LOURENÇO, Édrei Henrique; OLIVEIRA, Paulo Cesar. ANÁLISE ESTRUTURAL DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS VIA REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.. *In:* Anais do Encontro de Pesquisa em Educação (Universidade de Uberaba. Online). **Anais...** Uberaba(MG) Uniube, 2025. Disponível em: https://eventos.uniube.br/anais/xiiiepeduc/1260499-analise-estrutural-de-problemas-algebricos-via-registros-de-representacao-semiotica/

ANÁLISE ESTRUTURAL DE PROBLEMAS ALGÉBRICOS VIA REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

GT 7 – Práticas docentes e tecnologias na educação básica

Édrei Henrique Lourenço [1]
Paulo César Oliveira [2]

Resumo

Este artigo analisa a estrutura de um conjunto representativo de problemas envolvendo equações do 1º grau, extraídos de um livro didático aprovado no PNLD 2024, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. O estudo parte das dificuldades enfrentadas por estudantes na resolução desse tipo de problema, amplamente relatadas em pesquisas acadêmicas, e busca compreender como qualificações verbais e construções linguísticas influenciam o processo de conversão de registros, essencial para o equacionamento. Sendo uma pesquisa qualitativa documental, a metodologia consistiu na seleção e análise de quinze problemas classificados como partilha desigual, organizados em quadros-resumo que evidenciam suas estruturas e o nível de congruência com os registros algébricos. Os resultados apontam que a forma de enunciação impacta diretamente na estrutura dos problemas, afetando o reconhecimento das designações funcionais envolvidas e a mobilização de representações adequadas. Conclui-se que a formulação de problemas, por parte dos alunos, configura-se como estratégia didática fundamental, favorecendo a compreensão da estrutura algébrica e ampliando as possibilidades de resolução de outras situações.

Palavras-chave – Congruência. Equações. Formulação de problemas.

STRUCTURAL ANALYSIS OF ALGEBRAIC PROBLEMS VIA SEMIOTIC REPRESENTATION REGISTERS

Abstract

This article analyzes the structure of a representative set of problems involving first-degree equations, drawn from a textbook approved by the PNLD 2024, in light of Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers. The study is based on the difficulties students face in solving this type of problem, widely reported in academic research, and seeks to understand how verbal qualifications and linguistic constructions influence the process of register conversion, which is essential for equation formulation. As a qualitative documentary study, the methodology consisted of selecting and analyzing fifteen problems classified as unequal sharing, organized into summary tables that highlight their structures and the level of congruence with algebraic registers. The results indicate that the way the problems are stated directly impacts their structure, affecting the recognition of the functional designations involved and the mobilization of appropriate representations. It is concluded that the formulation of problems by students constitutes a fundamental didactic strategy, promoting the understanding of algebraic structure and expanding the possibilities for solving other situations.

Keywords – Congruence. Equations. Problem formulation

---

[1] Licenciado em Matemática. Mestrando em Educação na Universidade Federal de São Carlos. henrique.edrei@gmail.com
[2] Doutor em Educação pela UNICAMP. Professor Associado da Universidade Federal de São Carlos. paulooliveira@ufscar.br

ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS MEDIANTE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Resumen
Este artículo analiza la estructura de un conjunto representativo de problemas que involucran ecuaciones de primer grado, extraídos de un libro de texto aprobado en el PNLD 2024, a la luz de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval. El estudio parte de las dificultades enfrentadas por los estudiantes en la resolución de este tipo de problemas, ampliamente documentadas en investigaciones académicas, y busca comprender cómo las calificaciones verbales y las construcciones lingüísticas influyen en el proceso de conversión de registros, esencial para la formulación de ecuaciones. Siendo una investigación cualitativa de carácter documental, la metodología consistió en la selección y análisis de quince problemas clasificados como reparto desigual, organizados en cuadros-resumen que evidencian sus estructuras y el nivel de congruencia con los registros algebraicos. Los resultados señalan que la forma de enunciación impacta directamente en la estructura de los problemas, afectando el reconocimiento de las designaciones funcionales implicadas y la movilización de representaciones adecuadas. Se concluye que la formulación de problemas, por parte de los estudiantes, se configura como una estrategia didáctica fundamental, favoreciendo la comprensión de la estructura algebraica y ampliando las posibilidades de resolución de otras situaciones.

Palabras clave – Congruencia. Ecuaciones. Formulación de problemas.

Introdução

Atualmente, um dos principais objetivos do ensino de Matemática é, sem dúvidas, promover o desenvolvimento da competência dos estudantes em analisar e resolver problemas de forma autônoma. Tal enfoque é evidenciado pela presença recorrente de situações-problema nos livros didáticos, os quais, em praticamente todos os conteúdos abordados, buscam contextualizar os temas tratados por meio situações desafiadoras. A centralidade da resolução de problemas no processo de aprendizagem da Matemática é amplamente reconhecida, a ponto de podermos afirmar que, sem essa abordagem, o ensino de Matemática perderia grande parte de sua relevância e aplicabilidade.

No entanto, é recorrente a observação das grandes dificuldades que os estudantes encontram nos processos de resolução das tarefas que lhes são propostas. Stefani, Travassos e Proença (2017) buscaram identificar e descrever as principais dificuldades que estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental apresentam durante a resolução de problemas matemáticos. Para tanto, debruçaram suas análises nos apontamentos realizados por pesquisas de mestrado e doutorado, de modo a identificarem que a etapa de representação do problema foi o fator preponderante nas dificuldades apresentadas pelas pesquisas analisadas. Essa etapa de representação do problema contempla, segundo Stefani, Travassos e Proença (2017), a interpretação dos dados que constituem um problema.

Com maior especificidade, Gil (2008) buscou compreender as dificuldades que os estudantes possuem na aprendizagem da álgebra, destacando que na resolução de um problema envolvendo equações de 1º grau, os sujeitos investigados necessitaram fazer a "tradução" da linguagem corrente para a linguagem algébrica e, segundo a autora, as dificuldades nessa tradução residiram na interpretação da questão.

Semelhantemente, Dias e Silva (2020), buscaram averiguar as dificuldades encontradas por estudantes de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental na resolução de equações polinomiais do 1º grau.

No estudo de caso realizado, concluíram que durante a resolução de problemas envolvendo esse tipo de equação, os alunos encontraram dificuldade na interpretação dos enunciados, tendendo a utilizar estratégias aritméticas por não conseguirem transformar o enunciado em língua natural para a linguagem algébrica.

