desigualdade,

invertendo o símbolo ‘menor’ para ‘maior’. Esse erro cometido por ele foi muito comum durante a realização das atividades, evidenciando que alguns alunos não sabiam fazer a representação e leitura da desigualdade nos dois sentidos.

Assim como Roberto, outros três alunos não responderam corretamente à questão, que se trata de um problema contextualizado, cujas informações presentes no enunciado dificultam a conversão da representação do registro em língua natural para o registro algébrico. Essa dificuldade ocorreu pois as unidades significantes no registro de partida ‘redução’, ‘19,2’ e ‘variação’ não possuem correspondentes no registro de chegada. Além disso, a unidade significante ‘variação’ possui um signo no registro de partida enquanto no registro de chegada é representada por dois signos de ‘<’, sendo assim, a questão não satisfaz o primeiro critério de correspondência semântica.

A univocidade semântica terminal e a organização das unidades significantes também não são satisfeitas nessa questão, haja vista que a unidade significante ‘variação’ pode ser interpretada como sendo menor (<), maior (>) ou maior igual ( $\geq$ ). Já em relação a organização das unidades, o signo ‘x’ aparece em ordens diferentes no registro de partida e no registro de chegada.

Logo, podemos afirmar nessa tarefa que os três critérios de congruência semântica não são satisfeitos, o que torna a conversão da representação semiótica entre o registro de língua natural para o registro algébrico uma atividade com alto custo cognitivo.

A terceira tarefa apresentada no ‘quadro 3’ teve como objetivo analisar se o aluno foi capaz de realizar a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica entre o registro na língua natural para o algébrico e, em seguida, a conversão entre o registro algébrico e o gráfico.

Quadro 3. Terceira tarefa da avaliação

Um pequeno fazendeiro dispõe de 8 alqueires para plantar milho e cana. Representando as áreas que serão utilizadas para o plantio de milho e cana por  $x$  e  $y$ , respectivamente

- Escreva uma sentença matemática que representa a área máxima que poderá ser plantada dessas duas culturas.
- Represente graficamente a sentença obtida.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Apresentamos na ‘figura 6’ a produção escrita nos protocolos dos alunos Betina e Joaquim.

**Figura 6.** Protocolos dos alunos Betina e Joaquim



**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

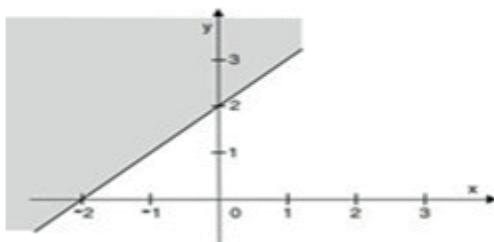
Observamos nos protocolos que a aluna Betina respondeu corretamente os dois itens da tarefa; elaborando as duas conversões de representação semiótica requeridas. Em relação ao aluno Joaquim, ele acertou o ‘item b’, apesar do ‘item a’ conter erro, pois utilizou o símbolo ‘=’ (igual) no registro algébrico quando deveria utilizar o ‘≤’. Mais precisamente, a unidade significante no registro de partida é a palavra ‘máxima’, indicando que a área a ser plantada pode ser menor ou igual ( $\leq$ ) a oito hectares.

Esse tipo de erro do aluno Joaquim é frequente porque nessa tarefa também os três critérios de congruência semântica não são satisfeitos. O primeiro critério (correspondência semântica) não é satisfeito, pois a unidade significante ‘área máxima’ possui dois signos no registro de partida e apenas um signo ‘≤’ (menor ou igual) no registro de chegada. A univocidade semântica terminal (2º critério) não está satisfeito pois a unidade significante ‘máximo’ no registro de partida pode ser interpretada como menor ( $<$ ), igual ( $=$ ) ou menor igual ( $\leq$ ) no registro de chegada. Por fim, a ordem das unidades significantes (3º critério) no registro de partida não estabelece correspondência com as unidades significantes no registro de chegada.

