



REVISTA BAIANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



ARTIGO

doi <https://doi.org/10.47207/rbem.v7i1.28347>

SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO DE EXPRESSÕES NUMÉRICAS E CÁLCULO MENTAL

PAVANI, Victor Vaz

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) – *campus* Itapetininga, Mestre em Matemática. ORCID: <<https://orcid.org/0009-0006-2554-4487>>. E-mail: victorvazpavani@ifsp.edu.br

OLIVEIRA, Paulo Cesar

Universidade Federal de São Carlos/UFSCar – *campus* Sorocaba. Doutor em Educação Matemática. ORCID: <<https://orcid.org/0000-0003-2514-904X>>. E-mail: paulooliveira@ufscar.br

Resumo: Este artigo analisa uma sequência didática voltada ao ensino de expressões numéricas e cálculo mental, fundamentada no uso dos materiais manipuláveis ASMD e Eureka!. A proposta atende à necessidade de abordagens concretas e engajadoras para o Ensino Fundamental II e Ensino Médio, transformando conceitos abstratos em experiências táteis. O material ASMD utiliza um tabuleiro numerado e a rolagem de dois ou três dados para estimular a fluência aritmética e o pensamento estratégico. Complementarmente, o Eureka! utiliza um conjunto de cartas numeradas e sinais operatórios que permitem a construção de variadas expressões, incentivando a exploração de propriedades matemáticas. A sequência didática detalha as etapas de aplicação do material em sala de aula, desde a introdução do jogo até atividades mais complexas que envolvem a criação e resolução de problemas. O objetivo é promover uma aprendizagem significativa, onde os alunos são protagonistas na construção do conhecimento matemático, desenvolvendo não apenas habilidades de cálculo, mas também o raciocínio lógico e a capacidade de argumentação. Os resultados esperados incluem a melhoria da fluência em cálculo mental, a compreensão aprofundada das regras de prioridade das operações e o aumento do interesse pela Matemática.

Palavras-chave: Expressões Numéricas. Cálculo Mental. Material Manipulável. Ensino de Matemática.

Didactic Sequence with Manipulative Materials for Teaching Numerical Expressions and Mental Calculation

Abstract: This article analyzes a didactic sequence aimed at teaching numerical expressions and mental calculation, based on the use of ASMD and Eureka! manipulative materials. The proposal addresses the need for concrete and engaging approaches for Middle and High School, transforming abstract concepts into tactile experiences. The ASMD material uses a numbered board and the rolling of two or three dice to stimulate arithmetic fluency and strategic thinking. Complementarily, Eureka! uses a set of numbered cards and operative signs that allow the construction of varied expressions, encouraging the exploration of mathematical properties and the identification of patterns. The didactic sequence details the application stages in the classroom, from the introduction of the game to more complex activities involving problem creation and resolution. The objective is to promote meaningful learning, where

students are protagonists in the construction of mathematical knowledge, developing not only calculation skills but also logical reasoning and argumentation capacity. Expected results include improved mental calculation fluency, a deep understanding of the order of operations rules, and increased interest in Mathematics.

Keywords: Numerical Expressions. Mental Calculation. Manipulable Material. Mathematics Teaching.

Secuencia Didáctica con Materiales Manipulativos para la Enseñanza de Expresiones Numéricas y Cálculo Mental

Resumen: Este artículo analiza una secuencia didáctica orientada a la enseñanza de expresiones numéricas y cálculo mental, fundamentada en el uso de los materiales manipulativos ASMD y Eureka!. La propuesta responde a la necesidad de enfoques concretos y motivadores para la Enseñanza Fundamental II y Media, transformando conceptos abstractos en experiencias táctiles. El material ASMD utiliza un tablero numerado y el lanzamiento de dos o tres dados para estimular la fluidez aritmética y el pensamiento estratégico. Complementariamente, Eureka! emplea un conjunto de cartas numeradas y signos operativos que permiten la construcción de variadas expresiones, incentivando la exploración de propiedades matemáticas y la identificación de patrones. La secuencia didáctica detalla las etapas de aplicación en el aula, desde la introducción del juego hasta actividades más complejas que involucran la creación y resolución de problemas. El objetivo es promover un aprendizaje significativo, donde los alumnos son protagonistas en la construcción del conocimiento matemático, desarrollando no solo habilidades de cálculo, sino también el razonamiento lógico y la capacidad de argumentación. Los resultados esperados incluyen la mejora de la fluidez en el cálculo mental, la comprensión profunda de las reglas de prioridad de las operaciones y el aumento del interés por las Matemáticas.

Palabras-clave: Expresiones Numéricas. Cálculo Mental. Material Manipulable. Enseñanza de las Matemáticas.

1 Introdução

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) tem sido defendido como um espaço privilegiado para experimentação e aproximação entre experiências concretas e conceitos matemáticos. Contudo, a presença de jogos e materiais manipuláveis, por si só, não assegura aprendizagem: o elemento decisivo é a intencionalidade pedagógica que orienta o planejamento, a mediação e a sistematização do conhecimento. Nessa direção, Lorenzato (2012) enfatiza o laboratório como ambiente de formação e de produção de práticas, desde que seus recursos sejam mobilizados em propostas planejadas e refletidas, e não como um acervo de uso eventual.

Além de ser compreendido como espaço de recursos, o LEM pode ser entendido como ambiente em que ocorre um processo, um cenário de investigação e, sobretudo, como atitude que conduz o estudante a questionar, observar padrões e desenvolver uma postura investigativa,

articulando teoria e prática no contexto da formação e do trabalho docente (PASSOS, 2021). Nessa direção, o LEM tende a ganhar densidade formativa quando promove experiências que aproximam universidade e escola e quando sustenta práticas reflexivas, colaborativas e intencionalmente planejadas (PAVANI; OLIVEIRA, 2025).