Dessa forma, o cenário apresentado pelas pesquisas citadas anteriormente (STEFANI, TRAVASSOS e PROENÇA, 2017; GIL, 2008; DIAS e SILVA, 2020), dentre outras, evidenciam a dificuldade recorrente que os estudantes apresentam no processo de resolução de situações-problema referentes a aplicação de conceitos matemáticos e, com especialidade, aplicação de equações polinomiais do 1º grau. Essas dificuldades de interpretação de enunciados propostos em língua natural e sua transformação para a linguagem algébrica na forma de equação decorrem, em grande parte, do efeito do fenômeno da não-congruência apresentado pela teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2009; 2017). Em linhas gerais, esse fenômeno influencia no grau de transparência entre os registros de partida e de chegada. Na discussão a respeito do referencial teórico desta pesquisa aprofundaremos um pouco mais essas ideias.

Nesse contexto, torna-se pertinente investigar como os problemas apresentados nos materiais didáticos colaboram (ou dificultam) no processo de conversão entre registros, especialmente no que se refere à passagem da língua natural para a linguagem algébrica. Considerando que as dificuldades de interpretação estão fortemente relacionadas às escolhas linguísticas presentes nos enunciados, entendemos ser relevante examinar cuidadosamente a estrutura de tais problemas.

Portanto, este artigo tem como objetivo analisar a estrutura de um conjunto representativo de problemas envolvendo equações do 1º grau, selecionados de um livro didático aprovado no PNLD 2024, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Nas análises realizadas, discutimos de que modo as qualificações verbais e outras construções linguísticas podem condicionar o processo de conversão de registros necessários para o equacionamento dos problemas. Como desdobramento, argumentamos em favor da formulação de problemas como estratégia didática essencial para a apropriação, por parte dos estudantes, dos diferentes caminhos possíveis de resolução de um problema algébrico.

Referencial Teórico

A teoria dos registros de representação semiótica, desenvolvida pelo pesquisador francês Raymond Duval, considera que não é possível ocorrer aprendizagem em matemática sem a mobilização de representações. Isso se deve ao fato de que os objetos matemáticos são, por natureza, abstratos e consequentemente não possuem existência física concreta. Dessa forma, o acesso ao conhecimento matemático só é possível por meio de suas representações, uma vez que elas tornam esses objetos manipuláveis no plano do pensamento e da escrita.

Nesse sentido, é necessário considerar que, em matemática, um mesmo conteúdo conceitual pode ser expresso por diferentes registros de representação e cada um desses registros tem o potencial de revelar, com maior evidência, aspectos diferentes do mesmo objeto estudado. Isso é bastante claro quando Duval (2009, p.91) afirma que “toda representação é cognitivamente parcial quanto ao que ela representa e que representações de registros diferentes não apresentam os mesmos aspectos de um mesmo conteúdo conceitual”. Dada essa multiplicidade de registros para um mesmo objeto matemático, Duval (2009) explicita a necessidade de que ao menos dois registros sejam mobilizados durante os processos de aprendizagem em matemática, para que, por um lado, não haja confusão do objeto com sua representação e, por outro lado, os estudantes sejam capazes de perceberem que nenhuma representação é suficientemente completa a ponto de conceber o objeto em sua totalidade.

Mais do que simplesmente utilizar dois ou mais registros de representação distintos, é fundamental que haja uma coordenação entre eles. Isso significa que os estudantes devem ser capazes de compreender como a variação de uma unidade significante em um registro repercute nos demais, reconhecendo, portanto, as implicações dessa variação entre diferentes representações. Por exemplo, ao analisar a função cuja lei de formação pode ser expressa algebricamente por $f(x) = ax + b$, é importante que eles percebam como a alteração do coeficiente *“a”* afeta a inclinação da reta correspondente no registro gráfico e, igualmente, para o coeficiente *“b”*. No exemplo dado, *“a”* e *“b”* são unidades significantes do registro algébrico, enquanto a inclinação da reta e sua translação vertical são as unidades significantes do registro gráfico, respectivamente.

Com isso, durante os processos de aprendizagem da matemática o aluno se depara com a necessidade de realizar transformações entre registros. Duval (2009) classifica essas transformações em dois tipos: tratamentos e conversões. A transformação do tipo tratamento ocorre quando a resolução da situação proposta se dá dentro de um mesmo registro, como, por exemplo, ao se resolver uma equação usando tão somente o registro algébrico, ou ao realizar uma operação de adição fazendo uso de diversos algoritmos, que geralmente são exclusivamente numéricos. Já a conversão é uma transformação de registros que implica, necessariamente, a mudança de um registro a outro distinto. A resolução de uma situação-problema envolvendo equação que tenha sido proposta com enunciado escrito em língua natural e resolvida utilizando a linguagem algébrica, é um exemplo de conversão de registros.

É justamente no momento da conversão entre registros que os alunos tendem a apresentar maiores dificuldades. Nesse contexto, Duval (2009) introduz um conceito fundamental em sua teoria: o fenômeno da não-congruência. Embora também possa ocorrer nas transformações do tipo tratamento, esse fenômeno incide, com mais frequência, nas conversões entre registros, impactando diretamente no custo cognitivo enfrentado pelos alunos. Isso ocorre porque os aspectos de um mesmo conteúdo que são destacados em uma representação podem ser bastante distintos em outra, dificultando o reconhecimento imediato da equivalência referencial. Assim, os alunos nem sempre conseguem fazer uma associação clara entre as unidades significantes presentes em cada registro. Mas, de acordo com Duval (2009, p.82), para que a aprendizagem ocorra “é preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime, instancia ou ilustra”.

Duval (2009, p. 63) apresenta três critérios para aferir o grau de congruência entre os registros de representação considerados: (I) correspondência semântica dos elementos significantes; (II) univocidade semântica terminal; e (III) ordem dentro da organização das unidades significantes. Esses critérios podem ser observados na análise de situações-problema envolvendo equação polinomial de 1º grau, especialmente quando a apresentação inicial se dá em língua natural e é posteriormente convertida para o registro algébrico. A seguir, formulamos uma situação-problema que ilustra a análise dos critérios de congruência em uma conversão.