No ‘quadro 4’, apresentamos a quarta tarefa da avaliação, cuja atividade cognitiva requerida dos alunos foi a conversão entre o registro gráfico e o algébrico. Esse tipo de conversão é o caminho oposto ao que foi realizada no ‘item b’ da tarefa anterior e, segundo Duval (2003, 2009), possui custo cognitivo maior. Este custo é justificado pela apreensão conceitual que o aluno deve ter ao interpretar o gráfico de modo que os procedimentos algébricos escolhidos por ele conduz à elaboração correta da representação algébrica da inequação.

Quadro 4. Quarta tarefa da avaliação

A região pintada no gráfico representado a seguir corresponde a uma inequação de 1º grau. Qual é a inequação?



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Segue os protocolos dos alunos Larissa e Marcos para análise, dispostos na ‘figura 7’:

Figura 7. Protocolos das tarefas dos alunos Larissa e Marcos

4 - a)	$y \geq x + 2$	$y \geq x + 2$
	$y = x + 2$	$y = x + 2$
	$0 = x + 2$	$0 = 0 + 2$
	$0 - 2 = x + 2 - 2$	$y = 2$
	$-2 = 0$	
	$(-2, 0)$	$(0, 2)$

$4 - x + y \geq 2$

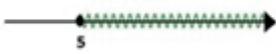
Fonte: elaborado pelo pesquisador

No protocolo da aluna Larissa observamos que ela respondeu corretamente a questão. Para ratificar sua resolução, substituiu os pontos de cruzamentos com os eixos coordenados, ou seja,  $(0, 2)$  e  $(-2, 0)$  na inequação ‘ $y \geq x + 2$ ’ para verificar se a desigualdade permanece verdadeira. Já o aluno Marcos errou a questão, pois se subtraímos ‘ $x$ ’ em ambos os membros de ‘ $x+y \geq 2$ ’, teremos a desigualdade  $y \geq -x + 2$ . Nesse caso, como o coeficiente da variável  $x$  é negativo, a reta seria decrescente, logo, está errado, pois no registro gráfico notamos que a reta é crescente.

No ‘quadro 5’ temos a quinta tarefa, sobre a qual a atividade cognitiva exigiu a formulação e resolução de um problema cujo resultado estivesse representado no intervalo numérico dado. Em termos de mobilização e coordenação de registros de representação semiótica, esperava-se do aluno o desenvolvimento da atividade cognitiva de conversão da representação semiótica do registro geométrico para o registro em língua natural e, em seguida, do registro em língua natural para o registro algébrico, além do tratamento no registro algébrico.

Quadro 5. Quinta tarefa da avaliação

Formule e resolva um problema cujo resultado seja representado por cada intervalo a seguir:



Fonte: elaborado pelo pesquisador

Apresentamos na ‘figura 8’ os protocolos dos alunos Betina e Marcos, respectivamente.

Figura 8. Protocolos das tarefas dos alunos Betina e Marcos

5) Mais 5 reais, depois ela ganhou 2 reais em seguida ganhou mais outra quantia do seu pai. Pergunte na sala quando ela pode ter agora =  $x \geq 5$

5 - a) Eduarda tinha 5 peças de Xadrez  
→ achar mais algumas, quantas mais  
ai Xadrez Eduarda ganhou?  
 $x \geq 5$

Fonte: elaborado pelo pesquisador

A formulação do problema possui custo cognitivo alto, pois o aluno necessita ser capaz de interpretar o conteúdo da representação figural na reta numérica para, posteriormente, formular um enunciado compatível; uma situação na qual os alunos encontraram mais dificuldades e poucos conseguiram realizá-la corretamente. Nos protocolos escritos da ‘figura 8’, observamos que os alunos Betina e Marcos tentaram elaborar um problema no registro em língua natural, porém, ambos cometem erros. No problema elaborado por Betina a resposta deveria ser  $x \geq 3$ , dado que a partir do valor inicial cinco reais foram gastos dois reais e, em seguida, acrescentou-se uma outra quantia. Já no problema elaborado por Marcos, se o jogador tinha cinco peças e ganhou mais algumas, a representação correta seria ‘ $x > 5$ ’ e não ‘ $x \geq 5$ ’.