Esse cuidado é especialmente importante quando se trabalha com jogos. A literatura indica que o potencial didático do jogo se concretiza quando o professor organiza a atividade como situação-problema, conduz discussões e propõe registros que levem o aluno a justificar estratégias, comparar possibilidades e explicitar raciocínios (GRANDO, 2000). Assim, jogar pode deixar de ser apenas uma experiência motivadora e tornar-se uma situação em que a Matemática está presente tanto nas regras quanto nas decisões tomadas durante a partida.

Neste artigo, discute-se a proposta de jogar com intencionalidade, entendida como a articulação entre a vivência lúdica e atividades orientadas que provoquem o estudante a explorar a matemática implicada em suas escolhas e no raciocínio necessário para jogar melhor. O intuito deste texto é apresentar o trabalho que vem sendo realizado como parte de um projeto de pesquisa em andamento, utilizando materiais que permitem, dentre outros assuntos, o ensino de expressões numéricas, frequentemente tratado de forma procedimental na escola. A análise dos erros cometidos pelos estudantes revela que as falhas muitas vezes não residem no desconhecimento das operações básicas, mas na incompreensão da estrutura matemática envolvida. De acordo com Cury (2008), muitos desses equívocos decorrem de uma leitura puramente linear da expressão, ignorando a hierarquia das operações e a função dos sinais de associação. Essa tendência de “aritmetizar” a álgebra atua como um obstáculo didático que exige intervenções explícitas. Nesse sentido, a presença de parênteses ou a disposição visual dos números funciona como uma pista perceptiva essencial para que o aluno transite da execução mecânica para a interpretação estrutural do cálculo.

As diretrizes curriculares nacionais reforçam a importância de propostas que promovam resolução de problemas, argumentação, comunicação, uso de diferentes representações e desenvolvimento do raciocínio lógico, componentes explicitados na BNCC para a área de Matemática (BRASIL, 2018). A sequência didática aqui discutida se alinha a essas orientações

ao propor tarefas em que o estudante precisa levantar possibilidades por meio de tabelas, elaborar expressões, justificar escolhas e validar resultados, mobilizando competências e habilidades em situações escolares não rotineiras.

Para analisar o desenvolvimento profissional implicado nesse tipo de proposta, adotou-se o referencial do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK). O MTSK descreve o conhecimento especializado do professor que ensina matemática, contemplando dimensões do conhecimento matemático e do conhecimento pedagógico do conteúdo necessários para promover aprendizagem (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018). A opção por esse modelo se justifica porque a sequência didática apresentada percorreu um ciclo que integra formação inicial, formação continuada e aplicação com estudantes, incluindo ainda a participação de professores de outras áreas no processo formativo e no apoio em sala de aula.

Este artigo analisa o processo de elaboração, validação e aplicação de uma sequência didática fundamentada nos materiais manipuláveis ASMD e Eureka!, com foco no ensino de contagem e expressões numéricas e suas implicações para a formação docente no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Enquanto a dinâmica do ASMD com dois dados de seis faces prioriza a fluência aritmética e a consolidação do repertório operacional básico, a transição para o uso de três dados com seis faces amplia a complexidade cognitiva ao exigir a articulação de expressões numéricas, o domínio da ordem de precedência das operações e o uso do pensamento estratégico. De forma complementar, o material Eureka! viabiliza a exploração tátil de igualdades e propriedades matemáticas, convertendo conceitos abstratos em relações visíveis e manipuláveis que potencializam a compreensão dos estudantes.

2 Referencial teórico

O referencial teórico deste artigo organiza-se em três eixos complementares. O primeiro discute o papel do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e dos jogos como recursos didáticos, destacando a importância da intencionalidade pedagógica e da mediação para que a experiência lúdica se converta em aprendizagem matemática. O segundo eixo aborda dificuldades recorrentes dos estudantes na resolução de expressões numéricas, especialmente no que se refere à hierarquia das operações e ao uso de sinais de associação, de modo a justificar

por que a sequência didática precisou incorporar tarefas de comparação, validação e sistematização. O terceiro eixo apresenta o modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) como lente analítica para interpretar o conhecimento mobilizado por licenciandos e professores ao planejar, conduzir intervenções e institucionalizar conceitos no contexto do LEM. Nesse cenário, a atuação do docente é mediada pelo Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), que se organiza em dois grandes domínios fundamentais: o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico (PCK) (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018). Enquanto o MK sustenta o rigor e a profundidade dos conceitos abordados, o PCK permite ao docente transpor esse saber para a realidade do aluno, considerando as potencialidades dos materiais manipuláveis para a superação de obstáculos cognitivos. Em conjunto, esses eixos sustentam a compreensão de que a sequência não se limita ao uso de jogos, mas configura uma proposta de ensino alinhada a orientações curriculares da BNCC, ao privilegiar resolução de problemas, argumentação, comunicação matemática e uso de diferentes representações (BRASIL, 2018).

2.1 Jogos, LEM e intencionalidade pedagógica

Em consonância com a ideia de que recursos do LEM só ganham sentido didático quando integrados a objetivos claros e a intervenções planejadas, discute-se a seguir como jogos e materiais manipuláveis podem ser organizados como situações de aprendizagem, e não apenas como atividades motivacionais. A defesa de laboratórios e materiais manipuláveis no ensino de matemática costuma associar-se à motivação e à possibilidade de experimentar conceitos. Entretanto, o ponto decisivo é transformar o recurso em objeto de estudo, isto é, em situação em que o aluno observe regularidades, elabore conjecturas, teste estratégias, argumente e registre. Nessa perspectiva, o LEM pode funcionar como espaço de criação e circulação de tarefas, fortalecendo a formação docente por meio de práticas reflexivas e colaborativas (LORENZATO, 2021).