> *Noemi foi até uma loja de doces no centro de sua cidade e, chegando, decidiu comprar um pacote de balas para cada um de seus três filhos. Ao receberem os pacotes, os meninos decidiram contar quantas balas havia em cada um deles. O pacote recebido por Miguel tinha 10 balas a menos que o de Eduardo. Já o pacote de balas do Giovane, seu terceiro filho, tinha 15 balas a mais do que o pacote de Eduardo. Quantas balas cada um recebeu, sabendo que o total de balas nos três pacotes juntos era de 185?*

Essa situação-problema apresentada em língua natural pode ser convertida para a linguagem algébrica por meio de uma equação de 1º grau com uma incógnita. Um caminho possível para o equacionamento da situação é perceber que *Eduardo* é a referência quantitativa para o número de balas dos outros dois irmãos. Assim, atribuindo a incógnita x à quantidade de *Eduardo*, podemos atribuir as expressões $(x – 10)$ e $(x +15)$, respectivamente à *Miguel* e *Giovane*. Em seguida, é possível montar a equação $(x – 10) + x + (x + 15) = 185$, já que o total de balas nos três pacotes era de 185. A utilização de parênteses é dispensável nesse caso, porém fizemos uso para determinar claramente as unidades significantes no registro algébrico para que possam ser comparadas ao registro de partida em língua natural. Note há uma correspondência semântica entre os elementos significantes (critério I), já que a unidade significante $(x – 10)$ apresenta três elementos importantes: a incógnita x que faz referência a *Eduardo*, a operação de subtração indicada por "–" que se refere à expressão *"a menos"* presente no enunciado, e o número *"10"* que quantifica a diferença entre as quantidades recebidas por *Miguel* e *Eduardo* indicada inicialmente em língua natural. Com isso, percebe-se que a quantidade de elementos significantes nessa unidade significante do enunciado é a mesma. Isso também ocorre para as demais unidades significantes do texto, ratificando, portanto, o atendimento ao critério I.

Além disso, o critério II, da univocidade semântica terminal, é satisfeito já que as expressões *"a menos"* e *"a mais"* presentes no registro de partida referem-se, respectivamente, a operação de subtração e de adição na equação elaborada, uma vez que a quantidade de *Eduardo* foi tomada como referência. Observa-se, por fim, que o critério III não é satisfeito, posto que a ordem das unidades significantes nas representações de partida e de chegada não foram as mesmas. Veja que, para equacionar o problema, primeiramente foi realizada uma designação direta da quantidade que *Eduardo* recebeu, por meio da letra *"x"* e em seguida realizada a descrição da quantidade de *Miguel* em função da quantidade de *Eduardo*. Todavia, na equação montada a unidade significativa que primeiro apareceu foi $(x – 10)$, alterando portando a ordem. Outrossim, mesmo que alteramos da equação para $x + (x – 10) + (x + 15) = 185$ tal critério não seria atendido, pois agora a incógnita *"x"*, representante da quantidade de *Eduardo* foi indicada em primeiro, todavia no enunciado da questão as informações de *Eduardo* só apareceram após as informações de *Miguel* serem apresentadas.

O ato de atribuirmos a incógnita *"x"* à quantidade de *Eduardo*, é chamado designação direta que, segundo Duval *et al* (2015), não costuma representar um grande obstáculo na conversão de enunciados em língua natural para linguagem formal algébrica, uma vez que os alunos conseguem, com razoável destreza, montar a equação $M + E + G = 185$, atribuindo intuitivamente uma letra a cada personagem – geralmente a inicial de seus respectivos nomes. No entanto, com essa única equação, não é possível prosseguir com a resolução, sobretudo quando os alunos não estão familiarizados com os sistemas de equações. Nesses casos, torna-se necessário recorrer às designações funcionais, que consistem em redesignar uma unidade significante em função de outra. Foi o fizemos ao dizer *Miguel* recebeu uma quantidade $(x – 10)$, fazendo referência à quantidade x, previamente atribuída a *Eduardo*. Segundo Duval *et al* (2015), é a designação funcional um dos grandes obstáculos enfrentado pelos alunos, já que "a dificuldade não é utilizar uma letra para redesignar a incógnita, já designada no enunciado do problema, mas usar uma segunda vez essa letra para designar outro dado. Daí, a inversão do procedimento: é preciso sempre antecipar as redesignações funcionais a serem realizadas para ser capaz de escolher a incógnita" (DUVAL *et al*, 2015, p.59).

A tomada de consciência da necessidade de realizar designações funcionais é de fundamental importância para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Dessa forma, é justificável a necessidade de se conhecer a estrutura de construção dos problemas algébricos. Segundo Duval (2013), a estrutura de um problema algébrico envolve quatro elementos principais: o *script* (o contexto), *qualificações verbais* (verbos ganhar, perder), *descrição mínima* (dados essenciais para a resolução) e *descrição completa* (todos os elementos da igualdade, como 60 + 50 + 75 = 185). A conversão entre registros, como língua natural para algébrica, exige atenção à congruência, já que o uso de advérbio ou antônimos, por exemplo, podem afetar a facilidade com que se estabelece as designações funcionais.

Percurso Metodológico

Essa é uma pesquisa qualitativa de cunho documental e bibliográfico. A parte documental está demarcada pelo levantamento e análise das situações-problema que foram selecionadas do livro didático em análise. Já a parte bibliográfica é caracterizada pela discussão teórica que se faz sobre os problemas, tendo como base a categorização dos problemas segundo Bednarz e Janvier (1994) e Marchand e Bednarz (1999), além da análise estrutural dos problemas baseados nos estudos de Duval (2009) e Duval *et al* (2015).

Os problemas analisados são oriundos do livro didático "Matemática e Realidade" (IEZZI *et* al, 2022) cujos autores são Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado. Trata-se do volume destinado aos alunos 7º ano do Ensino Fundamental da coleção que foi aprovada no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2024. Além de ser uma coleção aprovada no último PNLD destinado aos anos finais do Ensino Fundamental, essa coleção foi escolhida por sua ampla circulação nas escolas brasileiras e pela trajetória consolidada no cenário educacional. Trata-se de uma obra reconhecida por sua abordagem sistemática dos conteúdos algébricos e pela frequência com que é citada por professores que ensinam matemática. Além disso, a obra apresenta um capítulo exclusivamente dedicado à resolução de situações-problema envolvendo equações de 1º grau.