A atividade cognitiva requerida na sexta tarefa foi a realização da inequação utilizando procedimentos algébricos, bem como a representação da solução através do registro geométrico. No ‘quadro 6’, apresentamos o conteúdo da tarefa proposta:

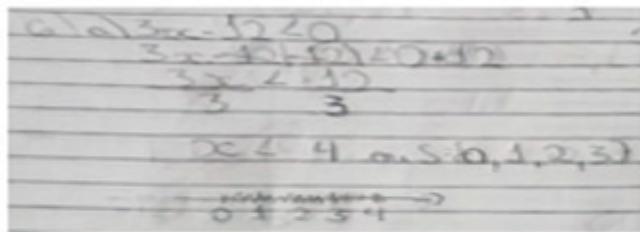
Quadro 6. Sexta questão da avaliação

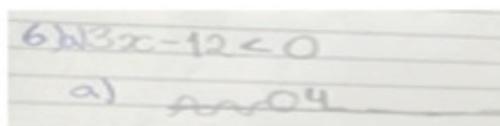
Dada a inequação  $3x - 12 < 0$ , represente a solução na reta numérica.

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Na sequência apresentamos os protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Erasmo, respectivamente.

**Figura 9.** Protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Erasmo





**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

A aluna Manuela resolveu corretamente a inequação através de procedimentos algébricos, porém, a representação da solução, por meio do conjunto e da reta numérica, está incorreta. A aluna não considerou que o conjunto solução faz parte do conjunto dos reais e, além disso, na reta numérica usou um intervalo fechado, entretanto, como a desigualdade envolve o símbolo ‘<’ (menor), o intervalo é aberto. O aluno Erasmo, apesar de ter representado corretamente a solução através do registro geométrico, não resolveu a inequação, sendo assim, consideramos que sua resposta está parcialmente correta.

Na sétima tarefa, apresentada no ‘quadro 7’, esperava-se que os alunos fizessem a conversão da representação semiótica entre o registro algébrico e o registro gráfico.

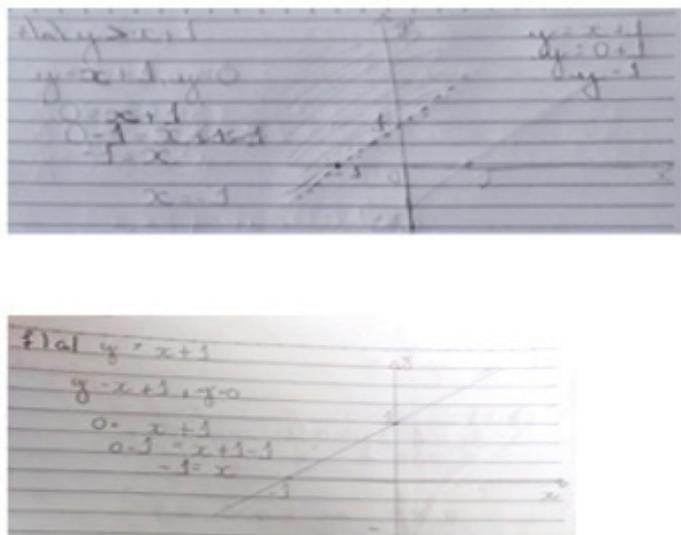
Quadro 7. Sétima tarefa da avaliação

Represente graficamente a inequação  $y > x + 1$

**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

Na figura 10, apresentamos os protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Joaquim, nessa ordem.

**Figura 10.** Protocolos das tarefas dos alunos Manuela e Joaquim



**Fonte:** elaborado pelo pesquisador

Podemos observar na figura 10 que ambos os alunos utilizaram as variáveis visuais, no caso, os pontos de cruzamento com os eixos coordenados, para realizar a conversão da representação semiótica do registro algébrico para o registro gráfico. Mas, apenas a resposta da aluna Manuela está correta. No protocolo do aluno Joaquim, observamos que o aluno representou a reta com uma linha contínua evidenciando que ele não faz distinção entre o símbolo de '>>' e '≥' no registro gráfico. Além disso, o aluno não hachurou a região do semiplano que satisfaz a solução da inequação.