No caso dos jogos, Grando (2000) aponta que seu potencial didático não se esgota na ludicidade: ele se concretiza quando o professor explicita objetivos matemáticos, sustenta intervenções e conduz momentos de análise que levem à institucionalização da matemática

envolvida. Esse entendimento se articula diretamente com o foco do presente estudo: a necessidade de planejar o jogar com intencionalidade.

Ao tratar o LEM como ambiência formativa, destaca-se também sua potência em articular ensino, pesquisa e extensão e em aproximar professores em exercício e futuros professores do “chão da sala de aula”, favorecendo a produção e validação de materiais e a constituição de grupos colaborativos de estudo e intervenção didática. Essa perspectiva converge com a defesa de que jogos e materiais manipuláveis só se convertem em aprendizagem matemática quando acompanhados de planejamento, mediação e sistematização, em práticas que valorizem construção coletiva, criatividade, interação e registro (PAVANI; OLIVEIRA, 2025).

Nessa direção, assume-se que a potência formativa do LEM não se reduz ao seu caráter “físico” (acervo de materiais), mas envolve também uma dimensão “abstrata” e relacional, constituindo-se como espaço colaborativo de questionamento, argumentação, autoria e autonomia, no qual ensino, pesquisa e extensão se articulam em práticas dialógicas e investigativas (CIVIERO; OLIVEIRA; SCHELLER, 2017). Essa compreensão ajuda a diferenciar propostas em que o jogo é efetivamente tomado como objeto de estudo (mobilizando análise de regularidades, registros, validação e institucionalização) daquelas em que ocorre apenas uma “maquiagem no/do jogo”, isto é, a inserção superficial do recurso sem explicitação de objetivos matemáticos e sem mediações que sustentem a construção de significado (CIVIERO; OLIVEIRA; SCHELLER, 2017). Ao mesmo tempo, evita-se uma leitura linear do tipo “primeiro o concreto, depois o abstrato”. Em contextos escolares, ação lúdica, linguagem e formalização tendem a se interpenetrar, exigindo que o professor organize idas e vindas entre experimentação e sistematização, de modo que a vivência no jogo não substitua o trabalho com representações e critérios de validação, mas o alimente e o torne necessário (FALCÃO, 2009).

2.2 Expressões numéricas: hierarquia das operações, sinais de associação e erros persistentes

A literatura em Educação Matemática identifica que muitos estudantes tratam as expressões numéricas como uma leitura linear, ignorando a precedência das operações. Kieran

(1992) relaciona essa dificuldade à falta de compreensão da estrutura da expressão: o aluno foca no fazer a conta imediata, e não na análise do conjunto. Além disso, o uso de parênteses, colchetes e chaves constitui barreira adicional, pois esses sinais são frequentemente vistos como regras arbitrárias de escrita, e não como ferramentas de organização do raciocínio.

Estudos reforçam que os obstáculos no aprendizado de expressões numéricas persistem em diferentes níveis escolares. Rahman *et al.* (2017) destacam a recorrência de erros de precedência, reforçando a necessidade de intervenções didáticas explícitas. Essas falhas podem estar ligadas a aspectos perceptivos, ou seja, à forma como o estudante visualiza a expressão e não apenas ao desconhecimento da regra verbal. Um exemplo, na expressão $3 + 2 \times 2$ é comum o aluno chegar ao resultado 10 (em vez de 7) devido à tendência de realizar o cálculo na ordem de leitura ou pela proximidade visual dos primeiros termos, ignorando a hierarquia operacional.

Nesse cenário, jogos que exigem construir expressões para atingir objetivos específicos podem contribuir para ressignificar tais sinais: para vencer, o estudante precisa compreender que o agrupamento altera o resultado e, portanto, constitui uma ferramenta estratégica.

2.3 MTSK: conhecimento especializado do professor que ensina matemática

O modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) descreve o conhecimento especializado necessário ao professor que ensina matemática, distinguindo-o tanto do conhecimento matemático acadêmico quanto de conhecimentos pedagógicos genéricos. O MTSK organiza-se em dois domínios amplos: conhecimento matemático e conhecimento pedagógico do conteúdo, contemplando dimensões como conhecimento dos tópicos e suas conexões, conhecimento do ensino e conhecimento das características da aprendizagem (CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018).

Para este estudo, o MTSK oferece uma lente para compreender por que o jogo, em si, não promove uma ação educativa: é a mediação fundamentada em conhecimento especializado que possibilita orientar a atenção do aluno para a matemática implicada na atividade, criar perguntas produtivas, antecipar dificuldades e conduzir a formalização. Essa lente é

especialmente útil quando a sequência didática se torna objeto de formação, ao circular entre licenciandos, professores de matemática, docentes de outras áreas e estudantes.

3 Metodologia, materiais, elaboração da sequência didática e relações com a BNCC

O percurso metodológico foi delineado de modo a reconhecer o LEM como processo escolar e como espaço de formação que se constitui no movimento entre vivência, análise, aplicação e socialização de práticas, e não apenas como um local de “uso de materiais” (PAVANI; OLIVEIRA, 2025). Nessa perspectiva, a sequência didática foi desenvolvida e refinada em um ciclo formativo em três etapas, sendo eles: teste piloto com licenciandos, formação continuada com professores e aplicação com estudantes, permitindo observar e replanejar) tanto aspectos de viabilidade didática quanto conhecimentos especializados mobilizados na mediação das tarefas, em diálogo com o MTSK. Além disso, a construção iterativa da proposta se alinha a compreensões de LEM na formação docente que enfatizam a integração entre teoria e prática, a produção de materiais como objeto de estudo e a circulação de experiências entre universidade e escola, favorecendo processos de inovação didática apoiados em reflexão coletiva e devolutivas situadas (PAVANI; OLIVEIRA, 2025).