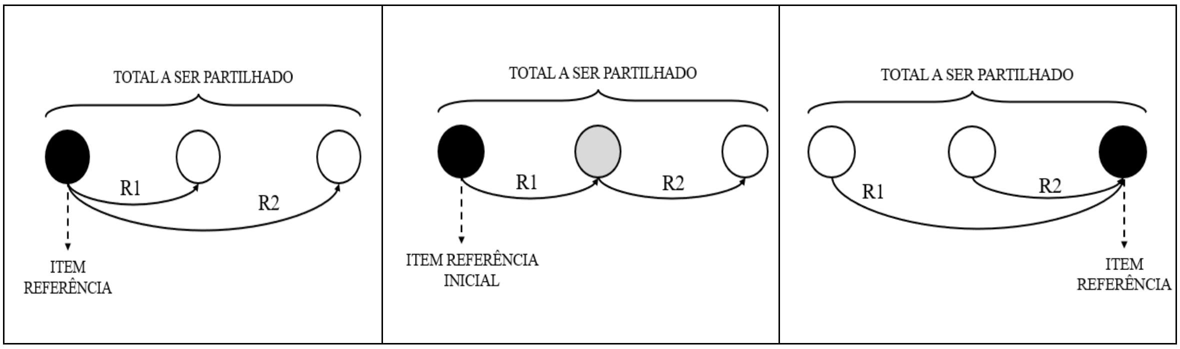
O décimo sétimo capítulo da obra de Iezzi *et al* (2022, p.212-217), intitulado "Resolução de Problemas", está organizado em dois grandes grupos de problemas. A segunda parte contempla os problemas de partilha desigual, que constituem o objeto de análise deste artigo. Nosso propósito, no entanto, não é examinar a obra em si, mas investigar a estrutura subjacente aos problemas algébricos, dos quais os de partilha desigual fazem parte.

Para categorizar os problemas nos apoiamos no trabalho de Bednarz e Janvier (1994), no qual desenvolveram uma grade de análise para classificar os tipos de problemas que são apresentados aos alunos durante o estudo da álgebra em nível escolar. As categorias desenvolvidas são: problemas de partilha desigual, problemas de transformação e problemas com grandezas não homogêneas relacionadas por meio de taxas. Além dessas três, Marchand e Bednarz (1999), apresentaram uma quarta categoria para os problemas, uma vez que durante a análise de livros didáticos canadenses se depararam com situações que não se encaixavam nas três categorias iniciais. Essa quarta categoria foi chamada de "Falsos Problemas". Esse nome foi dado em função de serem problemas focados exclusivamente na conversão direta entre os registros em língua natural e linguagem algébrica, configurando-se como uma simples codificação. Um exemplo desse tipo de problema foi apresentado pelas autoras: "A metade da idade da avó de Annick, mais 16, dá 50 anos. Qual é a idade dela?" (MARCHAND e BEDNARZ, 1999, p.37). De acordo com as autoras, nessa situação os alunos necessitariam apenas fazer uma decodificação direta, sem a necessidade de estabelecerem relações entre as partes.

Em especial, conforme já mencionado, no presente artigo focamos nos problemas cuja estrutura envolvem partilha desigual. Segundo Marchand e Bednarz (1999), os problemas de partilha desigual podem ser classificados de acordo com o encadeamento das relações existentes entre as partes. O quadro 1 contempla um esquema dos três tipos de encadeamentos entre as partes categorizados por Marchand e Bednarz (1999).

Quadro 1*:* Tipos de encadeamento das relações em um problema de partilha desigual

ESTRUTURA TIPO FONTE	ESTRUTURA TIPO COMPOSIÇÃO	ESTRUTURA TIPO POÇO



Fonte*:* Elaborado pelos autores com base em Bednarz e Janvier (1994) e Marchand e Bednarz (1999)

Incialmente, é importante observar que os problemas categorizados como sendo de *Partilha desigual* apresentam sempre um valor conhecido a ser partilhado entre duas, três ou mais partes. Além disso, nesse tipo de problema não é apresentado explicitamente valor algum para as partes, mas sim descrita as relações existentes entre elas, de modo que o aluno deve ser capaz de reconhecer tais relações e descrevê-las algebricamente. Em tais problemas, os que apresentam encadeamento das relações seguindo uma estrutura do *Tipo Fonte* possuem como característica todas as relações serem oriundas de um mesmo valor (desconhecido) de referência, chamado de fonte. No quadro 1, a primeira estrutura apresenta uma partilha em três partes desiguais e, portanto, com duas relações, denominadas R1 e R2.

Já os problemas com encadeamento das relações categorizados como do *Tipo Composição* apresentam como característica principal que as informações das partes vão sendo descritas em cadeia, tomando um dos valores (desconhecido) como referência para se descrever um segundo e assim sucessivamente, seguindo uma espécie de recursividade. Assim, indiretamente, todos os valores dependem do primeiro que foi tomado como referência.

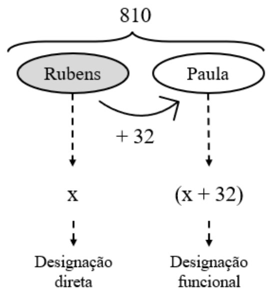
Por fim, os problemas com encadeamento do *Tipo Poço* apresentam uma comparação, na qual um dos valores (desconhecido) é descrito de diversas maneiras, sendo cada uma delas uma comparação com cada um dos outros valores a serem descobertos. Esse é um tipo de problemas bastante importante para a análise do fenômeno da congruência, haja vista que a não conservação da univocidade semântica terminal costuma se manifestar nesse grupo de problemas.

Dessa forma, na próxima seção, passaremos à análise do conjunto de problemas selecionados. Cada enunciado é apresentado em um quadro-resumo que explicita sua estrutura e indica se o problema atende ou não aos critérios de congruência estabelecidos por Duval (2009).

Análises e resultados

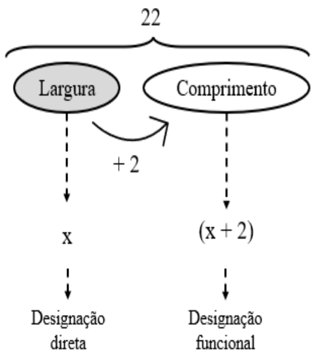
No que segue, analisamos os quinze problemas de partilha selecionados da obra de Iezzi *et al* (2022). A análise consistiu em examinar como os enunciados se estruturam internamente e como se relacionam com os critérios de congruência. Para isso, cada problema foi inserido em um quadro-resumo, acompanhado da identificação dos elementos estruturais que o compõem e da avaliação quanto ao atendimento aos critérios de congruência. Como há problemas com estruturas similares, a discussão foi realizada de maneira unificada em alguns casos, de modo que a ordem de apresentação dos problemas no livro didático não foi preservada. Todos os quadros apresentados foram elaborados pelos autores com base em Iezzi et al (2022), Bednarz e Janvier (1994) e Duval (2009), de modo que na indicação da fonte, vamos nos limitar apenas a escrever "Elaborado pelos autores".