Geralmente os alunos tendem a resolver esse tipo de questão, utilizando a técnica ponto a ponto, porém, essa estratégia não é recomendada. Para a construção de gráficos é adequado o uso de variáveis visuais como, por exemplo, os coeficientes angular e linear, em se tratando da representação gráfica de inequação do primeiro grau.

## ■ CONCLUSÃO

Na apresentação das 7 tarefas submetidas à análise privilegiamos a atividade cognitiva de conversão da representação semiótica de inequação do 1º grau do registro na língua natural para o algébrico, do algébrico para o gráfico e vice-versa, do figural para o algébrico e, do geométrico para a língua natural. Além disso, buscamos relacionar o grau de dificuldade de algumas tarefas com base no custo cognitivo da conversão e na análise dos critérios de congruência semântica.

Esse conjunto de tarefas, pelo fato de ter sido um instrumento de avaliação da aprendizagem dos alunos, os enunciados foram formulados de modo compatível ao que foi desenvolvido no processo ensino-aprendizagem nas aulas remotas.

Na primeira tarefa (balança com dois pratos em desequilíbrio) esperávamos que os alunos aplicassem a conversão da representação do registro figural para o registro algébrico, em seguida, o tratamento no registro algébrico e, posteriormente, a conversão da representação do registro algébrico para o geométrico.

Os resultados apresentados pelos alunos, na primeira parte da questão, foram satisfatórios haja vista que apenas um aluno não realizou corretamente a conversão da representação do registro figural para o algébrico. Na segunda parte, porém, assim como já havia ocorrido em tarefas anteriores, a maioria dos alunos não utilizou procedimentos algébricos na resolução da inequação e, dos três alunos que aplicaram o tratamento no registro algébrico, apenas um apresentou a solução na reta numérica, e de forma incorreta. Apenas um aluno representou corretamente a solução através do registro geométrico (reta numérica), entretanto, não observamos no protocolo desse aluno a resolução da inequação. A análise dos resultados dessa questão revelou que há muito que incentivar os alunos a utilizarem procedimentos algébricos na resolução de inequações do 1º grau.

Na segunda tarefa foi apresentado um problema representado no registro em língua natural envolvendo a variabilidade de produção de soja. Era possível resolver a questão aplicando procedimentos aritméticos para, em seguida, apresentar a resposta através da representação no registro algébrico (intervalo numérico).

Os resultados apresentados nos protocolos dos alunos revelaram que três alunos tiveram dificuldade no entendimento do problema, inclusive com uma aluna deixando a questão em branco. Outra dificuldade observada foi na representação do intervalo, no qual um aluno posicionou incorretamente os símbolos de desigualdade, revelando a ausência na distinção entre os símbolos de menor ( $<$ ) e maior ( $>$ ).

No terceiro problema que envolveu o cálculo da área máxima de plantio de cana e milho, inicialmente, houve demanda da atividade cognitiva de conversão da representação semiótica da língua natural para o registro algébrico e, em seguida, a conversão da representação do objeto inequação do 1º grau do registro algébrico para o gráfico. Os protocolos escritos dos alunos revelaram que metade deles responderam corretamente a primeira parte do problema cuja resposta foi dada na forma de um registro algébrico. Dos alunos que erraram, uma aluna escreveu incorretamente o valor do segundo membro da desigualdade e os demais alunos utilizaram o símbolo de igualdade em vez do símbolo de menor ou igual, expondo dificuldades na compreensão simbólica da atividade de conversão.

Em relação a segunda parte da resolução do problema houve melhoria no desempenho dos alunos, pois cinco alunos fizeram corretamente a conversão da representação semiótica da inequação do 1º grau no registro algébrico para o gráfico.