A pesquisa seguiu uma abordagem qualitativa do tipo relato de experiência, estruturada em um ciclo formativo de três etapas: validação com licenciandos em um curso de Licenciatura em Matemática, formação continuada com professores de duas escolas públicas, incluindo professores de outras áreas, e aplicação em disciplina eletiva com alunos do Ensino Médio nas duas escolas. A produção de dados baseou-se em observação participante, registros reflexivos do autor e devolutivas coletivas nas formações e aplicações.

A sequência didática não foi concebida como um produto final desde o início. Ela foi construída iterativamente ao longo do semestre, em diferentes momentos de experimentação, análise e refinamento, reforçando o LEM como espaço de criação e circulação de práticas (LORENZATO, 2021). Nesse processo, a escolha, adaptação e criação de materiais ocorreu em resposta às dificuldades observadas e às possibilidades pedagógicas identificadas, especialmente no que se refere ao ensino de contagem e expressões numéricas.

A sequência foi planejada para dialogar com a BNCC, mobilizando habilidades como a resolução e elaboração de problemas com expressões numéricas (EF06MA06 e EF07MA04), a investigação de propriedades da igualdade (EF06MA14), a análise de espaços amostrais (EF07MA34) e a construção de modelos para resolver problemas com variáveis (EM13MAT101), dentre outras que podem ser exploradas conforme o nível de desafio proposto, ao favorecer, de modo transversal, resolução de problemas e tomada de decisão, uso de diferentes representações, comunicação e argumentação matemática, e validação de procedimentos e resultados, aspectos coerentes com as competências gerais e com orientações da área de Matemática (BRASIL, 2018). Essas relações se materializaram em três etapas progressivas: organização de possibilidades por tabelas (ASMD 2 dados), construção e validação de expressões numéricas (ASMD 3 dados) e aprofundamento do desafio abordando igualdade (EUREKA!). Essas relações são detalhadas ao descrever o papel de cada jogo no processo educativo em questão.

3.1 Participantes e contextos

Participaram do ciclo licenciandos de duas turmas do sexto semestre de Licenciatura em Matemática de duas instituições públicas, professores de duas escolas públicas, incluindo professores de Matemática e professores de outras áreas, e estudantes do Ensino Médio das duas escolas. A presença de professores de outras áreas na formação e em sala ampliou a possibilidade de acompanhamento dos grupos e demandou explicitação mais cuidadosa da intencionalidade matemática e das estratégias de mediação.

3.2 Materiais didáticos e dinâmica dos jogos

Os materiais didáticos foram organizados de forma progressiva, de modo que cada jogo cumprisse uma função específica na sequência e preparasse o estudante para o passo seguinte. Inicialmente, o ASMD (2 dados) foi utilizado trabalhar as operações básicas com dois valores e aproximar os alunos do material em questão, além disso foi utilizado para introduzir a organização de possibilidades por meio de tabelas, favorecendo a enumeração de resultados e a identificação de padrões, o que subsidia discussões posteriores em probabilidade. Em seguida,

o ASMD (3 dados) deslocou o foco para a construção e validação de expressões numéricas, tornando a hierarquia das operações e o uso de sinais de associação necessários para o sucesso no jogo. Por fim, o EUREKA! foi incorporado como material de aprofundamento, ampliando o nível de desafio e exigindo maior planejamento, comparação de estratégias e validação de resultados. Essa progressão foi planejada para sustentar, de forma integrada, objetivos matemáticos e competências destacadas na BNCC, como resolução de problemas, argumentação, comunicação e uso de representações (BRASIL, 2018).

A mediação com o ASMD e o Eureka! exige que o docente mobilize o Conhecimento Matemático (MK) para validar as variadas expressões numéricas criadas pelos alunos, garantindo a correção lógica e operacional das propriedades exploradas. Simultaneamente, o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico (PCK) é ativado ao interpretar as estratégias de cálculo mental dos estudantes, permitindo que o professor identifique concepções equivocadas e intervenha de forma a promover a reestruturação do pensamento matemático em tempo real.

3.2.1 ASMD (dois dados): tabelas, possibilidades e conexões com probabilidade

O ASMD na versão com dois dados foi utilizado como ponto de partida da sequência. Nessa versão, os participantes lançam dois dados e realizam uma das quatro operações fundamentais. O tabuleiro é composto por números de 1 até 10 (podendo ter variações de 0 até 10 ou de 1 até 9) e em cada rodada o aluno realiza a operação escolhida e exclui um dos números que estão no tabuleiro, tendo como objetivo excluir todos os números. O lançamento de dois dados combinado com o uso de uma das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) gera algumas possibilidades e o participante precisa escolher uma delas para excluir o número do tabuleiro. Considere que tenham saído os números 2 (dado 1) e 5 (dado 2), o participante terá três opções para excluir no tabuleiro, sendo elas o valor 3 (resultado da operação $5 - 2$), o valor 7 (resultado da operação $5 + 2$) e o valor 10 (resultado da operação 5×2). A divisão não foi utilizada por resultar valores que não existem no tabuleiro, 2,5 (resultado da operação $5:2$) e 0,4 (resultado da operação $2:5$) e da mesma forma não utilizamos o resultado -3 (resultado da operação $2 - 5$).

Todas essas opções podem ser trabalhadas pelo participante antes da tomada de decisão, assim como a comutatividade na adição e multiplicação. As operações foram exploradas ao longo das jogadas, possibilitando que os participantes compreendessem a existência da comutatividade nas operações de adição e multiplicação, assim como o olhar para operações que gerariam valores negativos na subtração de demais valores que não existissem no tabuleiro, como números decimais ou superiores a 10.

O material também possibilita que a intencionalidade pedagógica se concentre na construção de tabelas de dupla entrada para organizar os resultados possíveis. As tabelas funcionaram como ferramenta para enumerar possibilidades, identificar padrões e apoiar discussões que subsidiam aprendizagens futuras em probabilidade, como a compreensão de espaço de possibilidades e comparação de ocorrências. Ao serem questionados sobre as escolhas realizadas, os participantes precisam analisar se as chances dos resultados das operações para cada valor do tabuleiro são as mesmas.