Quadro 2: Problema 1 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="4">P1</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Se R$ 810,00 forem repartidos entre Rubens e Paula de modo que Paula receba R$ 32,00 a mais do que Rubens, quanto Rubens deve receber?</td><td rowspan="3">
</td><td>I</td><td>✓</td></tr>
<tr><td>II</td><td>✓</td></tr>
<tr><td>III</td><td>✗</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos autores

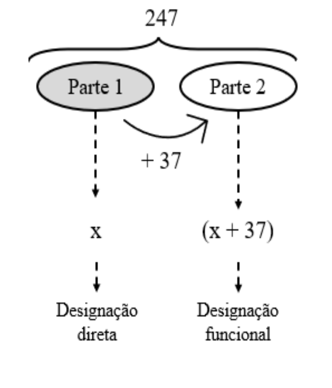
Quadro 3: Problema 2 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="4">P2</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Em um retângulo de medida de perímetro 44 cm, um dos lados mede 2 cm a mais do que o outro. Quanto mede o menor lado do retângulo?</td><td rowspan="3">
</td><td>I</td><td>✓</td></tr>
<tr><td>II</td><td>✓</td></tr>
<tr><td>III</td><td>✗</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelos autores

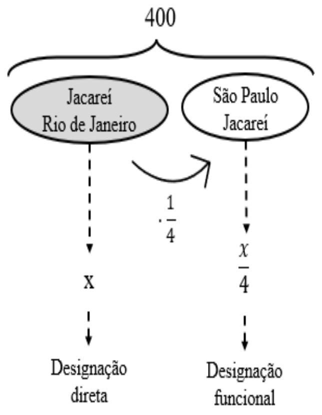
Quadro 4: Problema 3 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="3">P3</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Uma fita de 247 m vai ser dividida em duas partes, de modo que uma tenha 37 m de comprimento a mais do que a outra. Quanto mede a parte maior?</td><td rowspan="2"></td><td>I</td><td>✓</td></tr>
<tr><td>II</td><td>✓</td></tr>
</table>

			**III**	☒

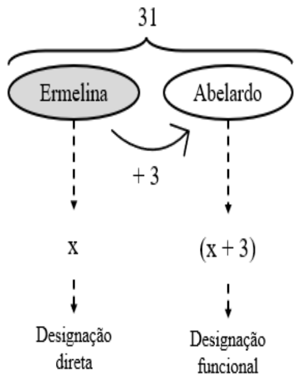
Fonte*:* Elaborado pelos autores

Quadro 5: Problema 4 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P4	Antônio é caminhoneiro. Na próxima viagem, vai percorrer os 400 km que separam São Paulo do Rio de Janeiro. Ele vai fazer uma parada obrigatória em Jacareí (SP), cuja medida de distância de São Paulo equivale a $\frac{1}{4}$ da medida de distância Jacareí-Rio. A quantos quilômetros do Rio fica a cidade de Jacareí?		**I**	☑
			II	☑
			III	☒

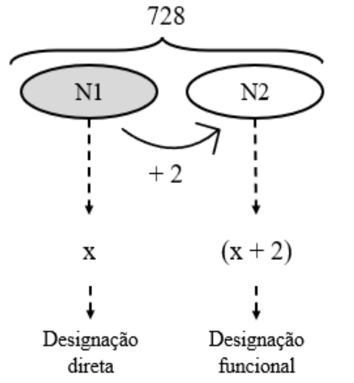
Fonte*:* Elaborado pelos autores

Quadro 6: Problema 5 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P5	Abelardo tem 3 anos a mais do que Ermelinda. A soma da idade dos dois é, atualmente, 31 anos. a) Qual é a idade de Abelardo? b) Qual é a idade de Ermelinda? c) Há quanto tempo a idade de Abelardo era o dobro da idade de Ermelinda?		**I**	☑
			II	☑
			III	☑

Fonte: Elaborado pelos autores

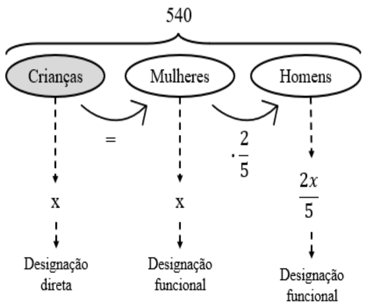
Quadro 7: Problema 6 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P6	Na sucessão de números naturais ímpares, (1, 3, 5, 7, 9, ...), ache dois números consecutivos da sucessão cuja soma seja 728.		I	✗
			II	✗
			III	✓

Fonte: Elaborado pelos autores

Os problemas P1 até P6 apresentam uma estrutura similar, todos eles com uma única relação (aditiva ou multiplicativa). Para o equacionamento, é necessário antecipar as designações funcionais a serem realizadas, de modo a escolher qual é a melhor designação direta a se fazer. Para esses problemas, geralmente é atribuído a incógnita *"x"* ao elemento que foi dado menos informação no enunciado. Todavia, caso se atribua aleatoriamente a incógnita a um dos elementos, pode haver mudança no custo cognitivo da conversão, pois a preservação do segundo critério de congruência pode não ser mais contemplado.

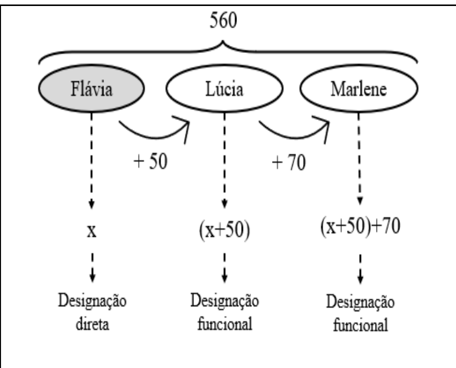
Quadro 8: Problema 7 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P7	Um auditório com capacidade para 540 pessoas está lotado. O número de mulheres é igual ao número de crianças, e o número de homens é $\frac{2}{5}$ do número de mulheres. Quantas são as crianças?		I	✗
			II	✓
			III	✗