Na quarta tarefa foi solicitado obter a relação algébrica da inequação do 1º grau a partir da representação gráfica da mesma e metade dos alunos obtiveram êxito na resolução do problema.

Na quinta tarefa esperávamos que os alunos elaborassem um problema a partir do intervalo numérico representado na reta numérica. Porém, os resultados revelaram que os alunos encontraram muita dificuldade na elaboração do enunciado, sendo que apenas três utilizaram a representação no registro em língua natural e, ainda assim, apenas uma aluna formulou adequadamente o problema. Outros alunos representaram o intervalo numérico convertendo essa representação semiótica para um registro algébrico, porém, observamos que a maioria, não souberam distinguir entre o intervalo numérico aberto e o fechado.

A conversão da representação semiótica do objeto inequação do 1º grau expresso na forma algébrica para a reta numérica foi a atividade requerida no sexto problema. Apenas quatro alunos utilizaram procedimentos algébricos na resolução da inequação, todavia, nenhum deles apresentou corretamente a representação geométrica do intervalo numérico na reta, cometendo os mesmos erros de questões anteriores.

No último problema foi requerido dos alunos a conversão da representação semiótica da inequação do 1º grau na forma algébrica para a forma gráfica; atividade cognitiva que já havia sido cobrada em outras tarefas. Em termos de êxito escolar, metade dos alunos apresentaram corretamente a representação gráfica da inequação.

O fato da pesquisa ter sido realizada no contexto da pandemia pode ter influenciado os resultados obtidos. Por exemplo, nas aulas presenciais o professor pode transitar pela sala orientando e motivando os alunos na realização de cada atividade, mas no ensino remoto, por mais que nossos esforços sejam constantes, não temos garantias de que o aluno está participando da aula. Devido as orientações da gestão escolar, as atividades tinham prazo mais longos para serem entregues, sendo assim, por mais que disponibilizássemos aulas para os alunos realizarem as tarefas, muitos faziam em outros horários, dificultando, portanto, as orientações do professor.

O acesso à atividade que o aluno realizou ocorria apenas após a postagem na plataforma TEAMS e isso dificultou bastante as intervenções pedagógicas. Como mencionado anteriormente, nas aulas presenciais as orientações seriam imediatas, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem.

Nos dias atuais a difusão de trabalhos acadêmicos em diversos repositórios têm investigado pesquisadores no desenvolvimento de produções acadêmicas com o objetivo de analisar o que tem sido produzido em determinado tema, determinado como objeto de pesquisa. No caso do objeto matemático “inequação do 1º grau” encontramos duas produções acadêmicas com o propósito de apresentar um panorama das investigações sobre o tema. Alvarenga (2013) em sua tese de doutorado intitulada “O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações”, analisou 67 produções, entre os anos de 1991 a

2011, que tratavam do ensino e aprendizagem do objeto matemático inequações. Os trabalhos acadêmicos foram oriundos de um mapeamento envolvendo dados computadorizados, CDROM de eventos nacionais e internacionais, periódicos e trabalhos impressos obtidos em bibliotecas, além de contatos diretos com autores.

A autora observou que prevaleceu nas publicações o enfoque nos erros, na maneira dos estudantes resolver e interpretar as inequações, a pesquisa de campo, as inequações lineares com 47,76% e as inequações quadráticas com 29,85% do total de trabalhos. Na justificativa da maioria dos trabalhos analisados, Alvarenga (2013) citou a inquietação dos pesquisadores quanto aos inúmeros erros cometidos pelos estudantes em relação à resolução e à interpretação de inequações.

O trabalho de Travassos e Proença (2018) teve como objetivo apresentar um panorama a respeito de trabalhos relacionados ao ensino e à aprendizagem do conteúdo de inequações, publicados nas 12 primeiras edições do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) no período de 1987 à 2016. Para tanto, foi selecionado todos os anais dos ENEMs e realizada uma busca utilizando os termos inequação, inequações e álgebra, presentes nos títulos de todos os trabalhos publicados como pôsteres e comunicações orais (comunicações científicas e relatos de experiência).