Do ponto de vista da BNCC, esse momento favorece o trabalho com representações, resolução de problemas e análise de regularidades, além de sustentar a construção de argumentos ao comparar possibilidades e justificar escolhas (BRASIL, 2018). Licenciandos e professores sugeriram diferentes momentos para o uso das tabelas, reconhecendo que esse registro pode tanto antecipar estratégias quanto sistematizar resultados.

3.2.2 ASMD (três dados): expressões numéricas, hierarquia e validação

Na sequência, o trabalho deslocou-se para o ASMD na versão com três dados. Com três valores, as expressões numéricas ganham centralidade: o jogador precisa decidir como combinar números e operações para atingir objetivos, o que torna o uso de sinais de associação e o respeito à hierarquia das operações uma necessidade do próprio jogo. Essa dinâmica favoreceu a emergência de dificuldades típicas, como leitura linear e desconhecimento da precedência de operações.

Nessa versão, o aluno continua utilizando o mesmo tabuleiro com valores de 1 até 10 e o objetivo é “andar” por todos eles, começando pelo valor 1 e finalizando no valor 10, para isso

o participante precisa lançar os três dados e utilizando todos os valores obtidos no lançamento dos dados deve chegar no número 1, inicialmente. Ao lançar os dados, o participante que não conseguir montar uma expressão para chegar no seu próximo objetivo ou errar a expressão que resulte nele, deverá permanecer na casa que está passando a vez. Nessa versão, o aluno tem apenas um resultado possível por jogada, considerando que se ele estiver na casa de número 1, a próxima casa a ser alcançada será a de número 2 e assim sucessivamente até chegar na casa de número 10. A expressão utilizada com os três valores poderá utilizar qualquer uma das operações básicas, podendo repetir a operação e quando necessário o participante poderá utilizar parênteses. O registro da expressão deverá ser realizado, para isso cada aluno receberá uma ficha com espaço para registrar os valores obtidos nos três dados, o valor a ser encontrado (objetivo naquela jogada) e a expressão realizada.

Em alinhamento com a BNCC, o jogo cria um contexto em que o estudante precisa formular, testar, avaliar e justificar estratégias, favorecendo argumentação, comunicação matemática e validação de procedimentos (BRASIL, 2018). O professor pode explorar a comparação entre expressões como forma de institucionalização da hierarquia das operações.

3.2.3 EUREKA!: aprofundamento com base no jogo Arquimedes®

Para promover o aprendizado de expressões numéricas, uma aluna do sexto semestre de Licenciatura em Matemática, envolvida no projeto, criou o jogo Eureka!. Ele consiste em um baralho com 55 cartas numeradas, incluindo seis de cada número entre 1 e 6, três de cada um dos números de 7 a 12 e uma única carta com o 13. Além disso, há três cartas para cada operação básica, como adição, subtração, multiplicação e divisão, mais uma carta de igualdade e três pares de parênteses. O foco pedagógico reside em explorar a prioridade das operações e o emprego de parênteses ao formar igualdades corretas. Duas modalidades de jogo foram pensadas para isso.

A primeira modalidade, ideal para dois a cinco participantes, começa com a mistura das cartas numeradas. Cada jogador ganha cinco delas, enquanto uma fica exposta no centro da mesa e as restantes compõem o monte de compra. Numa rodada típica, todos constroem ao

mesmo tempo uma igualdade, empregando o maior número possível de cartas da mão própria junto com a do centro. Para registrar tudo, cada um preenche uma ficha dividida em quatro partes: cartas na mão, carta central, expressão montada e pontuação daquela rodada. Primeiro anota-se as cartas iniciais e a central; em seguida, forma-se e registra-se a igualdade. Antes de começar, define-se um tempo limite para a construção. Quando acaba o tempo, os jogadores expõem suas expressões na mesa para compartilhamento, e calcula-se a pontuação com base nas cartas sobrando na mão: zero pontos se usar todas, um ponto com uma sobrando, dois com duas e assim por diante. Recomenda-se cinco rodadas por partida, ajustável ao grupo. No encerramento, totaliza-se os pontos de todas as rodadas, e quem tiver o menor score vence. Nessa modalidade, é viável impor limites nas operações, já que o baralho traz três de cada uma: por exemplo, permitir no máximo duas repetições do mesmo tipo ou proibir qualquer duplicata, obrigando variedade.

A segunda modalidade do jogo Eureka! é mais ágil e avança por turnos. O início segue o mesmo padrão da primeira: embaralha-se o baralho, distribui-se cinco cartas para cada jogador, posiciona-se uma no centro da mesa e o resto forma o monte de compra; os participantes decidem a sequência das rodadas. Quando chega sua vez, o jogador forma uma igualdade com cartas da própria mão conforme desejar, sempre incluindo a carta central. Após a jogada, a nova carta central para o próximo será a primeira à esquerda na expressão que acabou de montar. Ganha quem esvaziar a mão primeiro. Se não der para formar a igualdade, o jogador pega uma carta extra do monte; persistindo a dificuldade, simplesmente passa a vez. Aqui não há fichas de registro, as expressões vão direto para a mesa, com os símbolos das operações usados na hora de cada turno.

A partir dessa organização progressiva dos materiais e das possibilidades de mediação identificadas em cada jogo, a seção seguinte descreve como a sequência foi efetivamente elaborada ao longo do semestre, evidenciando os ajustes realizados a partir das vivências com licenciandos, professores e estudantes.