Fonte: Elaborado pelos autores

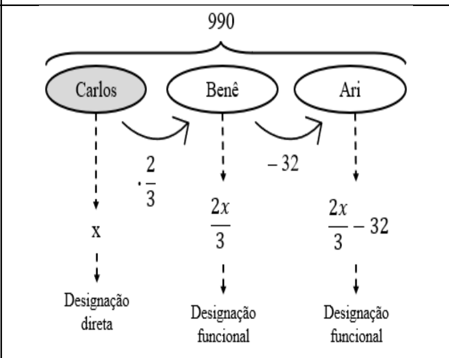
Quadro 9: Problema 8 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P8	Reparta R$ 560,00 entre Marlene, Lúcia e Flávia, de modo que Marlene receba R$ 70,00 a mais do que Lúcia, e Lúcia receba R$ 50,00 a mais que do Flávia.		I	✓
			II	✓

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
</td><td>III</td><td>☒</td></tr>
</table>

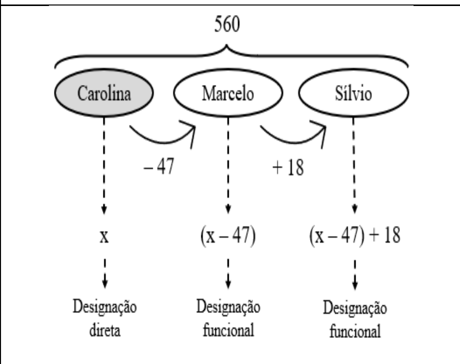
Fonte*:* Elaborado pelos autores

Quadro 10: Problema 9 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="4">P9</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td rowspan="3">A quantia de R$ 990,00 vai ser repartida entre Ari, Benê e Carlos. Ari deve receber R$ 32,00 a menos do que Benê, e Benê deve receber $\frac{2}{3}$ do que Carlos receber. Como deve ser feita a divisão?</td><td rowspan="3">
</td><td>I</td><td>☒</td></tr>
<tr><td>II</td><td>☑</td></tr>
<tr><td>III</td><td>☒</td></tr>
</table>

Fonte*:* Elaborado pelos autores

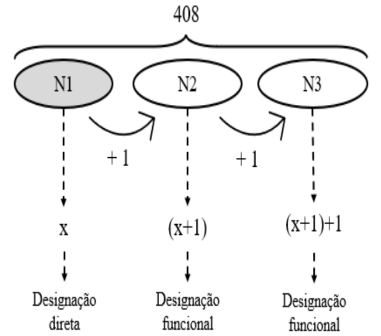
Quadro 11: Problema 10 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="4">P10</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Sílvio, Marcelo e Carolina estavam jogando pingue-pongue e decidiram marcar quantos pontos cada um fazia. Na disputa de 404 pontos, Sílvio fez 18 pontos a mais do que Marcelo, que fez 47 pontos a menos do que Carolina.
a) Quantos pontos fez Marcelo?
b) Quem pontuou mais?</td><td rowspan="3">
</td><td>I</td><td>☑</td></tr>
<tr><td>II</td><td>☑</td></tr>
<tr><td>III</td><td>☒</td></tr>
</table>

Fonte*:* Elaborado pelos autores

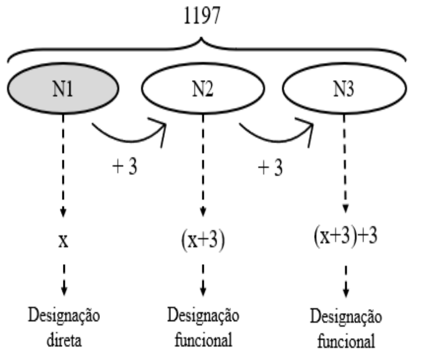
Quadro 12: Problema 11 – enunciado, esquema de análise e congruência

<table>
<tr><th rowspan="2">P11</th><th>Enunciado do problema</th><th>Esquema de análise</th><th colspan="2">Congruência</th></tr>
<tr><td>A soma de três números inteiros consecutivos é 408. Quais são os números?</td><td></td><td>I</td><td>☒</td></tr>
</table>

			II	☑
			III	☒

Fonte*:* Elaborado pelos autores

Quadro 13: Problema 12 – enunciado, esquema de análise e congruência

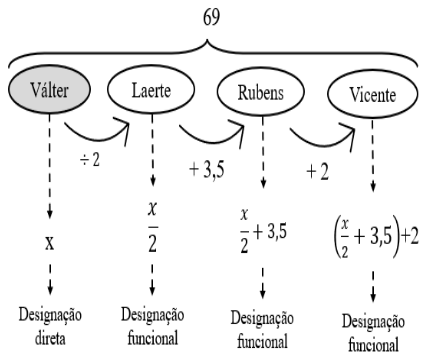
	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P12	Na sucessão (0, 3, 6, 9, 12, ...) dos números naturais que são múltiplos de 3, determine três números consecutivos da sucessão cuja soma seja 1 197.		I	☒
			II	☒
			III	☒

Fonte*:* Elaborado pelos autores

Os problemas P7 ao P12 já apresentam duas relações entre os elementos a serem descobertos. A *descrição mínima* para cada enunciado contempla a necessidade de se estabelecer duas designações funcionais, sendo algumas delas da natureza multiplicativa ou aditiva. O problema P9 apresenta relações diferentes, de modo a explorar tanto relações aditivas, quanto multiplicativas. O encadeamento desse grupo de problemas segue a estruturação do *tipo composição*. Nesses casos, há uma designação direta a se fazer, uma designação funcional e uma segunda designação funcional em relação à realizada anteriormente. Esse tipo de construção tende a ser mais custoso ao aluno do que a estrutura do *tipo fonte*, nas quais todas as designações funcionais são realizadas a partir da designação direta realizada inicialmente.

Quadro 14: Problema 13 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P13			I	☒
			II	☑

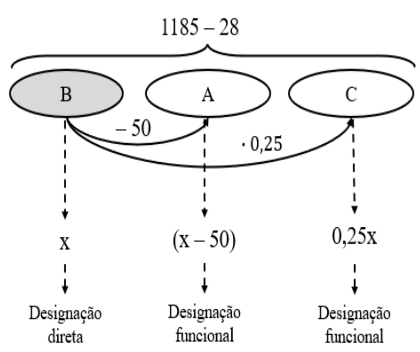
	Quatro amigos se reuniram para comer numa lanchonete. A conta, de R$ 69,00, foi paga da seguinte maneira: Vicente pagou R$ 2,00 a mais do que Rubens; Rubens pagou R$ 3,50 a mais do que Laerte; Laerte pagou a metade do que Válter pagou. a) Quem pagou a maior quantia? Quanto foi? b) Quem pagou a menor quantia? Quanto foi?		**III**	

Fonte: Elaborado pelos autores

O problema P13 apresenta o mesmo encadeamento *tipo composição* dos que foram anteriormente analisados, todavia possui três relações, sendo duas delas aditivas e uma multiplicativa. A natureza da relação multiplicativa (metade), pode gerar dificuldades, haja vista que a unidade significativa “metade” remete à operação de divisão, levando o equacionamento para o âmbito das equações com frações. Isso pode ser evitado, caso a designação direta seja realizada atribuindo a incógnita “x” a personagem Laerte. Nessa hipótese, o problema apresentaria uma estrutura que combinaria o encadeamento *tipo fonte* e *tipo composição*. Fica evidente pela análise desses problemas, que o encadeamento previsto inicialmente pelos problemas não é rígido, mas pode sofrer influência a partir das escolhas realizadas paras designações diretas e funcionais realizadas.