Os resultados mostraram que dos 5743 trabalhos encontrados, apenas 8 trataram do conceito de inequação. Destes, em apenas 4 trabalhos, Travassos e Proença (2018) explicitaram que o conteúdo do texto envolveu a análise de desempenho de alunos de diferentes segmentos escolares, na resolução de tarefas com inequação do 1º grau. Segundo estes autores, o mapeamento das pesquisas revelou um número preocupante se levarmos em consideração a importância do conceito assim como as dificuldades que os alunos possuem com relação ao mesmo.

Encontramos nesses dois mapeamentos de pesquisas contribuições importantes, tanto no estudo dos erros na resolução de tarefas, quanto na análise de desempenho dos alunos ao estudar inequação do 1º grau. No entanto, a tese de doutorado de Alvarenga (2013) e o artigo de Travassos e Proença (2018) não contribuíram quanto ao aporte teórico utilizado nas pesquisas analisadas, em especial, a teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Neste sentido, empregamos esforços para um novo mapeamento de pesquisas, colecionadas a partir do banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD. Os descritores e o conectivo lógico ‘AND’ utilizados no processo de busca das pesquisas foram combinados da seguinte forma: ‘inequações AND ensino fundamental’, ‘inequações AND ensino de jovens e adultos’, ‘inequações AND ensino médio’ e ‘inequações AND educação básica’.

Em ambas as bases de pesquisas surgiram diversos trabalhos que descartamos por conta dos propósitos dessa pesquisa. Por exemplo, a dissertação de Coelho (2016) intitulada ‘Inequação polinomial: um método alternativo de resolução’, foi excluída pois o objetivo

do pesquisador foi analisar um método alternativo de resolução de inequações polinomiais, mais simples que o tradicional encontrado nos livros didáticos. Segundo Coelho (2016), esse método foi compilado de diversas fontes não oficiais, porém, à luz da matemática, ele foi demonstrado.

As buscas de pesquisas na CAPES e BDTD revelaram em termos quantitativos, trabalhos desenvolvidos no período de 2002 a 2019, com maior frequência de pesquisas produzidas e defendidas na região Sudeste. O ‘quadro 8’ contempla o acervo de trabalhos dispostos de forma cronológica:

Quadro 2. Mapeamento de pesquisas no período 2002-2019

Autor/Ano	Título	Aporte teórico
TRALDI JUNIOR (2002)	Sistema de Inequações de 1º grau: Uma abordagem do processo de ensino aprendizagem focando os registros de representação	Registros de representação semiótica
FONTALVA (2006)	Um estudo sobre inequações entre alunos do ensino médio	Interação entre domínios de Régine Douady e Categorização erros
CLARA (2007)	Resolução de inequações logarítmicas: Um olhar sobre a produção dos alunos	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios de Régine Douady
MELO (2007)	Docência de inequações no Ensino Fundamental na cidade de Indaiatuba	Registros de representação semiótica e Tendências de ensino da Matemática
MELO (2007)	O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.	Registros de representação semiótica
SALDANHA (2007)	ANÁLISE DE UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA SOBRE DESIGUALDADES LOGARÍTMICAS NO ENSINO MÉDIO	Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre Domínios de Régine Douady
SOUZA (2008)	O uso de vários registros na resolução de inequações. Uma abordagem funcional gráfica	Registros de representação semiótica
CONCEIÇÃO JUNIOR (2011)	Uma abordagem funcional para o ensino de inequações no Ensino Médio	Registros de representação semiótica
UBERTI (2011)	Avaliação da aplicação de jogos na 6ª série: equações, inequações e sistemas de equações do 1º grau	Jogo como estratégia de aprendizagem
VELOSO (2012)	O desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébricos no ensino fundamental: análise de tarefas desenvolvidas em uma classe do 6º ano.	Pensamento e linguagem algébrica
MAGALHÃES (2013)	Estudo das inequações: Contribuições para formação do professor de matemática na licenciatura	Registros de representação semiótica e Dialética Ferramenta-Objeto e Interação entre domínios.
ALVARENGA (2013)	O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.	Estado da arte
DIAS (2014)	ANÁLISE DO CONHECIMENTO DOS PROFESSORES SOBRE O ENSINO DE INEQUAÇÕES	Registros de representação semiótica
ALMEIDA (2017)	Possibilidades e limites de uma intervenção pedagógica pautada na metodologia da sala de aula invertida para os anos finais do ensino fundamental.	Metodologia Sala de Aula Invertida
LOURENÇO (2018)	Inequações: Uma abordagem funcional gráfica para o Ensino Fundamental II	Registros de representação semiótica
TRAVASSOS (2018)	Um estudo sobre o conceito de inequação com licenciandos em Matemática: contribuição da Teoria de Registros de Representação Semiótica	Registros de representação semiótica
MINEIRO (2019)	Estudo das três dimensões do problema didático de inequações	Teoria Antropológica do Didático