3.3 Percurso de elaboração da sequência ao longo do semestre

A elaboração da sequência ocorreu em três grandes movimentos articulados. No primeiro, com o ASMD (2 dados), explorou-se as operações básicas ao manipular dois dados e a organização de possibilidades por tabelas e a discussão de padrões, preparando conceitos para probabilidades. No segundo, com o ASMD (3 dados), as expressões numéricas passaram ao centro e as dificuldades recorrentes orientaram intervenções e registros. No terceiro, o EUREKA! ampliou o desafio, exigindo planejamento mais elaborado e validação mais rigorosa.

3.4 Atividade de apoio e relações com a BNCC

A partir das dificuldades observadas nas aplicações e discussões, foi elaborada pelo autor uma atividade de apoio com a função de ponte entre a ação lúdica e a formalização matemática. O objetivo foi explicitar a função dos sinais de associação e da hierarquia das operações por meio de contrastes intencionais, em consonância com a BNCC ao promover resolução de problemas, argumentação e comunicação matemática (BRASIL, 2018).

Ao trabalhar com o ASMD com dois dados os alunos do Ensino Médio inicialmente não se preocupavam com a escolha do número que selecionado, ao lançar os dados e sair 2 e 5 foi possível perceber que alguns escolhiam o 3, outros o 7 e alguns o 10. Ao serem questionados da escolha inicial, a resposta não estava associada ao grau de dificuldade de cada número sair. Com o passar dos jogos, após concluir o tabuleiro algumas vezes com competidores diferentes, alguns alunos perceberam que os números poderiam ter mais ou menos chances de sair ao lançar dois dados. Entre uma partida e outra, ao serem questionados a respeito dos números mais fáceis ou mais difíceis de sair, os alunos conjecturavam e colocavam algumas hipóteses. Os alunos foram provocados a mostrar uma ordem “ideal” de escolha, considerando a dificuldade dos valores serem resultados das operações de dois dados. Alunos optaram por olhar para o número 1, por exemplo, e relacionar todas as possibilidades de operação, porém frequentemente foi possível perceber a ausência de operações possíveis. Outra estratégia utilizada foi trabalhar com a árvore de possibilidades e considerar todas as operações com as combinações de valores dos dois dados, nesse caso alguns alunos tiveram sucesso, mas demonstraram que a atividade se tornou muito cansativa e não concluíram a análise de todos os valores de 1 até 10. Após as tentativas serem finalizadas, foi discutido a possibilidade de trabalhar com tabelas de dupla

entrada, sendo assim o resultado de cada operação poderia ser colocado de forma organizada, conforme a figura 1 que ilustra as possibilidades da adição. Outras três tabelas foram construídas para as demais operações (subtração, multiplicação e divisão).

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	
6	7	8	9	10		

Figura 1: Possíveis resultados usando adição com dois dados (acervo pessoal)

Com a sugestão dada os alunos passaram a se preocupar com os valores que resultavam no mesmo valor e eram contados em duplicidade, por exemplo, ao sair os valores 2 e 2, é possível encontrar o resultado 4 na adição e na subtração, nesse caso se contar todas as possibilidades das tabelas será considerado o valor em duplicidade. Dessa forma os alunos conseguiram chegar ao resultado esperado, diversos grupos apresentaram as melhores escolhas considerando as chances de cada valor ser obtido com o lançamento de dois dados.

Ao trabalhar com o ASMD com três dados, uma atividade foi elaborada para os alunos resolverem após o jogo. Durante o jogo eles precisavam registrar os resultados em uma folha e posteriormente essa folha foi entregue para o autor. Com ela, foi possível selecionar situações que geraram dúvidas durante o jogo, seja por não conseguirem resolver ou por resolverem e errarem o resultado, de modo geral a ausência de parênteses tornou a expressão errada. Desafio foi proposto, como solicitar ao aluno que monte expressões usando os valores 1, 2 e 3 que resultem em valores de 1 até 9. Os alunos resolveram a atividade com envolvimento e atenção, ao serem questionados, foi recorrente escutar que eles sentiam que estavam jogando o ASMD.

O trabalho com o EUREKA! possibilitou uma liberdade maior ao aluno, uma vez que eles tinham seis valores (cinco cartas na mão e uma na mesa) para encontrar uma igualdade, a

estratégia utilizada por alguns alunos foi considerar três valores de cada lado da igualdade e utilizar o raciocínio similar ao que tiveram ao jogar o ASMD com três dados. A necessidade de organização e estratégia para esse material é considerável, foi necessário auxiliar os alunos que estavam com dificuldades e para tornar o jogo mais desafiador as variações que surgiram possibilitaram adequar o material para todos que participaram. Quando os alunos tinham a possibilidade de utilizar as operações de forma repetida, a chance de usar todas as cartas aumentava, porém ao restringir para apenas uma operação de cada, poucos alunos conseguiam encontrar uma igualdade usando as seis cartas.

A relação da proposta com a BNCC pode ser sistematizada por etapa. No ASMD (2 dados), a abordagem das quatro operações e o uso de tabelas para organizar resultados mobiliza representações, análise de regularidades e comparação de possibilidades, sustentando resolução de problemas e argumentação ao justificar estratégias e escolhas. No ASMD (3 dados), a construção e validação de expressões cria um contexto para uso significativo da linguagem matemática, verificação de procedimentos e comunicação de raciocínios, pois diferentes agrupamentos produzem resultados distintos e exigem justificativas. No EUREKA!, por ampliar o desafio e demandar planejamento, comparação de alternativas e revisão de estratégias, intensifica-se a mobilização de autonomia intelectual, persistência e pensamento crítico, articulando investigação e tomada de decisão em um ambiente de regras e validação compartilhada (BRASIL, 2018).

3.5 Procedimentos de análise dos dados

Os registros foram organizados por etapa, licenciandos, formação continuada e aplicação no Ensino Médio, e analisados de modo interpretativo, buscando identificar dificuldades recorrentes ligadas a expressões numéricas e probabilidade, mudanças no engajamento e no tipo de estratégia utilizada pelos alunos, e evidências de mobilização de conhecimentos especializados do professor para o ensino, discutidas à luz do MTSK (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018).