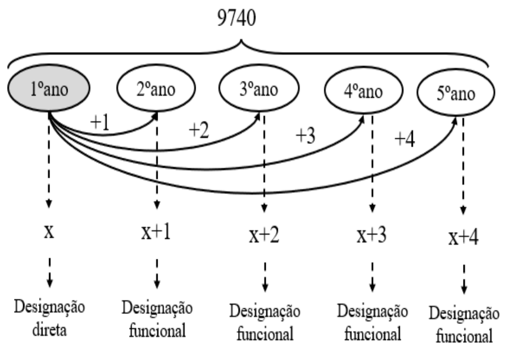
Quadro 15: Problema 14 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	Esquema de análise	Congruência	
P14			**I**	

	Em uma competição de robótica, concorreram: Projeto A, Projeto B e Pr C. O Projeto A teve 50 votos a menos que o Projeto B, e o Projeto C teve 25% votação do Projeto B. Votaram 1 085 pessoas. Qual foi o projeto vencedor se votos foram anulados? Quantos votos teve?		**II**	☑
			III	☑

Fonte*:* Elaborado pelos autores

Quadro 16: Problema 15 – enunciado, esquema de análise e congruência

	Enunciado do problema	**Esquema de análise**	**Congruência**	
P15	Um presidente da República de Portugal governou durante 5 anos. A soma dos números que representam esses anos é 9 740. Em que ano começou esse governo?		**I**	☑
			II	☑
			III	☑

Fonte*:* Elaborado pelos autores

Os problemas P14 e P15 foram os únicos que apresentaram encadeamento *tipo fonte* com pelo menos duas relações, diferindo-se dos problemas P1 até P6. O problema P14 apresenta duas relações, sendo uma aditiva e outra multiplicativa, por meio de descrições percentuais. O problema P15 foi descrito como estrutura do *tipo fonte*, mas se enquadraria muito bem em uma estrutura do tipo composição, como o fizemos nos problemas P11 e P12. Fizemos essa variação na escolha para que fosse possível observar a necessidade latente de que os alunos tomem consciência dessas possibilidades de troca. Assim, entendemos que a formulação de problemas como prática pedagógica é atividade cognitiva essencial para construção dessa tomada de consciência.

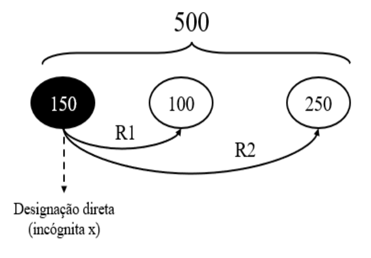
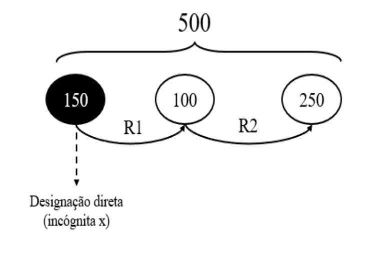
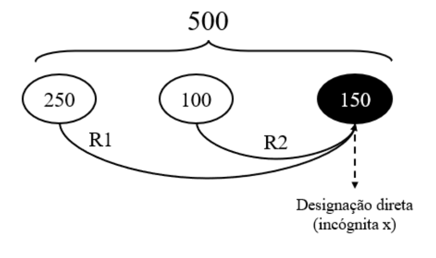
Uma característica presente na maioria dos problemas analisados (exceto P6 e P12) é o atendimento ao segundo critério de congruência estabelecido por Duval (2009). A univocidade semântica terminal geralmente não é satisfeita diante da presença de relações contrárias, como quando usando "a mais", porém no momento de descrever algebricamente necessitamos fazer uso de uma subtração. Isso é bastante presente nos problemas cujo encadeamento das relações é do *Tipo Poço*, porém nas situações analisadas no livro, não identificamos tal estrutura.

Todas essas análises e discussões nos conduz a concordar com Duval *et al* (2015) ao sugerir a necessidade de a introdução à álgebra contemplar, dentre outras coisas, a formulação de problemas como estratégia pedagógica necessária para que os estudantes consigam ter consciência de tantas possibilidades estruturais, de descrições mínimas, qualificações verbais e cenários para os problemas resolvidos. Isso devido ao fato de que diante da resolução de um problema, o aluno contempla apenas uma descrição mínima possível, dentre uma gama vasta de possibilidades, que só o processo de formulação consciente de problemas é capaz de proporcionar. Para endossar essa percepção, vamos esboçar algumas possibilidades para a construção de uma situação-problema na qual contemple partilha desigual. Usaremos uma tarefa apresentada na mesma obra de Iezzi *et al* (2022, p.217): “Elabore um problema sobre a divisão de um prêmio de R$ 500,00 em quantias desiguais entre três ganhadores e que possa ser resolvido por meio de uma equação. Depois, troque-o com um colega para que cada um possa resolver o problema que o outro fez”.

Inicialmente consideraremos uma distribuição dos R$ 500,00 em três parcelas conhecidas, por exemplo R$ 150,00, R$ 250,00 e R$ 100,00. Dessa forma, *150 + 250 + 100 = 500* é uma possível *descrição completa* para a situação – Note que os estudantes serão livres para escolherem os valores dessas partes e, conforme se aprofundem na compreensão das relações existentes, a tendência é que já escolham os valores tentando antecipar as possíveis redesignações funcionais a serem realizadas. Isso corrobora com Duval *et al* (2015, p. 59) ao dizer que “é preciso sempre antecipar as redesignações funcionais a serem realizadas para ser capaz de escolher a *incógnita*”.