Fonte: elaborado pelo pesquisador

As teses de Doutorado (SOUZA (2008), ALVARENGA (2013) e MINEIRO (2019)) foram defendidas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP. Essa instituição também foi responsável por 9 pesquisas em nível de dissertação de Mestrado. A Universidade

Federal de Ouro Preto – UFOP e a Universidade Estadual do Rio de Janeiro-UERJ contribuíram com 2 dissertações de Mestrado, totalizando 14 pesquisas produzidas na região Sudeste.

A Região Sul contribuiu com 3 dissertações de Mestrado, produzidas na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, na Universidade Franciscana e na Universidade Estadual de Maringá – UEL.

Do montante de 17 pesquisas, 9 delas envolveram o aporte teórico-metodológico dos Registros de Representação Semiótica. Poucas tem como público-alvo alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, a maior parte dos trabalhos envolveu alunos da licenciatura em Matemática e/ou professores atuantes na rede pública de ensino.

As pesquisas envolvendo professores em processo de formação inicial ou não forneceram resultados pautados pela análise de desempenho de tarefas propostas ou pelo discurso quanto à proposta de abordagem do conceito de inequação em sala de aula. O êxito na resolução de tarefas propostas também foi o foco nas pesquisas cujos sujeitos participantes foram estudantes.

A partir do mapeamento dessas pesquisas observamos que há um nicho para novas pesquisas no estudo de inequações, especialmente, na análise de um processo ensino-aprendizagem envolvendo a atividade cognitiva de tratamento e conversão de representações semióticas, na produção escrita dos alunos. Essa possibilidade de investigação expande o que foi exposto sobre as pesquisas, as quais revelaram resultados do diagnóstico do desempenho dos sujeitos participantes envolvidos na resolução de tarefas com inequações oriundas da aplicabilidade de um instrumento de coleta de dados.

## ■ REFERÊNCIAS

1. ALVARENGA, Karly Barbosa. **O que dizem as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de inequações.** 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2013.
2. COELHO, Gilberto Jardim. **Inequação polinomial:** um método alternativo de resolução. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2016.
3. DUVAL, Raymond. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática:** Registros de Representação Semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p. 14-69.
4. DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

5. DUVAL, Raymond; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça (Org.). **Ver e ensinar a Matemática de outra forma.** Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica. São Paulo, SP: Proem, 2011.
6. DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.* Tradução Méricles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012
7. QUEIROZ, Diego da Silva. **As representações semióticas no ensino de inequações no ensino médio.** 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas do Programa de Pós-Graduação) – Universidade Federal de São Carlos, *campus Sorocaba*, Sorocaba, 2021.
8. SANTAELLA, Lúcia. **O que é Semiótica.** São Paulo: Brasiliense, 1983.
9. SILVEIRA, Denise Tolfo. CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. A pesquisa Científica. In: GERHARDT, Tatiana Engel , SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009, p. 31-42.
10. TRAVASSOS, Willian Barbosa; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise dos trabalhos do Encontro Nacional de educação Matemática sobre o conteúdo inequações, **Revista Valore**, Volta Redonda, n.3 (Edição Especial), p. 26-37, 2018.