Ao considerar a progressão dos materiais, a seção seguinte apresenta os resultados observados e discute como essa progressão influenciou as mediações e as aprendizagens com licenciandos, professores e estudantes.

3.6 Licenciandos: rigor conceitual e clareza da tarefa

No teste com licenciandos, observou-se predominância de discussões sobre a coerência conceitual e a clareza das tarefas. No ASMD (2 dados), o debate sobre tabelas foi decisivo para explicitar possibilidades e antecipar como esse registro poderia apoiar discussões futuras sobre probabilidade. No ASMD (3 dados), os licenciandos destacaram a necessidade de explicitar melhor, nos enunciados e na mediação, a diferença entre calcular linearmente e analisar a estrutura da expressão, aspecto coerente com persistência de erros de precedência e dificuldades de leitura estrutural que os alunos registraram em suas fichas de soluções. Com o EUREKA! os licenciandos pontuaram a diversidade de variações de forma de jogar, sendo necessário ter clareza de suas vantagens e desvantagens e de apresentar para os alunos essas possibilidades a medida que eles utilizam o material.

À luz do MTSK, essa etapa favoreceu a mobilização de conhecimentos ligados ao conteúdo e à sua organização para o ensino, pois os licenciandos problematizaram quais conceitos estavam implicados e como deveriam ser representados para que o aluno construísse significado (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018). Também ressaltaram a importância de definir momentos de registro e sistematização, evitando que a atividade permanecesse restrita ao desempenho no jogo.

3.7 Professores em serviço: viabilidade, adaptação e colaboração interdisciplinar

Na formação continuada, os professores enfatizaram a viabilidade e adaptações ao contexto real. A vivência do jogo, seguida de análise pedagógica, foi um ponto de virada: ao perceberem que ganhar dependia de antecipação e comparação de possibilidades, muitos passaram a reconhecer o jogo como ambiente fértil para conteúdos formais, convergindo com orientações curriculares que valorizam resolução de problemas, argumentação e verificação de procedimentos (BRASIL, 2018).

O mapeamento coletivo evidenciou a percepção de que um mesmo material pode sustentar múltiplas camadas de conteúdo e objetivos. A participação de professores de outras áreas ampliou a dimensão colaborativa: esses docentes relataram que o domínio das expressões numéricas é transversal e, ao compreenderem a intencionalidade da sequência, sentiram-se capazes de auxiliar na mediação em sala.

Do ponto de vista do MTSK, essa etapa destacou a centralidade do conhecimento pedagógico do conteúdo: os professores discutiram perguntas a fazer, formas de organizar interações e modos de conduzir a sistematização. A presença de docentes não especialistas demandou explicitar objetivos e critérios de validação, fortalecendo a clareza do que observar e como intervir (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018).

3.8 Alunos do Ensino Médio: engajamento, estratégia e desafios de formalização

A aplicação com os alunos confirmou que jogos com atividades orientadas tendem a promover engajamento e a criar oportunidades para o desenvolvimento de raciocínios estratégicos. No início, muitas decisões eram tomadas por tentativa e erro; com a mediação e as questões propostas, começaram a emergir justificativas vinculadas a chance e risco e escolhas operatórias para otimizar resultados.

Enquanto o ASMD (2 dados) favoreceu a aproximação com o uso de dados e operações, a organização de possibilidades e a discussão inicial que subsidia conceitos de probabilidade, o ASMD (3 dados) e o EUREKA! intensificaram a necessidade de planejamento e validação das expressões, fortalecendo o uso intencional de sinais de associação e a compreensão da ordem das operações. Essa evolução é coerente com as dificuldades apresentadas pelos alunos quando iniciaram as atividades, dificuldades com ordem das operações que podem ser enfrentadas por tarefas que promovem comparação de expressões, validação e explicitação do raciocínio. Em termos curriculares, o conjunto de atividades favoreceu situações de resolução de problemas e argumentação, na medida em que os estudantes precisaram explicar decisões, justificar procedimentos e revisar estratégias diante de resultados inesperados (BRASIL, 2018).

Ao mesmo tempo, a formalização escrita apareceu como desafio recorrente. Esse dado reforça que jogos e materiais do LEM são potentes para produzir contexto e significado, mas a institucionalização do conhecimento, especialmente o registro e a leitura formal de expressões, precisa ser conduzida pelo professor. À luz do MTSK, tal transição entre ação, explicitação oral e registro matemático formal constitui parte central do conhecimento especializado necessário para que o jogo se converta em aprendizagem (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018). A presença de professores de outras áreas em sala ampliou o acompanhamento dos grupos e favoreceu intervenções pontuais, sem substituir a mediação matemática propriamente dita.

3.9 Discussão integrada: o ciclo e a produção de conhecimento didático no LEM

A triangulação evidencia que cada grupo cumpriu um papel específico no aperfeiçoamento da sequência. Os licenciandos contribuíram para o rigor conceitual e para a clareza das tarefas; os professores em exercício garantiram viabilidade, adaptação e ampliação de possibilidades; os alunos validaram engajamento e efetividade, ao mesmo tempo em que evidenciaram a necessidade de sistematização. A experiência demonstra que a formação docente se fortalece na articulação constante entre o MK e o PCK. O domínio do conteúdo matemático (MK) isolado não garante a eficácia da sequência didática; é a integração com o conhecimento pedagógico (PCK) que possibilita ao professor transformar o LEM em um espaço de investigação. Nessa perspectiva, o erro do aluno deixa de ser uma falha e passa a ser analisado como uma evidência do seu processo cognitivo, exigindo do docente uma sensibilidade pedagógica amparada pelo rigor matemático.