Para a construção de uma *descrição mínima* é necessário a escolha de uma estrutura a seguir, cujas quais consideraremos as três possíveis estruturas elencadas no quadro 1: com encadeamento tipo fonte, composição e poço. Assim, para efeitos de organização, contemplamos tais possibilidades no quadro 17.

Quadro 17*:* Possibilidades de descrições mínimas para a formulação de um problema

	ESTRUTURA TIPO COMPOSIÇÃO	**ESTRUTURA TIPO POÇO**
		
R1: (x – 50) ou $\frac{2x}{3}$ **R2:** (x + 100) ou (2x – 50)	**R1:** (x – 50) ou $\frac{2x}{3}$ **R2:** (x – 50) + 150 ou 2(x – 50) + 50	**R1:** (x + 100) ou (2x – 50) **R2:** (x – 50) ou $\frac{2x}{3}$ **Obs.:** as descrições serão construídas por comparação, em sentido contrário ao encadeamento tipo fonte

Fonte*:* Elaborado pelos autores

Observe que para cada uma das possíveis estruturas há duas relações a serem descritas e há tantas possibilidades para fazê-las quanto o repertório matemático e linguístico dos alunos permitirem. No quadro foram inseridas algumas de natureza exclusivamente aditivas, multiplicativas ou mesmo uma combinação das duas (natureza diferente).

Após a escolha de uma dessas tantas relações possíveis, é necessário fazer as construções das *qualificações verbais*, além da escolha do cenário. Assim, formulamos a seguir três situações-possíveis.

> ***Problema 1 (Tipo Fonte):*** *Alex, Bruno e Carlos dividirão R$ 500,00 entre eles. Sabe-se que Bruno ficará com R$ 50,00 a menos que Alex, enquanto Carlos receberá R$ 100,00 a mais que Alex. Quanto receberá cada um deles?*
>
> ***Problema 2 (Tipo Composição):*** *Alex, Bruno e Carlos dividirão R$ 500,00 entre eles. Sabe-se que Bruno ficará com R$ 50,00 a menos que Alex, enquanto Carlos receberá R$ 150,00 a mais que Bruno. Quanto receberá cada um deles?*
>
> ***Problema 3 (Tipo Poço):*** *Alex, Bruno e Carlos dividirão R$ 500,00 entre eles. Sabe-se que Alex ficará com R$ 50,00 a mais que Bruno e R$ 100,00 a menos que Carlos. Quanto receberá cada um deles?*

Os três problemas formulados envolvem exclusivamente relações aditivas. No entanto, as diferentes escolhas de qualificações verbais utilizadas para expressar essas relações resultam em estruturas distintas, o que pode impactar o atendimento aos critérios de congruência. Ainda que os problemas apresentem cenários semelhantes, a conversão de seus enunciados para o registro algébrico – por meio equações de 1º grau – pode exigir diferentes níveis de esforço cognitivo. Consideramos que, ao ser exposto a essas variações de formulação, o aluno desenvolve maior maturidade para coordenar as conversões necessárias à resolução de outras situações-problema. Nesse sentido, a formulação de problemas não deve ser vista como uma tarefa periférica, mas como uma atividade cognitiva essencial à aprendizagem da matemática.

Considerações Finais

O presente artigo teve como objetivo analisar a estrutura de um conjunto representativo de problemas envolvendo equações do 1º grau, selecionados de um livro didático aprovado no PNLD 2024, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Assim, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa embasando nossas análises na categorização de problemas proposta por Bednarz e Janvier (1994) e Marchand e Bednarz (1999), além dos pressupostos teóricos da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2009; 2013) e Duval *et al* (2015).

A análise dos quinze problemas selecionados, apresentados em quadros-resumo, permitiu evidenciar que situação de partilha desigual possui uma estrutura própria. Essa estrutura se manifesta de maneira mais ou menos clara a depender das escolhas linguísticas adotas para descrever as relações entre as partes. A variedade de possíveis designações verbais podem alterar significativamente o nível de congruência dos problemas, o que, por sua vez, interfere na capacidade dos alunos de identificar a necessidade de designações funcionais, que é uma etapa essencial no processo de equacionamento.

Diante desse cenário, compreendemos a formulação de problemas como uma prática pedagógica relevante, que pode favorecer uma melhor coordenação entre diferentes registros de representação. Ao propor variações estruturais intencionais nos enunciados, o professor contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Esperamos, portanto, que as reflexões apresentadas neste trabalho possam inspirar boas práticas docentes, especialmente no ensino da resolução de problemas que envolvem equações de 1º grau com uma incógnita.

Referências

BEDNARZ, Nadine; JANVIER, Bernadette. The emergence and development of algebra in a problem solving context: a problem analysis. *In:* PONTE, J. P.; MATOS, J. F. (org.). International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 18., 1994. Lisboa. **Proceedings…** Lisboa, 1994. v. 2, p. 64–71.

DIAS, Graciana Ferreira; SILVA, Petônio Fernandes. Dificuldades encontradas na resolução de equações do 1º grau: análise dos erros de uma turma do 8º ano. *In:* Congresso Nacional de Educação, 6., 2020, Campina Grande. **Anais...** Campina Grande: Realize Editora, 2020, v.2, . p. 864-881. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/65353. Acesso em: 18 ago. 2025.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, fascículo I, 2009.

DUVAL, Raymond. Les problèmes dans l'acquisition des connaissances mathématiques: apprendre comment les poser pour devenir capable de les résoudre? **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, 2013, p. 1-45.

DUVAL, Raymond *et al*. **Ver e ensinar a matemática de outra forma. Introduzir a álgebra no ensino:** qual é o objetivo e como fazer isso? São Paulo: PROEM editora, v.2, 2015.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra**. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Rio Grande do Sul: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2008.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**: 7ºano. 10.ed. São Paulo: Saraiva Educação, 2022.

MARCHAND, Patrícia; BEDNARZ, Nadine. L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. **Bulletin AMQ**, Québec, v. XXXIX, n. 4, 1999.

STEFANI, Amanda; TRAVASSOS, Wilian Barbosa; PROENÇA, Marcelo Carlos. Resolução de Problemas Matemáticos: dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental apontadas em pesquisas. *In:* Encontro Paranaense de Educação Matemática, 14., 2017, Cascavel. **Anais...** Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Paraná (SBEM-PR), 2017, 14p. Disponível em: https://sbemparana.com/arquivos/anais/epremxiv/anais/p964.pdf . Acesso em: 18 ago. 2025.