Esse ciclo refuta a ideia de materiais didáticos como produtos finalizados. Pelo contrário, os jogos se comportaram como protótipos que se aprimoram no diálogo entre universidade e escola, incorporando devolutivas e replanejamentos. Em termos formativos, o processo reforça o LEM como espaço de produção de conhecimento didático e de mobilização do conhecimento especializado descrito pelo MTSK, especialmente na articulação entre conteúdo, tarefa, mediação e institucionalização (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018), em sintonia com a BNCC ao favorecer práticas investigativas e argumentativas (BRASIL, 2018).

Essa dinâmica reforça o entendimento do LEM como espaço que pode problematizar currículo e sala de aula, produzir e validar materiais e sustentar aproximações entre academia e escola por meio de propostas de pesquisa e extensão, contribuindo para o desenvolvimento profissional docente (CARVALHO; EUGENIO, 2024). Assim, o ciclo descrito neste artigo apoia-se na ideia de que sequências e jogos não são produtos “acabados”, mas construções que se aperfeiçoam em processos de reflexão coletiva, experimentação e replanejamento.

4 Considerações finais

O percurso analisado reforça que materiais manipuláveis e jogos do LEM alcançam seu potencial quando integrados a uma sequência didática com objetivos explícitos e mediações planejadas. A proposta de jogar com intencionalidade mostrou-se produtiva para articular motivação e investigação, fazendo emergir estratégias associadas a probabilidade e a otimização de expressões numéricas, além de favorecer o desenvolvimento do cálculo mental e a discussão de propriedades operatórias.

No campo da formação, o ciclo evidenciou ganhos distintos e complementares. Na formação inicial, a sequência funcionou como objeto de análise e refinamento conceitual e didático, contribuindo para que os licenciandos compreendessem como uma tarefa lúdica pode ser convertida em situação de aprendizagem por meio de registros, perguntas e sistematização. Na formação continuada, a vivência seguida de análise pedagógica ampliou o repertório docente e fortaleceu a percepção de que um mesmo material pode sustentar múltiplos objetivos curriculares. O MTSK ajudou a interpretar esse processo como mobilização de conhecimento especializado: transformar jogo em aprendizagem matemática exige articular conteúdo, tarefas, perguntas, antecipação de dificuldades e institucionalização (CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018).

Quanto às políticas públicas, os resultados sugerem que iniciativas de LEM não devem se limitar à aquisição de materiais. É necessário investir em condições de trabalho e em formação para uso pedagógico: tempo para planejamento, cultura de produção e adaptação de sequências, e ações formativas centradas em vivências e mediações. A participação de professores de outras áreas aponta também para o potencial de arranjos colaborativos na escola,

nos quais o acompanhamento de grupos e o incentivo ao registro podem ser ampliados quando a intencionalidade matemática está bem definida e compartilhada, perspectiva em diálogo com diretrizes da BNCC ao enfatizar competências relacionadas à resolução de problemas, argumentação e autonomia (BRASIL, 2018).

Como limitação, trata-se de relato de experiência, ainda assim, os achados indicam que o LEM pode atuar como núcleo de produção de conhecimento didático e de desenvolvimento do MTSK, fortalecendo a articulação entre universidade e escola pública e ampliando práticas matemáticas investigativas.

Referências

ALI RAHMAN, E. S., SHAHRILL, M., ABBAS, N., & Tan, A.. Developing students' mathematical skills involving order of operations. **International Journal of Research in Education and Science (IJRES)**, 3(2), 373 - 382, 2017. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1148460.pdf>. Acesso em: 04 de fev. de 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em 14 fev. de 2026.

CARRILLO-YAÑEZ, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v.20, n.3, p.236-253, 2018. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14794802.2018.1479981>. Acesso em: 22 jan. de 2026.

CARVALHO, É. M.; EUGENIO, R. da S. Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade de Pernambuco em Petrolina: construção, manutenção e fortalecimento. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 05, p. 01-17, e202436, jan./dez., 2024.

CIVIERO, P. A. G.; OLIVEIRA, F. P. Z.; SCHELLER, M.. Laboratório de educação matemática: espaço para formação crítica dos formadores, de professores em formação e de futuros professores. **Revista Dynamis**, v. 23, n. 1, p. 22-39, 2017. <https://ojsrevista.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/6539/3749> Acesso em: 02 fev. de 2026.

CURY, H. N.. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

FALCÃO, J. T. da R. **Dez mitos acerca do ensino e da aprendizagem da matemática: síntese de pesquisas e reflexões teóricas – 1986/2006**. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2006. Texto de circulação acadêmica. Disponível em: <https://calcularedesvendar.blogspot.com/2009/12/dez-mitos-acerca-do-ensino-e-da.html>. Acesso em: 7 mar. de 2026.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000. Disponível em: <https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.2000.210144>. Acesso em: 7 mar. de 2026.

GRANDO, R. C.. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In: GROUWS, D. A. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics**. New York: Macmillan, 1992. p. 390-419.

LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021. p. 11-48.

MACEDO, L. de; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem da matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

PASSOS, C. L. B.. O uso de materiais manipuláveis no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2021. p. 11-48.

PAVANI, V. V.; OLIVEIRA, P. C.. PROCESSO FORMATIVO NA CONSTRUÇÃO DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: PARCERIA UNIVERSIDADE E ESCOLA.. In: Anais do Congresso Nacional de Formação de Professores e Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores. **Anais...**São Paulo (SP) Unesp, 2025. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/viicnfp-xviiicepfe/1294353-PROCESSO-FORMATIVO-NA-CONSTRUCAO-DO-LABORATORIO-DE-ENSINO-DE-MATEMATICA--PARCERIA-UNIVERSIDADE-E-ESCOLA>. Acesso em: 08/03/2026

VERAS, E. **Jogo da ASMD**. 2014. Disponível em: <<https://professorphardal.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 10 fev. 2025.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.